

# I118 グラフとオートマトン理論 テスト

2009年9月12日(土) 4限  
上原 隆平 (uehara@jaist.ac.jp)

学生番号 (Student ID) \_\_\_\_\_ 氏名 (Name) \_\_\_\_\_

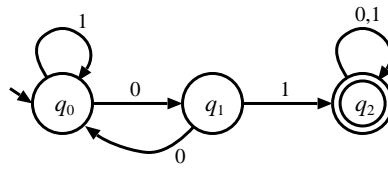
各問題 (全 7 問) の解答を, その問題の下の余白に書くこと. 余白が足りない場合は裏を使ってもよい.

**Problem 1 (15 points):**  $Z$  を整数の集合とする. このとき, 次の命題が間違っているか合っているかを明記して, それぞれの理由を説明せよ.

1.  $(\forall x \in Z)(\exists y \in Z)[x \times y = 0]$
2.  $(\exists x \in Z)(\forall y \in Z)[x \times y = 0]$
3.  $(\forall x \in Z)(\exists y \in Z)[x + y = 0]$
4.  $(\exists x \in Z)(\forall y \in Z)[x + y = 0]$

**Problem 2 (15 points):** 可能な辺がすべて存在する (無向) グラフを完全グラフと呼ぶ.  $n$  頂点から構成される完全グラフの辺の本数は何本か. (証明不要)

Problem 3 (15 points): 以下の決定性有限オートマトン  $D$  を  $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$  で定義せよ . また  $D$  が受理する言語を正則表現で書け .



**Problem 4 (15 points):** 2つの決定性有限オートマトン  $D_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$  と  $D_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$  が与えられたとき,  $D_1$  が受理する言語  $L(D_1)$  と  $D_2$  が受理する言語  $L(D_2)$  の和集合  $L(D_1) \cup L(D_2)$  を受理する  $\epsilon$  動作つき非決定性有限オートマトン  $N = (Q, \Sigma, \delta, q, F)$  を構成せよ. 構成手順は省略しても良いが, 最終的に得られる  $N$  は 形式的かつ厳密に 記述すること. (Hint: 言語  $L_1$  と  $L_2$  の和集合  $L_1 \cup L_2$  は  $L_1 \cup L_2 = \{x \mid x \in L_1 \text{ または } x \in L_2\}$  と定義される.)

**Problem 5 (15 points):** 正則表現  $10^*1^*(0+1)$  で表わすことができる言語を受理する 決定性有限オートマトン を書け。形式的に書いても，Problem 3 の図のように描いてもよい。最終的なオートマトンだけ書けばよいが，導出過程があるなら，それも書くこと。

**Problem 6 (15 points):**  $\Sigma = \{0, 1\}$  上の言語  $L = \{w \mid \text{ある文字列 } w' \text{ が存在して } w = w'w'^R\}$  を生成する文脈自由文法  $G = (V, \{0, 1\}, P, S)$  を与えよ . (例:  $00 \in L, 010 \notin L, 11111 \notin L, 110011 \in L$ )

**Problem 7 (10 points):**  $n$  頂点から構成される連結なグラフは、必ず  $n - 1$  本以上の辺をもつ。つまり  $n - 2$  本以下の辺しかもたない  $n$  頂点のグラフは非連結である。これを証明せよ。(Hint: もし  $n - 2$  本以下の辺をもつ  $n$  頂点の連結グラフがあったとしたら、その中でもっとも小さいグラフはどのようなグラフだろうか。)