

I431 アルゴリズム論 Report (2)

2008 年度 2-1 期 (10 ~ 11 月)

担当: 上原 隆平 (uehara@jaist.ac.jp)

出題 (Propose): 10 月 30 日 (木) (October 30 (Thu))

提出 (Deadline): 11 月 13 日 (木) 13:30 (November 13 (Thu), 13:30)

注意 (Note): レポートには氏名, 学生番号, 問題, 解答を, すべて手書きで書くこと. (Do not forget to
handwrite your name, student ID, problems, and answers on your report.)

以下の問題をすべて解け. (Answer the following five problems.)

Problem 1 (2 points): あるアルゴリズムのサイズ n の入力に対する実行時間 $T_1(n)$ が次の漸化式で表現できたとする.

$$\begin{aligned}T_1(1) &= 7 \\T_1(n) &= T_1(n/2) + 7\end{aligned}$$

このとき $T_1(n)$ の閉じた式を求めよ.

Problem 2 (2 points): サイズ n の配列で最大値を求めるとき, アルゴリズム P7-A2 の実行時間 $T_2(n)$ は次の漸化式で表現できた.

$$\begin{aligned}T_2(1) &= 1 \\T_2(n) &= T_2(1) + T_2(n-1) + 2\end{aligned}$$

この漸化式を解いて $T_2(n)$ の閉じた式を与えよ.

Problem 3 (2 points): あるアルゴリズムのサイズ n の入力に対する実行時間 $T_3(n)$ が次の漸化式で表現できたとする.

$$\begin{aligned}T_3(1) &= 1 \\T_3(n) &\leq T_3(an) + T_3(bn) + cn\end{aligned}$$

ただしここで a, b, c は正定数で $0 < a + b < 1$ という条件を満たすとする. このとき $T_3(n) = O(n)$ であることを示せ.

Problem 4 (2 points): 問題 P11 の「硬貨の交換問題」で貪欲法がうまく動作するためには, コインの種類がどのような条件を満たさなければならないか.

Problem 5 (2 points): 枝刈り探索法において, 毎回構成要素の吟味に $O(n^2)$ 時間かかり, 比率 r (ただし $r < 1$) で問題のサイズが小さくなると仮定する. このとき問題を解くためにかかる計算時間を示せ.