# I216 計算量の理論と離散数学 Report (2)

2009 年度 1-1 期 (4〜5 月)

担当: 上原 隆平 (uehara@jaist.ac.jp)

**出題 (Propose):** 4 月 20 日 (月) (April 20 (Mon))

**提出 (Deadline):** 4 月 30 日 (木) 講義開始時 9:20 (April 30 (Thu), 9:20)

**注意 (Note):** レポートには氏名，学生番号，問題，解答を，すべて手書きで書くこと．(Do not forget to handwrite your name, student ID, problems, and answers on your report.)

以下の問題に答えよ．(Answer the following problems.)

**Problem 1 (2 points):** プログラム $A$ に入力 $x_1, x_2, \ldots, x_k$ を与えたときの計算時間を $time\_A(x_1, x_2, \ldots, x_k)$ と書く．このとき長さ高々$\ell$ までの入力の計算時間を

$$time\_A(\ell) \equiv \max\{time\_A(x_1, x_2, \ldots, x_k) \mid \sum_{1 \le i \le k} |x_i| \le \ell\}$$

と定義した．これは「長さが高々$\ell$ までの入力に対する最悪時の時間計算量」を定義している．では入力 $x_1, x_2, \ldots, x_k$ が与えられる確率が $Pr(x_1, x_2, \ldots, x_k)$ であるとわかっていると仮定して「長さが高々$\ell$ までの入力に対する平均的な時間計算量」を定義せよ．(We denote by $time\_A(x_1, x_2, \ldots, x_k)$ the time complexity of a program $A$ with specified inputs $x_1, x_2, \ldots, x_k$. We define the time complexity of the algorithm with inputs of length at most $\ell$ as follows:

$$time\_A(\ell) \equiv \max\{time\_A(x_1, x_2, \ldots, x_k) \mid \sum_{1 \le i \le k} |x_i| \le \ell\}$$

This definition of the time complexity of length at most $\ell$ is measured in *the worst case manner*. Now we suppose that inputs $x_1, x_2, \ldots, x_k$ are given to the algorithm with probability $Pr(x_1, x_2, \ldots, x_k)$. Define the time complexity of length at most $\ell$ measured in *the average case manner*.)

**Problem 2 (3 points):** 以下の式は正しいか．正しければ証明し，間違っていれば反証せよ．(Determine if each of the following equations is true or false. If it is true, prove it. If it is false, disprove it.)

1. $n^3 = O(n^2)$
2. $5n^2 + 3n = O(n^4 + 2)$
3. $n = O(\log n)$