

1/14

**計算量クラス間の定義を概観すると...**

クラス  $\mathcal{P}$  の定義 (5章)  
 集合  $L$  がクラス  $\mathcal{P}$  に入る  $\Leftrightarrow$   
 以下を満たす多項式時間計算可能述語  $R$  が存在:  
 各  $x \in \Sigma^*$  で  $x \in L \Leftrightarrow R(x)$

クラス  $\mathcal{NP}$  の定義 (定義 5.2)  
 集合  $L$  がクラス  $\mathcal{NP}$  に入る  $\Leftrightarrow$   
 以下を満たす多項式  $q$  と多項式時間計算可能述語  $R$  が存在:  
 各  $x \in \Sigma^*$  で  $x \in L \Leftrightarrow \exists w \in \Sigma^*: |w| \leq q(|x|)[R(x,w)]$

クラス  $\text{co-}\mathcal{NP}$  の定義 (定理 5.5)  
 集合  $L$  がクラス  $\text{co-}\mathcal{NP}$  に入る  $\Leftrightarrow$   
 以下を満たす多項式  $q$  と多項式時間計算可能述語  $R$  が存在:  
 各  $x \in \Sigma^*$  で  $x \in L \Leftrightarrow \forall w \in \Sigma^*: |w| \leq q(|x|)[R(x,w)]$

1/14

**Observation of the definitions of the classes...**

Def: Class  $\mathcal{P}$  (Chapter 5)  
 Set  $L$  is in the class  $\mathcal{P} \Leftrightarrow$   
 There exists a poly-time computable predicate  $R$  such that  
 for each  $x \in \Sigma^*$ ,  $x \in L \Leftrightarrow R(x)$

Def: Class  $\mathcal{NP}$  (Def 5.2)  
 Set  $L$  is in the class  $\mathcal{NP} \Leftrightarrow$   
 There exists a poly  $q$  and a poly-time computable pred.  $R$  s.t.  
 for each  $x \in \Sigma^*$ ,  $x \in L \Leftrightarrow \exists w \in \Sigma^*: |w| \leq q(|x|)[R(x,w)]$

Def: Class  $\text{co-}\mathcal{NP}$  (Theorem 5.5)  
 Set  $L$  is in the class  $\text{co-}\mathcal{NP} \Leftrightarrow$   
 There exists a poly  $q$  and a poly-time computable pred.  $R$  s.t.  
 for each  $x \in \Sigma^*$ ,  $x \in L \Leftrightarrow \forall w \in \Sigma^*: |w| \leq q(|x|)[R(x,w)]$

2/14

**第6章 多項式時間計算可能性の分析**

**6.1. 多項式時間還元可能性**

**定義 6.1:**  
 $A$  と  $B$  を任意の集合とする.  
 (1) 関数  $h: A \rightarrow B$ : **多項式時間還元** (polynomial-time reduction)  
 $\Leftrightarrow$ 

- (a)  $h$  は  $\Sigma^*$  から  $\Sigma^*$  への全域的関数
- (b)  $x \in \Sigma^*[x \in A \leftrightarrow h(x) \in B]$
- (c)  $h$  は多項式時間計算可能.

(2)  $A$  から  $B$  への多項式時間還元が存在するとき,  
 $A$  は  $B$  へ多項式時間還元可能という (polynomial time reducible).  
 このとき, 次のように書く:

$A \leq_m^p B$

2/14

**Chapter 6. Analysis on Polynomial-Time Computability**

**6.1. Polynomial-time Reducibility**

**Def. 6.1:**  
 Let  $A$  and  $B$  be arbitrary sets.  
 (1) function  $h: A \rightarrow B$ : **polynomial-time reduction**  
 $\Leftrightarrow$ 

- (a)  $h$  is a total function from  $\Sigma^*$  onto  $\Sigma^*$
- (b)  $x \in \Sigma^*[x \in A \leftrightarrow h(x) \in B]$
- (c)  $h$  is polynomial-time computable.

