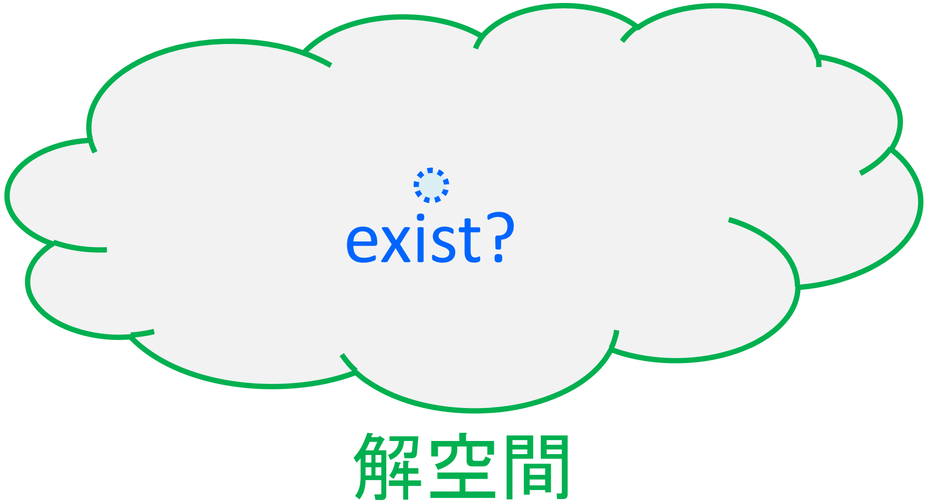
2013年12月20日
のスライド

Algorithms for independent set reconfiguration problem on graphs

Erik D. Demaine (MIT)
Martin L. Demaine (MIT)
伊藤健洋 (東北大学)
小野廣隆 (九州大学)
上原隆平 (北陸先端科学技術大学大学)

