

I222 計算の理論 レポート (3)

平成 18 年度 2-1 期 (10 月 4 日 (水) ~ 12 月 1 日 (金))

担当: 上原 隆平 (居室は I67b, メールは uehara@jaist.ac.jp)

出題: 10 月 25 日 (水)

提出: 11 月 1 日 (水) 10:50 講義終了時

注意: レポートには氏名, 学生番号, 問題, 解答を, すべて手書きで書くこと.

問題 1: 正整数上の関数 c を次のように定義する:

$$c(n) = \begin{cases} \frac{n}{2} & n \text{ が偶数のとき} \\ 3n + 1 & n \text{ が奇数のとき} \end{cases}$$

また正整数 k に対し, 正整数上の関数 c^k を次のように定義する:

$$c^k(n) = \begin{cases} c(n) & k = 1 \text{ のとき} \\ c(c^{k-1}(n)) & k > 1 \text{ のとき} \end{cases}$$

ここで集合 C を以下のように定義する.

$$C = \{n \mid \text{ある正整数 } k \text{ に対して } c^k(n) = 1 \text{ が成立する}\}$$

なお, コラッツの予想とは $C = \mathcal{N}$ であり, この予想は $n < 3 \times 2^{53}$ までは成立することが確かめられている. コラッツの予想が成立するかどうかはわからないが, 集合 C は枚挙可能である. C を枚挙するプログラムを示せ. (3 点)

問題 2: $\text{HALT}_{\leq m} \text{EVEN}$ を仮定すると, $\mathcal{RE} \subseteq \mathcal{REC}$ となることを示せ. (2 点)

I222 Computational Complexity Report (3)

Heisei 18, Term 2-1 (10/4(Wed) ~ 12/1(Fri))

Teacher: Ryuhei UEHARA (Room I67b, uehara@jaist.ac.jp)

Date: 10/25(Wed)

Deadline: 11/ 1(Wed) 10:50a.m.

Note: Do not forget to write your name, ID, problems, and answers on your report.

Problem 1: Let c be a function of a positive integer defined as follows:

$$c(n) = \begin{cases} \frac{n}{2} & n \text{ is even} \\ 3n + 1 & n \text{ is odd} \end{cases}$$

The function c^k of a positive integer n for a positive integer k is defined as follows:

$$c^k(n) = \begin{cases} c(n) & \text{if } k = 1 \\ c(c^{k-1}(n)) & \text{if } k > 1 \end{cases}$$

Now we define a set \mathcal{C} as follows:

$$\mathcal{C} = \{n \mid c^k(n) = 1 \text{ for some positive integer } k\}$$

Besides, Collatz conjectured that $\mathcal{C} = \mathcal{N}$, and it has been checked for all $n < 3 \times 2^{53}$ by brute force.

We do not know whether the Collatz conjecture is true or not. However, the set \mathcal{C} is enumerable.

Show a program that enumerates the set \mathcal{C} . (3 points)

Problem 2: Suppose that $\text{HALT}_{\leq m} \text{EVEN}$. Then show that we can obtain $\mathcal{RE} \subseteq \mathcal{REC}$. (2 points)