I216 計算量の理論と離散数学 Report (1)

2011 年度 1-1 期 (4〜5 月)

担当: 上原 隆平 (uehara@jaist.ac.jp)

出題 (Propose): 4 月 14 日 (木) (April 14 (Thu))

提出 (Deadline): 4 月 21 日 (木) O.H. 開始時 13:30 (April 21 (Thu), 13:30)

注意 (Note): レポートには氏名，学生番号，問題，解答を，すべて手書きで書くこと．(Do not forget to handwrite your name, student ID, problems, and answers on your report.)

以下の問題に答えよ．(Answer the following problems.)

Problem 1 (2 points): **0 を含む正の実数**の集合を $\mathbb{R}^+$ とする．つまり $x \in \mathbb{R}^+$ ならば $x \geq 0$ である．このとき，次の命題が間違っているか合っているかを明記して，それぞれの理由を説明せよ．(Let $\mathbb{R}^+$ denote the set of *positive* reals including 0. That is, $x \in \mathbb{R}^+$ implies $x \geq 0$. Then, for each of the following propositions, specify if it is correct or wrong with the description of reason.)

$$(\forall x \in \mathbb{R}^+)(\exists y \in \mathbb{R}^+)[x + y = 0] \tag{1}$$

$$(\exists x \in \mathbb{R}^+)(\forall y \in \mathbb{R}^+)[x + y = 0] \tag{2}$$

$$(\forall x \in \mathbb{R}^+)(\exists y \in \mathbb{R}^+)[x \times y = 1] \tag{3}$$

$$(\exists x \in \mathbb{R}^+)(\forall y \in \mathbb{R}^+)[x \times y = 1] \tag{4}$$

Problem 2 (2 points): 2 回目の授業で「実数全体の集合 $\mathbb{R}$ は非可算である」ことを証明した.（スライド 13 枚目）この証明の中の「実数」を「有理数」で置き換えると，一見「有理数全体の集合 $\mathbb{Q}$ は非可算である」ことが証明できているように見える．ところが本当は有理数は可算である．いったいどこがおかしいのか指摘せよ．(In the second class, we prove that “the set $\mathbb{R}$ of all real numbers is not enumerable.” (Slide number 13.) In the proof, we replace “real number” by “rational number.” Then, it seems that we obtain a proof of the claim “the set $\mathbb{Q}$ of all rational numbers is not enumerable.” However, the set of rational numbers is enumerable. Point out the wrong point in the proof.)

Problem 3 (2 points): 以下の式は正しいか．正しければ証明し，間違っていれば反証せよ．必要ならロピタルの定理を使ってもよい．(Determine if each of the following equations is correct or wrong. If it is corrent, prove it. If it is wrong, disprove it. You can use l’Hospital’s rule if you need it.)

1. $5n^8 + 4n^3 = O(n^{10} + n)$
2. $3n^2 = O(100n + 2)$
3. $n = O(2 \log n)$
4. $2 \log n = O(n)$
5. $n^3 = O(1.5^n)$