I216 計算量の理論と離散数学レポート (1)

2013, Term 2-1

上原隆平 (Ryuhei Uehara)(Room I67b, uehara@jaist.ac.jp)

出題 (Distribute) October 11(Fri)

提出期限 (Deadline): October 16(Wed), 13:30pm.

注意 (Note) レポートには氏名，学生番号，問題，解答を，すべて手書きで書くこと．(Do not forget to handwrite your name, student ID, problems, and answers on your report.)

以下の問題から 1 問選んで答えよ．(Answer one of the following three problems.)

Problem 1 (5 points): 有理数は可算集合であることを証明せよ．(Prove that the set of rational numbers is countable.)

Problem 2 (5 points): 自然数の集合 N は可算集合である．N の部分集合の集合 2^N は非可算集合であることを対角線論法で証明せよ．(The set N of natural numbers is countable. Now, prove that the set 2^N of subsets of N is *not* countable by diagonalization.) (**Hint**: For $S = \{1, 2, 3\}$, we have $2^S = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$.)

Problem 3 (5 points): 2 回目の授業で使ったスライドの 4.2 節で「実数の集合 R は非可算集合である」という定理の証明を行った．この中の「実数」をすべて「有理数」で置き換えてみると，一見「有理数全体の集合 R' は非可算集合である」という定理の証明になる．しかし有理数は可算である．証明のどこが間違っているか，指摘せよ．(In the slide of section 4.2 in the second lecture, we prove the theorem that claims “The set R of all real numbers is not countable.” Now let replace each “real” by “rational”. Then it seems that we prove the theorem that claims “The set R' of all rational numbers is not countable.” But, the set of all rational numbers is countable. Point out where is wrong.)