

# I118 グラフとオートマトン理論 テスト

2010 年 9 月 19 日 (日) 4 限 (15:10–16:40)

上原 隆平 (uehara@jaist.ac.jp)

学生番号 (Student ID) \_\_\_\_\_ 氏名 (Name) \_\_\_\_\_

全 6 問から 5 問選んで、その解答を対応する問題の下の余白に書くこと。余白が足りない場合は裏を使ってもよい。各問 20 点で上位 5 問の合計を得点とする。

**Problem 1:**  $Z$  を整数の集合とする。このとき、次の命題が間違っているか正しいかを明記して、それぞれの理由を説明せよ。

1.  $(\forall x \in Z)(\exists y \in Z)[x + y = 1]$
2.  $(\forall x \in Z)(\exists y \in Z)[x \times y = 1]$
3.  $(\exists x \in Z)(\exists y \in Z)[x \times y = 1]$
4.  $(\exists x \in Z)(\forall y \in Z)[x \times y = 1]$

**Problem 2:** 有向グラフ上の任意の頂点  $u$  と  $v$  に対して  $u$  から  $v$  が到達可能である時, そのグラフを強連結と言う.  $n$  頂点から構成される強連結グラフの辺の本数の最小値を示せ. (証明不要)

**Problem 3:** 連結で閉路を持たないグラフを木という． $n$  頂点の木の辺の本数は必ず  $n - 1$  本である．また頂点  $v$  に接続している辺の本数をその頂点の次数という．木において，次数が 1 である頂点を葉という．木は必ず葉をもつことを証明せよ．

**Problem 4:** 決定性有限オートマトン  $D = (Q, \Sigma, \delta, q, F)$  が与えられたとき,  $D$  が受理する言語  $L(D)$  の否定  $L(\bar{D}) = \{x \mid x \notin L(D)\}$  を受理する決定性有限オートマトン  $\bar{D} = (Q', \Sigma, \delta', q', F')$  を構成せよ.  $Q', \delta', q', F'$  を形式的に明確に記述すること.

**Problem 5:** 決定性有限オートマトン  $D$  が与えられたとき,  $D$  が受理する言語  $L(D)$  の否定  $L(\bar{D}) = \{x \mid x \notin L(D)\}$  を受理する決定性有限オートマトン  $\bar{D}$  が構成できるとする. また, 2つの決定性有限オートマトン  $D_1$  と  $D_2$  が与えられたとき,  $D_1$  が受理する言語  $L(D_1)$  と  $D_2$  が受理する言語  $L(D_2)$  の和集合  $L(D_1) \cup L(D_2)$  を受理する決定性有限オートマトン  $D'$  が構成できるとする. これらを仮定したとき, 与えられた2つの決定性有限オートマトン  $D_1$  と  $D_2$  に対して,  $D_1$  が受理する言語  $L(D_1)$  と  $D_2$  が受理する言語  $L(D_2)$  の積集合  $L(D_1) \cap L(D_2)$  を受理する決定性有限オートマトンが構成できることを示せ.

**Problem 6:**  $\Sigma = \{0, 1\}$  上の言語  $L = \{w \mid \text{ある文字列 } w' \text{ が存在して } w = w'w'^R\}$  を生成する文脈自由文法  $G = (V, \{0, 1\}, P, S)$  を与えよ . (例:  $00 \in L, 010 \notin L, 11111 \notin L, 110011 \in L$ )