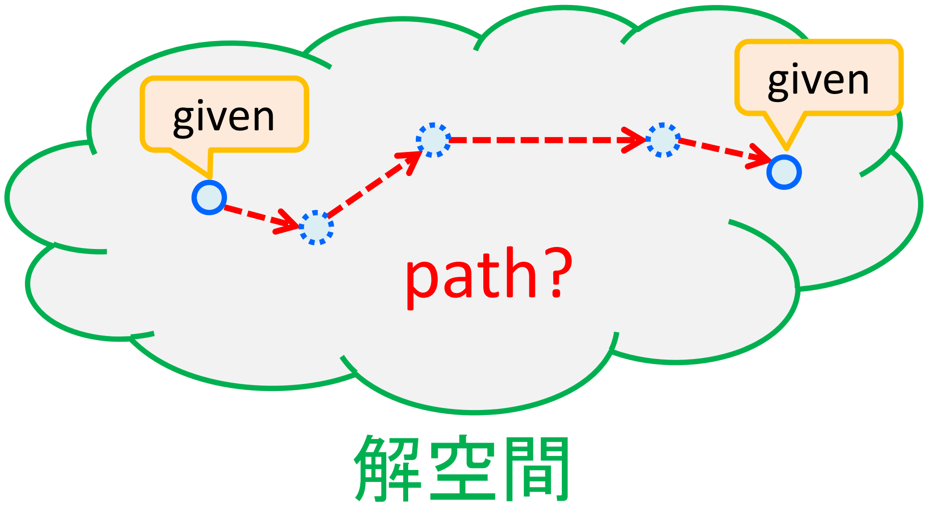
解の遷移問題

【通常の決定問題】
実行可能解が1つでも
存在するか判定したい



【遷移問題】
2つの実行可能解を結ぶ
解空間上のパスを見つけたい

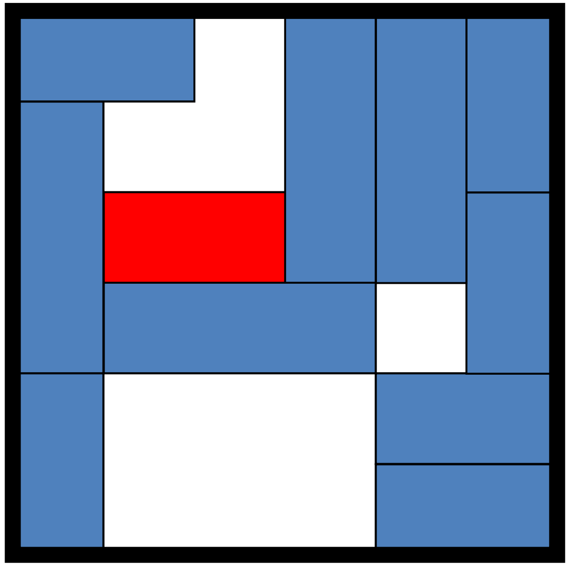
ただし，実行可能解のみを経由



既知の研究

遷移問題 ＝「解空間グラフ」における連結性を問う問題

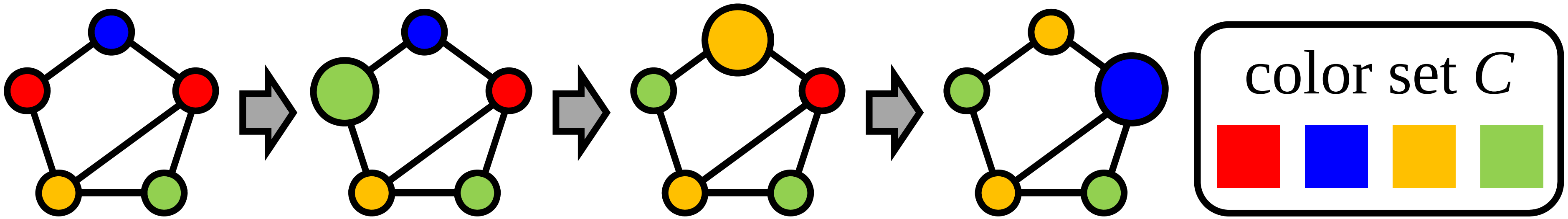
- sliding-block puzzle [HD 05]
- SAT 遷移 [GKMP 06]
- 点彩色 遷移 [BC 07 / CHJ 08]



［sliding-block puzzle］

［点彩色 遷移］

隣接関係：1回に変更できるのは，1点の色のみ



既知の研究

遷移問題 ＝「解空間グラフ」における連結性を問う問題

- sliding-block puzzle [HD 05]
- SAT 遷移 [GKMP 06]
- 点彩色 遷移 [BC 07 / CHJ 08]

遷移問題の枠組を提案 [IDHPSUU 08,11]

- ➢ 独立点集合 遷移
- ➢ 集合被覆 遷移
- ➢ クリーク 遷移
- ➢ マッチング 遷移

etc.

Joint work with

Takehiro Ito (Tohoku Univ.), Erik D. Demaine (MIT),
Nicholas J.A. Harvey (UBC), Christos H. Papadimitriou (UC Berkeley),
Martha Sideri (AUEB) and Yushi Uno (Osaka Pref. U)

既知の研究

遷移問題 ＝「解空間グラフ」における連結性を問う問題

- sliding-block puzzle [HD 05]
- SAT 遷移 [GKMP 06 / MTY 10, 11]
- 点彩色 遷移 [BC 07 / CHJ 08 / BJLPP 11 / BB 13]

遷移問題の枠組を提案 [IDHPSUU 08,11]

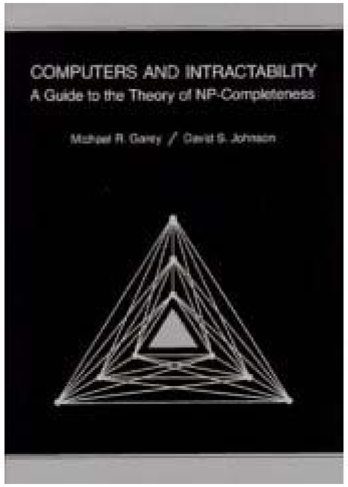
- 独立点集合 遷移
- 集合被覆 遷移
- クリーク 遷移
- マッチング 遷移

etc.

