I222 計算の理論 (Theory of Computation) Report (2)

2007 年度 II-1 期 (10,11 月)

担当: 上原 隆平 (uehara@jaist.ac.jp)

出題 (Propose): 10 月 16 日 (火) (October 16 (Tue))

提出 (Deadline): 10 月 19 日 (金) 講義終了時 (October 19 (Fri), 10:50)

注意 (Note): レポートには氏名，学生番号，問題，解答を，すべて手書きで書くこと．(Do not forget to handwrite your name, student ID, problems, and answers on your report.)

Problem 1 (3 points): 素数を小さい順に並べて，i 番目の素数を p_i とする．つまり $p_1 = 2, p_2 = 3, p_3 = 5, p_4 = 7, p_5 = 11, \ldots$ となる．よく知られた事実として，素数は有限個ではなく，無限個ある．以上のことから，素数の集合の濃度は可算無限であり，半帰納的である．したがって定理 3.2 に示した通り，$RANGE(g)$ が素数の集合に一致するような計算可能関数 g が存在する．関数 g を計算するプログラム G の概要を書け．(We denote the ith prime by p_i. That is, we have $p_1 = 2, p_2 = 3, p_3 = 5, p_4 = 7, p_5 = 11, \ldots$. It is well known there are infinite primes. Thus, the cardinality of the set of primes is uncountable, and hence semi-recursive. Therefore, by Theorem 3.2, there is a function g such that $RANGE(g)$ is equal to the set of primes. Describe the outline of the program G that computes the function g.)

Problem 2 (2 points): 自然数の集合を $\mathcal{N}$ とし，$\mathcal{N}$ の部分集合全体からなる集合を $2^{\mathcal{N}}$ とする．このとき $2^{\mathcal{N}}$ は非可算無限であることを対角線論法を使って示せ．(Let $\mathcal{N}$ denote the set of natural numbers. Then the set $2^{\mathcal{N}}$ consists of all subsets of $\mathcal{N}$. Now, prove that $2^{\mathcal{N}}$ is an uncountable infinity set by diagonalization.)

Hint: 例えば集合 $S = \{1, 2, 3\}$ に対しては $2^S = \{\phi, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$ となる．(For example, for set $S = \{1, 2, 3\}$, $2^S = \{\phi, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$.)