

# I118 グラフとオートマトン理論 テスト

2010 年 1 月 31 日 (日) 13:30 ~ 15:00

上原 隆平 (uehara@jaist.ac.jp)

学生番号 (Student ID) \_\_\_\_\_ 氏名 (Name) \_\_\_\_\_

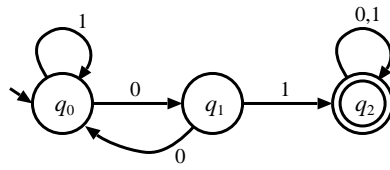
全 6 問から 5 問選んで, その解答を対応する問題の下の余白に書くこと. 余白が足りない場合は裏を使ってもよい. 各問 20 点で上位 5 問の合計を得点とする.

**Problem 1:**  $Z$  を整数の集合とする. このとき, 次の命題が間違っているか合っているかを明記して, それぞれの理由を説明せよ.

1.  $(\forall x \in Z)(\exists y \in Z)[x \times y = 0]$
2.  $(\exists x \in Z)(\forall y \in Z)[x \times y = 0]$
3.  $(\forall x \in Z)(\exists y \in Z)[x + y = 0]$
4.  $(\exists x \in Z)(\forall y \in Z)[x + y = 0]$

**Problem 2:** 有向グラフ上の任意の頂点  $u$  と  $v$  に対して  $u$  から  $v$  が到達可能である時, そのグラフを強連結と言う.  $n$  頂点から構成される強連結グラフの辺の本数の最小値を示せ. (証明不要)

Problem 3: 以下の決定性有限オートマトン  $D$  を  $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$  で定義せよ . また  $D$  が受理する言語を正則表現で書け .



**Problem 4:** 2つの決定性有限オートマトン  $D_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$  と  $D_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$  が与えられたとき,  $D_1$  が受理する言語  $L(D_1)$  と  $D_2$  が受理する言語  $L(D_2)$  の接続  $L(D_1) \cdot L(D_2)$  を受理する  $\epsilon$  動作つき非決定性有限オートマトン  $N = (Q, \Sigma, \delta, q, F)$  を構成せよ. 最終的に得られる  $N$  を 形式的かつ厳密に 記述すること. (定義: 言語  $L_1$  と  $L_2$  の接続  $L_1 \cdot L_2$  は  $L_1 \cdot L_2 = \{xy \mid x \in L_1 \text{ かつ } y \in L_2\}$  と定義される.)

**Problem 5:**  $\Sigma = \{0, 1\}$  上の言語  $L = \{w \mid w = w^R\}$  を生成する文脈自由文法  $G = (V, \{0, 1\}, P, S)$  を与えよ . (例:  $00 \in L, 010 \in L, 111011 \notin L, 110011 \in L$ ; 特に  $010 \in L$  であることに注意せよ .)

**Problem 6:**  $n$  頂点から構成される連結で閉路を持たないグラフを木という.  $n$  頂点の木の辺の本数は必ず  $n - 1$  本である. また頂点  $v$  に接続している辺の本数をその頂点の次数という. 木において, 次数が 1 である頂点を葉という. 木は必ず葉をもつことを証明せよ.