

# I216 計算量の理論と離散数学 Report (1)

2009 年度 1-1 期 (4~5 月)

担当: 上原 隆平 (uehara@jaist.ac.jp)

出題 (Propose): 4 月 13 日 (月) (April 13 (Mon))

提出 (Deadline): 4 月 23 日 (木) 講義開始時 9:20 (April 23 (Thu), 9:20)

注意 (Note): レポートには氏名, 学生番号, 問題, 解答を, すべて手書きで書くこと. (Do not forget to  
handwrite your name, student ID, problems, and answers on your report.)

以下の問題に答えよ. (Answer the following problems.)

**Problem 1 (3 points):** 文字列  $x$  に対して, 長さ優先辞書式順序における  $x$  の出現順序を  $lo(x)$ , 通常の辞書式順序における  $x$  の出現順序を  $oo(x)$  と書くことにする. 例えば  $lo(\epsilon) = oo(\epsilon) = 1$ ,  $lo(0) = oo(0) = 1$ ,  $lo(1) = 2$ ,  $oo(00) = 2$  である. またある数  $n$  が有限であることを  $n < \infty$  と書くことにする. このとき以下の記述が正しいか誤りかを判定せよ. 誤りである場合は反例を示せ. ただし以下の記述中,  $x$  は文字列,  $n$  は正整数である. (For any given string  $x$ , we denote by  $lo(x)$  and  $oo(x)$  the indices of  $x$  in the pseudo-lexicographical ordering with length preferred and the usual lexicographical ordering, respectively. For example, we have  $lo(\epsilon) = oo(\epsilon) = 1$ ,  $lo(0) = oo(0) = 1$ ,  $lo(1) = 2$ , and  $oo(00) = 2$ . We also denote by  $n < \infty$  when a number  $n$  is finite. Now, declare if each of the followings is true or false. If it is false, show a counterexample. In the followings,  $x$  denotes a string and  $n$  denotes a positive integer.)

1.  $\forall x [ |x| < \infty \rightarrow lo(x) < \infty ]$
2.  $\forall x [ |x| < \infty \rightarrow oo(x) < \infty ]$
3.  $\forall x \exists n [ |x| < \infty \rightarrow lo(x) < n ]$
4.  $\forall x \forall n [ |x| < \infty \rightarrow oo(x) < n ]$

**Problem 2 (2 points):** 自然数の集合  $N$  は可算無限である.  $N$  から  $N$  への関数全体の集合  $F$  は非可算無限であることを対角線論法で証明せよ. (The set  $N$  of natural numbers is enumerable. Now, prove that the set  $F$  of functions from  $N$  to  $N$  is *not* enumerable by diagonalization.)