- リスト辺彩色 遷移 [IKD 09 / IKZ 11]
- 部分集合和 遷移 [ID 11]
- 独立点集合 遷移 [KMM 10]
- 最短路 遷移 [KMM 10 / B12]
- L(2,1)ラベリング 遷移 [IKOZ 12]
- 支配集合 遷移 [HS 13]

基となる問題: NP完全

flow of NP-completeness proofs



3SAT

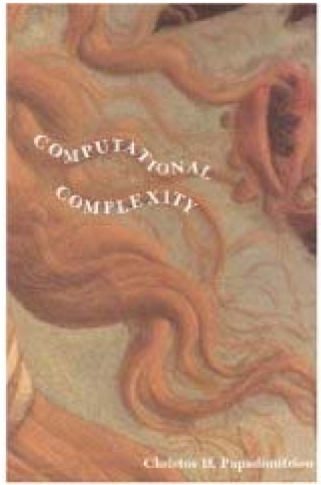
独立点集合

クリーク

点被覆

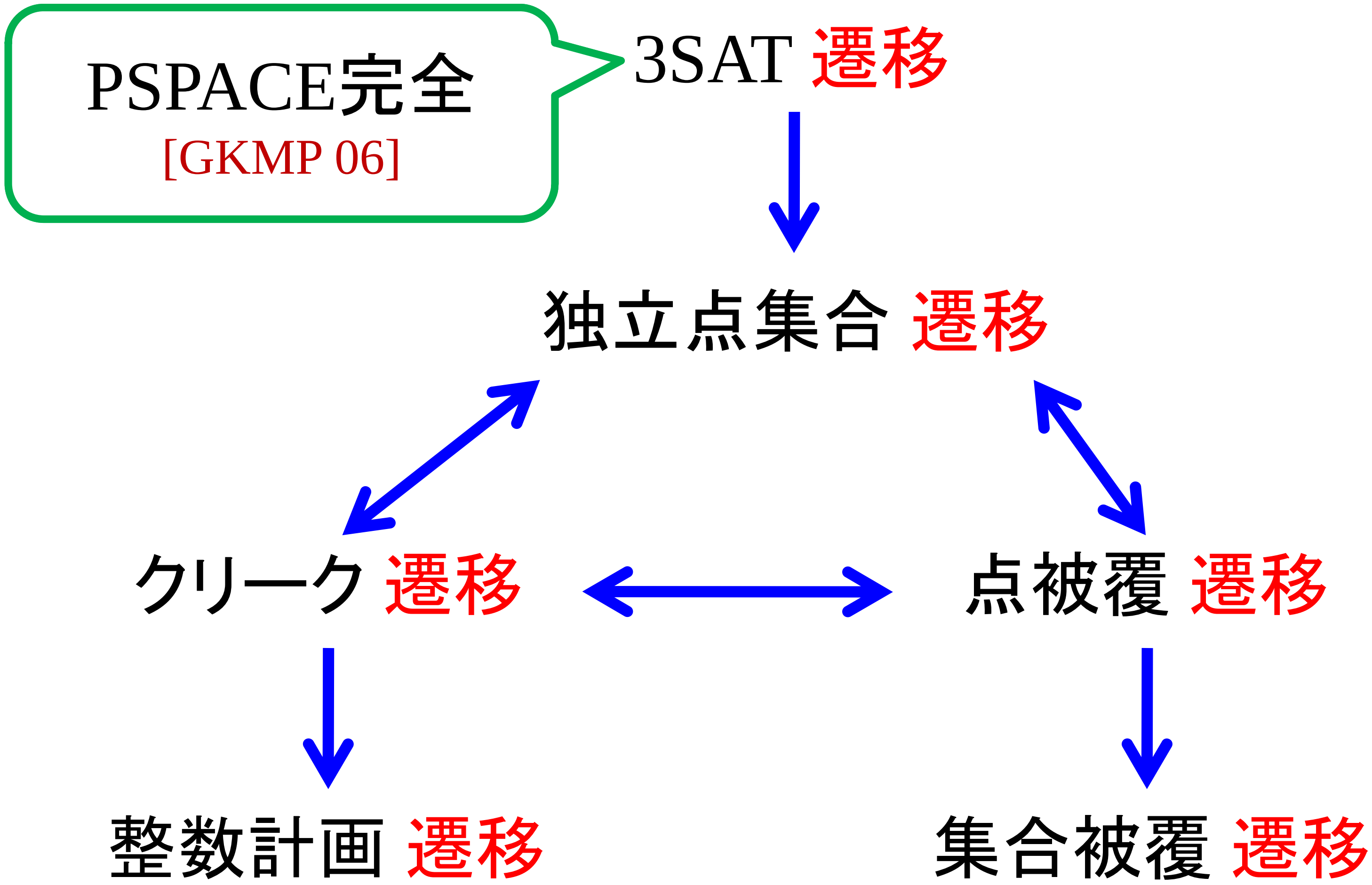
整数計画

集合被覆



遷移問題: PSPACE完全

flow of PSPACE-completeness proofs



「基問題がNP完全 ➔ 遷移問題はPSPACE完全」の例が多数

基問題とその遷移問題

しかし，計算困難性は必ずしも連動しない

解を1つ探すだけなら簡単 ←→ 連結性は難しい

	基問題	遷移問題
最短路	P	PSPACE完全
2部グラフの4点彩色	P	PSPACE完全
一般グラフの3点彩色	NP完全	P
ラベル5個のL(2,1)ラベリング	NP完全	P

解を1つ探すことは難しい ←→ 連結性は簡単

基問題とその遷移問題

しかし，計算困難性は必ずしも連動し

直径：超多項式

	基問題	遷移問題
最短路	P	PSPACE完全
2部グラフの4点彩色	P	PSPACE完全
一般グラフの3点彩色	NP完全	P
ラベル5個のL(2,1)ラベリング	NP完全	P

直径：多項式

【本研究の目的】

解空間グラフの直径が，

a. 多項式長になるのはどんな問題か？

b. 超多項式長になるのはどんな問題か？

これらの特徴づけから，「問題の難しさ」に新たな指標を与えたい．

本研究の目的と道筋

【本研究の目的】
解空間グラフの直径が，
　a.　多項式長になる問題の特徴づけ
　b.　超多項式長になる問題例の構成・特徴づけ
➔「問題の難しさ」に新たな指標を与えたい．