(2) When there is a polynomial-time reduction from  $A$  to  $B$ ,  
 we say  $A$  is **polynomial-time reducible to  $B$** .  
 Then, we denote by

$A \leq_m^p B$

3/14

$A \leq_m^p B$  多項式時間の範囲内では,  $A$  の難しさ  $\leq$   $B$  の難しさ

**定理 6.1.**  $A \leq_m^p B$  のとき,

- (1)  $B \in \mathcal{P} \rightarrow A \in \mathcal{P}$ .
- (2)  $B \in \mathcal{NP} \rightarrow A \in \mathcal{NP}$ .
- (3)  $B \in \text{co-}\mathcal{NP} \rightarrow A \in \text{co-}\mathcal{NP}$ .
- (4)  $B \in \mathcal{EXP} \rightarrow A \in \mathcal{EXP}$ .

補注: クラス  $\mathcal{E}$  は例外. 一般には,  $B \in \mathcal{E} \rightarrow A \in \mathcal{E}$  とはならない.

**例 6.2:**  $\text{ONE} \equiv \{1\}$  と定義するとき, クラス  $\mathcal{P}$  のすべての集合  $L$  について  $L \leq_m^p \text{ONE}$  が成り立つ.  $h(x) \equiv \begin{cases} 1, & x \in L \text{ のとき,} \\ 0, & \text{その他のとき} \end{cases}$

と定義すると, (1)  $h$  は  $\Sigma^*$  から  $\Sigma^*$  への全域的関数.  
 (2)  $x \in \Sigma^*[x \in L \leftrightarrow h(x) \in \text{ONE}]$   
 (3)  $h$  は多項式時間計算可能 ( $L \in \mathcal{P} \rightarrow x \in L$  の判定も多項式時間内)

3/14

$A \leq_m^p B$  within polynomial time, hardness of  $A \leq$  that of  $B$

**Theorem 6.1**  $A \leq_m^p B$  leads to,

- (1)  $B \in \mathcal{P} \rightarrow A \in \mathcal{P}$ .
- (2)  $B \in \mathcal{NP} \rightarrow A \in \mathcal{NP}$ .
- (3)  $B \in \text{co-}\mathcal{NP} \rightarrow A \in \text{co-}\mathcal{NP}$ .
- (4)  $B \in \mathcal{EXP} \rightarrow A \in \mathcal{EXP}$ .

Note: class  $\mathcal{E}$  is exceptional. Generally,  $B \in \mathcal{E} \rightarrow A \in \mathcal{E}$  is not true.

**Ex. 6.2:** If we define  $\text{ONE} \equiv \{1\}$ , for each set  $L$  in  $\mathcal{P}$  we have  $L \leq_m^p \text{ONE}$

If we define  $h(x) \equiv \begin{cases} 1, & \text{if } x \in L, \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$

- (1)  $h$  is a total function from  $\Sigma^*$  onto  $\Sigma^*$ .
- (2)  $x \in \Sigma^*[x \in L \leftrightarrow h(x) \in \text{ONE}]$
- (3)  $h$  is polynomial-time computable (so is computation  $L \in \mathcal{P} \rightarrow x \in L$ )

4/14

**定理6.2:**  $A, B, C$ : 任意の集合

(1)  $A \leq_m^p A$   
 (2)  $A \leq_m^p B \wedge B \leq_m^p C \rightarrow A \leq_m^p C$

定義:  $A \equiv_m^p B \leftrightarrow A \leq_m^p B \wedge B \leq_m^p A$   
 $\equiv_m^p$  は同値関係

4/14

**Theorem 6.2:**  $A, B, C$ : arbitrary sets

(1)  $A \leq_m^p A$   
 (2)  $A \leq_m^p B \wedge B \leq_m^p C \rightarrow A \leq_m^p C$

Def:  $A \equiv_m^p B \leftrightarrow A \leq_m^p B \wedge B \leq_m^p A$   
 $\equiv_m^p$  is an equivalence relation.

