

I216 計算量の理論と離散数学レポート (1)

2013, III 期

上原隆平 (Ryuhei Uehara)(uehara@jaist.ac.jp)

出題 11月2日(土)

提出期限 11月16日(土) 13:30

注意 (Note) レポートには氏名, 学生番号, 問題, 解答を, すべて手書きで書くこと.

以下の問題から 1 問選んで答えよ.

Problem 1 (5 points): 区間 $(0, 1)$ にふくまれる有理数 (つまり互いに素な正整数 $0 < p < q$ に対して $0 < p/q < 1$ と表現される有理数) の集合は可算であることを証明せよ.

Problem 2 (5 points): 自然数の集合 N は可算集合である. N の部分集合の集合 2^N は非可算集合であることを対角線論法で証明せよ. (ヒント: $S = \{1, 2, 3\}$ なら, $2^S = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$ である.)

Problem 3 (5 points): 2 回目の授業で使ったスライドの 4.2 節で「実数の集合 R は非可算集合である」という定理の証明を行った. この中の「実数」をすべて「有理数」で置き換えてみると, 一見「有理数全体の集合 R' は非可算集合である」という定理の証明になる. しかし有理数は可算である. 証明のどこが間違っているか, 指摘せよ. ここから言えることは何か.