I222 計算の理論 (Theory of Computation) Report (6)

2007 年度 II-1 期 (10,11 月)
担当: 上原 隆平 (uehara@jaist.ac.jp)

出題 (Propose): 11 月 20 日 (火) (November 20 (Tue))

提出 (Deadline): 11 月 30 日 (金) 講義終了時 (November 30 (Fri), 10:50)

注意 (Note): レポートには氏名，学生番号，問題番号，解答を，すべて手書きで書くこと．(Do not forget to handwrite your name, student ID, problem numbers, and answers on your report.)

Problem: 以下の問題群から，好きなものを選んで答えよ．点数はどれも 5 点．複数やった場合は，最高点を得点とする．ただし難易度には，かなりのばらつきがあるので注意すること．(Solve one of the following problems. Each problem has 5 points. If you show two or more answers, your score is the maximum one. However, note that difficulties vary widely.)

1. 授業中にやったように，kSAT を「各項が高々k 個のリテラルを含む」と定義すると，2SAT$\leq_m^P$3SAT は自明であるが,「各項がちょうど k 個のリテラルを含む」と定義すると，2SAT$\leq_m^P$3SAT にはなんらかの多項式時間還元を示す必要がある．各項が同じリテラルを複数個含んでいてもかまわないとしたときの多項式時間還元は自明であった．各項は 3 つの相異なるリテラルを含む，と仮定したときの多項式時間還元を示せ．(Hint: 新しい変数を適宜導入せよ．) (As shown in the class, if you define that "kSAT consists of CNFs such that each clause has at most k literals," 2SAT$\leq_m^P$3SAT is trivial. However, you have to show some polynomial time reduction to prove 2SAT$\leq_m^P$3SAT if you define that "kSAT consists of CNFs such that each clause has exactly k literals." It is also trivial if you admit to use the same literals in a clause. Show 2SAT$\leq_m^P$3SAT even if you have to use three distinct literals in each clause. (Hint: Introduce new variables if you need.))
2. KNAP$\leq_m^P$BIN を証明せよ．(Prove KNAP$\leq_m^P$BIN.)
3. $\Sigma_k^p \subseteq \Pi_{k+1}^p \cap \Sigma_{k+1}^p$ と $\Pi_k^p \subseteq \Pi_{k+1}^p \cap \Sigma_{k+1}^p$ を証明せよ．(Prove $\Sigma_k^p \subseteq \Pi_{k+1}^p \cap \Sigma_{k+1}^p$ and $\Pi_k^p \subseteq \Pi_{k+1}^p \cap \Sigma_{k+1}^p$.)
4. 一般の有向グラフ上の DHAM から，有向 2 部グラフ上の DHAM への多項式時間還元を示せ．(**2 部グラフ**とは，頂点の集合 V を，次の条件を満たす二つの集合 X, Y へと分割することができるものを言う: すべての辺は，集合 X の頂点と集合 Y の頂点を結ぶ．) (Show a polynomial time reduction from DHAM on a general directed graph to DHAM on a directed bipartite graph. (A graph $G = (V, E)$ is called *bipartite* if the vertex set V can be partitioned into two sets X and Y such that each edge joins one vertex in X and the other one in Y.))
5. 頂点被覆問題 VC から最大独立点集合問題 MIS への多項式時間還元を示せ．(頂点集合 S のどの 2 点も辺で結ばれていない場合，S を**独立点集合**と呼ぶ．**最大独立点集合問題**とは，与えられた無向グラフ G と，自然数 k に対して，G に k 頂点の独立点集合が存在するかどうかを判定する問題である．) (Show a polynomial time reduction from the vertex cover problem (VC) to the maximum independent set problem (MIS). (A vertex set S is said to be *independent* if there are no edges joining two vertices in S. The *maximum independent set problem* is the problem to determine whether G has an independent set of size k for given G and k.))