5/14

**命題論理式の充足可能性問題の間の関係**

2SAT (命題論理式充足性問題: 二和積形式)  
 3SAT (命題論理式充足性問題: 三和積形式)  
 SAT (命題論理式充足性問題)  
 ExSAT (拡張命題論理式充足性問題)

$2SAT \leq_m^p 3SAT$  • 高々k個... 自明  
• ちょうどk個...  
➢ 同じリテラルを使ってよいなら簡単。  
➢ だめなら... 考えてみよう!

同様に,  
 $3SAT \leq_m^p SAT \leq_m^p ExSAT$   
 $2SAT \leq_m^p 3SAT \leq_m^p SAT \leq_m^p ExSAT$  (6.1)  
 ここで  
 $ExSAT \leq_m^p 3SAT$   
 あることを示せると,  
 $3SAT \equiv_m^p SAT \equiv_m^p ExSAT$   
 となる。

5/14

**Relation among satisfiability problems of propositional expressions**

2SAT (propositional satisfiability problem)  
 3SAT  
 SAT  
 ExSAT (extended propositional satisfiability problem)

$2SAT \leq_m^p 3SAT$  • at most k... trivial  
• exactly k...  
➢ easy if you can repeat the same literal.  
➢ the other case ... good exercise!

Similarly,  
 $3SAT \leq_m^p SAT \leq_m^p ExSAT$   
 $2SAT \leq_m^p 3SAT \leq_m^p SAT \leq_m^p ExSAT$  (6.1)  
 Here, if we can show  
 $ExSAT \leq_m^p 3SAT$   
 then we have  
 $3SAT \equiv_m^p SAT \equiv_m^p ExSAT$

6/14

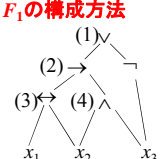
**例6.3: ExSATから3SATへの還元**

$E_1(x_1, x_2, x_3) \equiv [[x_1 \leftrightarrow x_2] \rightarrow [x_2 \wedge x_3]] \vee \neg x_3$   
 $F_1(x_1, x_2, x_3) \equiv U_1 \wedge [U_1 \leftrightarrow [U_2 \vee \neg x_3]] \wedge [U_2 \leftrightarrow [U_3 \rightarrow U_4]]$   
 $\wedge [U_3 \leftrightarrow [x_1 \leftrightarrow x_2]] \wedge [U_4 \leftrightarrow [x_2 \wedge x_3]]$

このとき,  $[E_1 \text{が充足可能}] \leftrightarrow [F_1 \text{が充足可能}]$  (6.2)  
 $F_1$ は三和積形式に直しやすい形になっている。

**$F_1$ の構成方法**

(1)  $V_1 \equiv V_2 \vee \neg x_3$   
 (2)  $V_2 \equiv [V_3 \rightarrow V_4]$   
 (3)  $V_3 \equiv [x_1 \leftrightarrow x_2]$   
 (4)  $V_4 \equiv x_2 \wedge x_3$



$F_1$ を構成するために,  $V_i \rightarrow U_i$ とし,  $V_i$ の定義式を  $\wedge$  で結ぶ

6/14

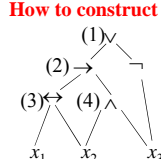
**Ex. 6.3: Reduction from ExSAT to 3SAT**

$E_1(x_1, x_2, x_3) \equiv [[x_1 \leftrightarrow x_2] \rightarrow [x_2 \wedge x_3]] \vee \neg x_3$   
 $F_1(x_1, x_2, x_3) \equiv U_1 \wedge [U_1 \leftrightarrow [U_2 \vee \neg x_3]] \wedge [U_2 \leftrightarrow [U_3 \rightarrow U_4]]$   
 $\wedge [U_3 \leftrightarrow [x_1 \leftrightarrow x_2]] \wedge [U_4 \leftrightarrow [x_2 \wedge x_3]]$

Then,  $[E_1 \text{ is satisfiable}] \leftrightarrow [F_1 \text{ is satisfiable}]$  (6.2)  
 $F_1$  is easier to be converted to 3SAT form.