a. 多項式長になる問題の特徴づけ

➔ アルゴリズム的なアプローチ

➔ 遷移問題のアルゴリズム手法は確立されていない
（動的計画法など，メジャーな手法は使えないことが多い）

b. 超多項式長になる問題例の構成・特徴づけ

➔ SAT遷移，点彩色遷移では，知られている

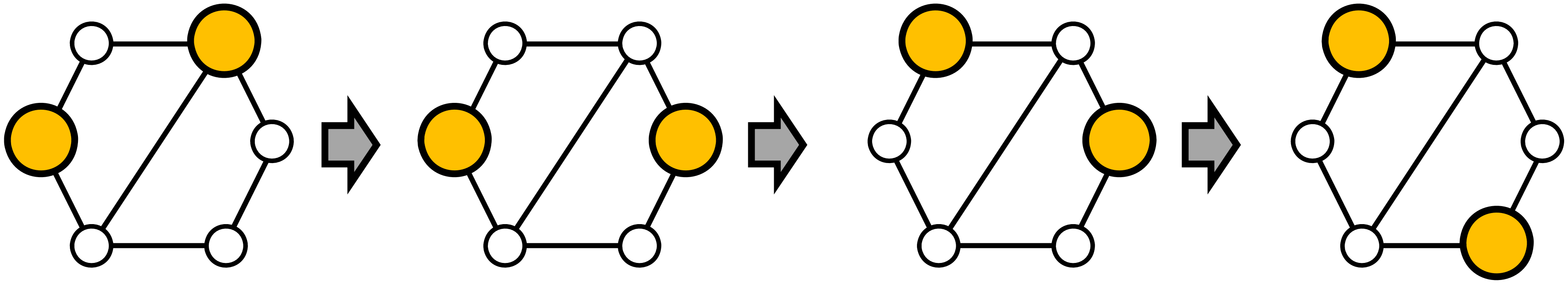
➔ もっと一般的に，構成法を与えられないか？

今日のテーマ

独立点集合

➔ 一般には，PSPACE完全（超多項式長になる）

➔ グラフ構造を限定すると，どうなるか？

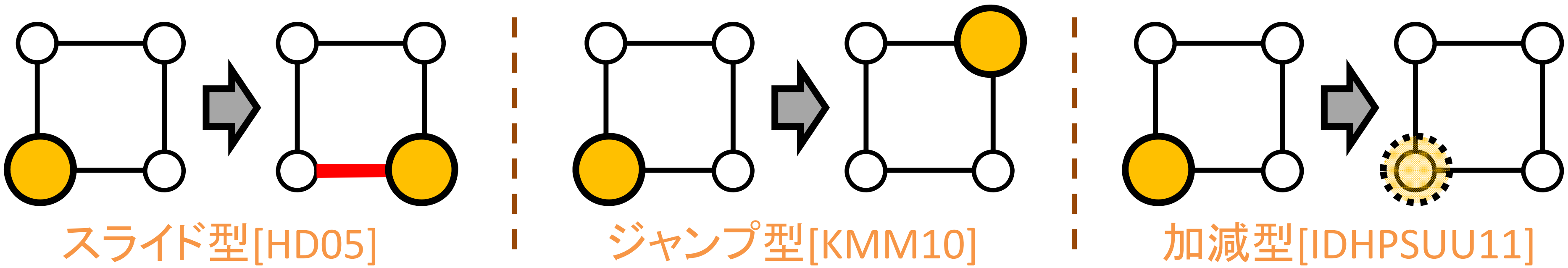


今日のテーマ

独立点集合

➔ 一般には，PSPACE完全（超多項式長になる）

➔ グラフ構造を限定すると，どうなるか？



独立点集合遷移では，隣接関係が3つ提案されている.