**How to construct  $F_1$**

(1)  $V_1 \equiv V_2 \vee \neg x_3$   
 (2)  $V_2 \equiv [V_3 \rightarrow V_4]$   
 (3)  $V_3 \equiv [x_1 \leftrightarrow x_2]$   
 (4)  $V_4 \equiv x_2 \wedge x_3$



To construct  $F_1$  we let  $V_i \rightarrow U_i$ , and connect expressions of  $V_i$  by  $\wedge$

$F_1$  の構成方法より, 7/14  
 (1) 各  $U_i$  の値を  $V_i(x_1, x_2, x_3)$  としない限り,  $F_1$  は真にはならない.  
 (2) 各  $U_i$  の値を  $V_i(x_1, x_2, x_3)$  としたとき,  $F_1 = E_1$

上の性質が成り立つことは, 帰納法を用いるなどして証明可能.  
 証明は省略.

**三和積形式への変換**

$$a \rightarrow b = \neg a \vee b$$

$$a \leftrightarrow b = (a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow a) = [\neg a \vee b] \wedge [\neg b \vee a] \text{ であることを用いる.}$$

$$U_1 \leftrightarrow [U_2 \vee \neg x_3] = [\neg U_1 \vee U_2 \vee \neg x_3] \wedge [U_1 \vee \neg(U_2 \vee \neg x_3)]$$

$$= [\neg U_1 \vee U_2 \vee \neg x_3] \wedge [U_1 \vee [\neg U_2 \wedge x_2]]$$

$$= [\neg U_1 \vee U_2 \vee \neg x_3] \wedge [U_1 \vee \neg U_2] \wedge [U_1 \vee x_2]$$

$$= [\neg U_1 \vee U_2 \vee \neg x_3] \wedge [U_1 \vee \neg U_2 \vee \neg U_2] \wedge [U_1 \vee x_2 \vee x_2]$$

他も同様.  
 よって, すべて三和積形式に変形できることがわかる.

From the construction of  $F_1$  7/14  
 (1)  $F_1$  is never true unless each  $U_i$  is  $V_i(x_1, x_2, x_3)$ .  
 (2) If each  $U_i$  is  $V_i(x_1, x_2, x_3)$ , we have  $F_1 = E_1$

The above properties are proved by using induction.  
 proof is omitted.

**Conversion to 3SAT form**

$$a \rightarrow b = \neg a \vee b$$

$$a \leftrightarrow b = (a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow a) = [\neg a \vee b] \wedge [\neg b \vee a]: \text{ useful relations}$$

$$U_1 \leftrightarrow [U_2 \vee \neg x_3] = [\neg U_1 \vee U_2 \vee \neg x_3] \wedge [U_1 \vee \neg(U_2 \vee \neg x_3)]$$

$$= [\neg U_1 \vee U_2 \vee \neg x_3] \wedge [U_1 \vee [\neg U_2 \wedge x_2]]$$

$$= [\neg U_1 \vee U_2 \vee \neg x_3] \wedge [U_1 \vee \neg U_2] \wedge [U_1 \vee x_2]$$

$$= [\neg U_1 \vee U_2 \vee \neg x_3] \wedge [U_1 \vee \neg U_2 \vee \neg U_2] \wedge [U_1 \vee x_2 \vee x_2]$$

Others are similar.  
 Thus, every 3SAT form is converted.

**6.2. 多項式時間還元可能性に基づく完全性** 8/14

**6.2.1. 完全性の定義とその基本的性質**

定義6.2: 計算量クラス  $C$  に対し, 集合  $A$  が次の条件を満たすとき, それを ( $\leq_m^P$  の下で)  $C$ -完全という.

- (a)  $\forall L \in C [L \leq_m^P A]$
- (b)  $A \in C$

補注: 条件(a)を満たす集合は  $C$ -困難.

**6.2. Completeness based on Polynomial-time Reducibility** 8/14

**6.2.1. Definition of Completeness and its Basic Properties**

Def.6.2: For a class  $C$ , if a set  $A$  satisfies the following conditions, then it is called  $C$ -complete (under  $\leq_m^P$ )

- (a)  $\forall L \in C [L \leq_m^P A]$
- (b)  $A \in C$

Note: Sets satisfying the condition (a) are called  $C$ -hard.

**6.2. 多項式時間還元可能性に基づく完全性** 9/14

**6.2.1. 完全性の定義とその基本的性質**

**例6.5. クラス  $\mathcal{NP}$  の完全集合の例**

3SAT, SAT, ExSAT, DHAM, KNAP, BIN, VC など  
 クラス  $\mathcal{EXP}$  の完全集合  
 EVAL-IN-E, HALT-IN-E など

EVAL-IN-E:

入力:  $\langle a, x, \bar{i} \rangle$

$a$ : 1 入力プログラムのコード,  $x \in \Sigma^*$ ,  $\bar{i} \geq 0$

出力:  $eval-in-time(a, x, \bar{i}) = accept?$

**6.2. Completeness based on Polynomial-time Reducibility** 9/14

**6.2.1. Definition of Completeness and its Basic Properties**

**Ex.6.5. Examples of  $\mathcal{NP}$ -complete sets**

3SAT, SAT, ExSAT, DHAM, KNAP, BIN, VC, etc  
 $\mathcal{EXP}$ -complete sets  
 EVAL-IN-E, HALT-IN-E, etc.

EVAL-IN-E:

Input:  $\langle a, x, \bar{i} \rangle$

$a$ : the code of a program with 1 input,  $x \in \Sigma^*$ ,  $\bar{i} \geq 0$

Output:  $eval-in-time(a, x, \bar{i}) = accept?$

**定理6.3.** 任意のC-困難集合(含:C-完全集合)Aに対し,  
 (1)  $A \in \mathcal{P} \rightarrow C \subseteq \mathcal{P}$  対偶は  $C \not\subseteq \mathcal{P} \rightarrow A \notin \mathcal{P}$   
 (2)  $A \in \mathcal{NP} \rightarrow C \subseteq \mathcal{NP}$  対偶は  $C \not\subseteq \mathcal{NP} \rightarrow A \notin \mathcal{NP}$   
 (3)  $A \in \text{co-}\mathcal{NP} \rightarrow C \subseteq \text{co-}\mathcal{NP}$  対偶は  $C \not\subseteq \text{co-}\mathcal{NP} \rightarrow A \notin \text{co-}\mathcal{NP}$   
 (4)  $A \in \mathcal{EXP} \rightarrow C \subseteq \mathcal{EXP}$  対偶は  $C \not\subseteq \mathcal{EXP} \rightarrow A \notin \mathcal{EXP}$

**証明:**  
 (1) Bを任意のC集合とすると, AはC-困難だから,  
 $B \leq_m^p A$  一方,  $A \in \mathcal{P}$ の仮定より,  $B \in \mathcal{P}$  (定理6.1)  
 (2), (3), (4)も同様

**Theorem 6.3.** For any C-hard (or C-complete) set A,  
 (1)  $A \in \mathcal{P} \rightarrow C \subseteq \mathcal{P}$  CP:  $C \not\subseteq \mathcal{P} \rightarrow A \notin \mathcal{P}$   
 (2)  $A \in \mathcal{NP} \rightarrow C \subseteq \mathcal{NP}$  CP:  $C \not\subseteq \mathcal{NP} \rightarrow A \notin \mathcal{NP}$   
 (3)  $A \in \text{co-}\mathcal{NP} \rightarrow C \subseteq \text{co-}\mathcal{NP}$  CP:  $C \not\subseteq \text{co-}\mathcal{NP} \rightarrow A \notin \text{co-}\mathcal{NP}$   
 (4)  $A \in \mathcal{EXP} \rightarrow C \subseteq \mathcal{EXP}$  CP:  $C \not\subseteq \mathcal{EXP} \rightarrow A \notin \mathcal{EXP}$

**Proof:** CP: contraposition  
 (1) Let B be any C-set. Then, since A is C-hard,  
 $B \leq_m^p A$  and by the assumption  $A \in \mathcal{P}$  we have  $B \in \mathcal{P}$  (Th. 6.1)  
 (2), (3), (4) are similar.

**定理6.3.** 任意のC-困難集合(含:C-完全集合)Aに対し,  
 (1)  $A \in \mathcal{P} \rightarrow C \subseteq \mathcal{P}$  対偶は  $C \not\subseteq \mathcal{P} \rightarrow A \notin \mathcal{P}$   
 (2)  $A \in \mathcal{NP} \rightarrow C \subseteq \mathcal{NP}$  対偶は  $C \not\subseteq \mathcal{NP} \rightarrow A \notin \mathcal{NP}$   
 (3)  $A \in \text{co-}\mathcal{NP} \rightarrow C \subseteq \text{co-}\mathcal{NP}$  対偶は  $C \not\subseteq \text{co-}\mathcal{NP} \rightarrow A \notin \text{co-}\mathcal{NP}$   
 (4)  $A \in \mathcal{EXP} \rightarrow C \subseteq \mathcal{EXP}$  対偶は  $C \not\subseteq \mathcal{EXP} \rightarrow A \notin \mathcal{EXP}$

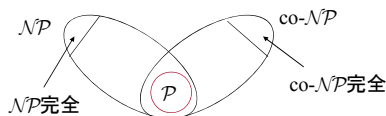
**例6.6. 定理6.3の意味(クラスNP)** **定理5.9.**  
 $A$ をNP-完全集合とする. (1)  $\mathcal{NP} \subseteq \text{co-}\mathcal{NP} \rightarrow \mathcal{NP} = \text{co-}\mathcal{NP}$   
 定理6.3(1)の対偶より,  
 $\mathcal{NP} \neq \mathcal{P} \rightarrow A \notin \mathcal{P}$   
 定理6.3(3)の対偶と定理5.9(1)の対偶より,  
 $A \notin \text{co-}\mathcal{NP}$   
 つまり, NP-完全集合は  $\mathcal{P} \neq \mathcal{NP}$ である限り,  
 多項式時間では認識できない.

**Theorem 6.3.** For any C-hard (or C-complete) set A,  
 (1)  $A \in \mathcal{P} \rightarrow C \subseteq \mathcal{P}$  CP:  $C \not\subseteq \mathcal{P} \rightarrow A \notin \mathcal{P}$   
 (2)  $A \in \mathcal{NP} \rightarrow C \subseteq \mathcal{NP}$  CP:  $C \not\subseteq \mathcal{NP} \rightarrow A \notin \mathcal{NP}$   
 (3)  $A \in \text{co-}\mathcal{NP} \rightarrow C \subseteq \text{co-}\mathcal{NP}$  CP:  $C \not\subseteq \text{co-}\mathcal{NP} \rightarrow A \notin \text{co-}\mathcal{NP}$   
 (4)  $A \in \mathcal{EXP} \rightarrow C \subseteq \mathcal{EXP}$  CP:  $C \not\subseteq \mathcal{EXP} \rightarrow A \notin \mathcal{EXP}$

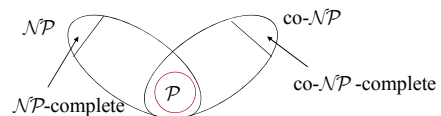
**Theorem 5.9.**  
 (1)  $\mathcal{NP} \subseteq \text{co-}\mathcal{NP} \rightarrow \mathcal{NP} = \text{co-}\mathcal{NP}$

**Ex.6.6: Meaning of Theorem 6.3 (class NP)**  
 Let A be NP-complete set.  
 By the contraposition of Theorem 6.3(1) we have  
 $\mathcal{NP} \neq \mathcal{P} \rightarrow A \notin \mathcal{P}$   
 By the contraposition of Theorem 6.3(3) and that of Theorem 5.9(1),  
 $A \notin \text{co-}\mathcal{NP}$   
 That is, NP-complete sets are NP-sets that cannot be recognized in polynomial time unless  $\mathcal{P} = \mathcal{NP}$ .

NP-完全集合は  $\mathcal{P} \neq \mathcal{NP}$ である限り,  $\mathcal{NP} \cap \text{co-}\mathcal{NP}$ には入らない NP集合である.



NP-complete sets are NP-sets that do not belong to  $\mathcal{NP} \cap \text{co-}\mathcal{NP}$  unless  $\mathcal{P} = \mathcal{NP}$ .



**定理6.4.**  $A$ : 任意の  $C$ -完全集合

- すべての集合  $B$  に対し,  
 (1)  $A \leq_m^p B \rightarrow B$  は  $C$ -困難.  
 (2)  $A \leq_m^p B \wedge B \in C \rightarrow B$  は  $C$ -完全.

証明:

定義6.2より,  $\forall L \in C[L \leq_m^p A]$

定理6.2より,  $L \leq_m^p A \wedge A \leq_m^p B \rightarrow L \leq_m^p B$

したがって,  $\forall L \in C[L \leq_m^p B]$

すなわち,  $B$  は  $C$ -困難.

**Theorem 6.4.**  $A$ : any  $C$ -complete set

- For any set  $B$  we have  
 (1)  $A \leq_m^p B \rightarrow B$  is  $C$ -hard.  
 (2)  $A \leq_m^p B \wedge B \in C \rightarrow B$  is  $C$ -complete.

Proof:

By Def. 6.2  $\forall L \in C[L \leq_m^p A]$

By Theorem 6.2,  $L \leq_m^p A \wedge A \leq_m^p B \rightarrow L \leq_m^p B$

Therefore,  $\forall L \in C[L \leq_m^p B]$

That is,  $B$  is  $C$ -hard.

$\mathcal{E}XP C \equiv \{L: L \text{ は } \mathcal{E}XP\text{-完全}\}$

$\mathcal{N}P C \equiv \{L: L \text{ は } \mathcal{N}P\text{-完全}\}$

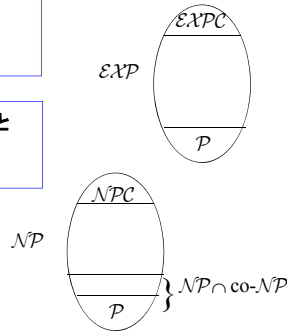
とすると, 次の定理が成り立つ.

**定理6.5.**

- (1)  $\mathcal{E}XP C \cap \mathcal{P} = \emptyset$   
 (2)  $\mathcal{E}XP - (\mathcal{E}XP C \cup \mathcal{P}) \neq \emptyset$

**定理6.6:**  $\mathcal{P} \neq \mathcal{N}P$  を仮定すると

- (1)  $\mathcal{N}P C \cap \mathcal{P} = \emptyset$   
 (2)  $\mathcal{N}P - (\mathcal{N}P C \cup \mathcal{P}) \neq \emptyset$



$\mathcal{E}XP C \equiv \{L: L \text{ is } \mathcal{E}XP\text{-complete}\}$

$\mathcal{N}P C \equiv \{L: L \text{ is } \mathcal{N}P\text{-complete}\}$

Then, we have the following theorems.

**Theorem 6.5.**

- (1)  $\mathcal{E}XP C \cap \mathcal{P} = \emptyset$   
 (2)  $\mathcal{E}XP - (\mathcal{E}XP C \cup \mathcal{P}) \neq \emptyset$

**Theorem 6.6:** Assuming  $\mathcal{P} \neq \mathcal{N}P$

- (1)  $\mathcal{N}P C \cap \mathcal{P} = \emptyset$   
 (2)  $\mathcal{N}P - (\mathcal{N}P C \cup \mathcal{P}) \neq \emptyset$