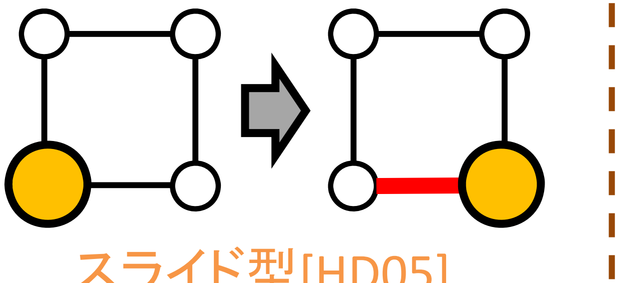
➔ スライド型は制限がキツイ：未解決な部分がある

今回の結果

独立点集合

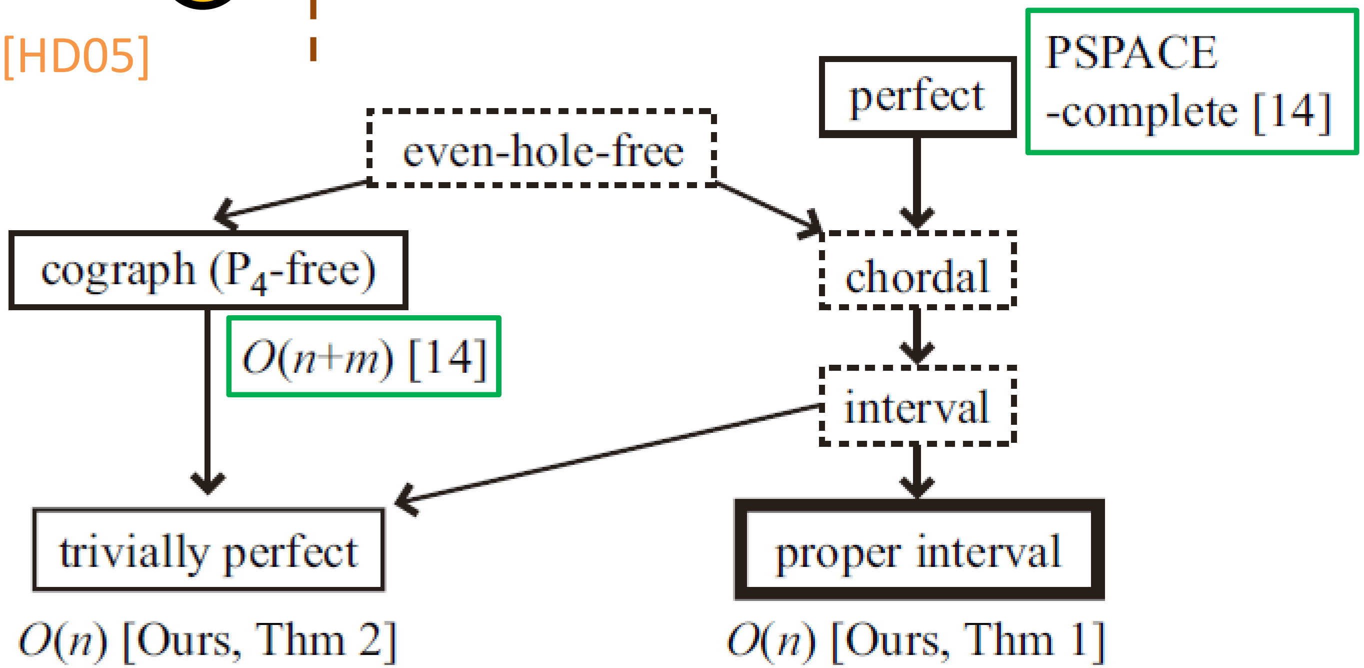
➔ 一般には，PSPACE完全（超多項式長になる）

➔ グラフ構造を限定すると，どうなるか？

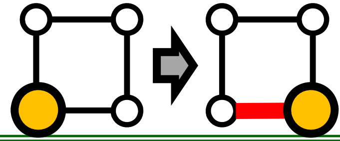


スライド型[HD05]

Kaminski et. al 2012



独立点遷移問題(スライド型)



定理1:

1. Proper interval graph に対しては、いつでもYes
2. 具体的な手順も$O(n)$時間で求められる
3. 手順長は$O(n^2)$

定理2:

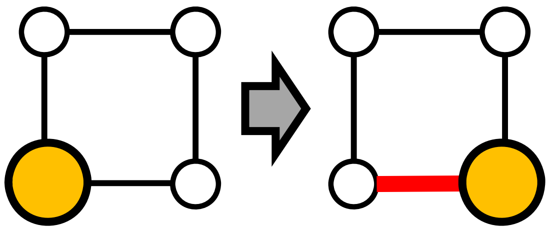
1. Trivially perfect graph に対する$O(n)$時間アルゴリズムが存在する
2. 具体的な手順も$O(n)$時間で求められる
3. 手順長は$O(n)$

今後のテーマ(1)：一般的なもの

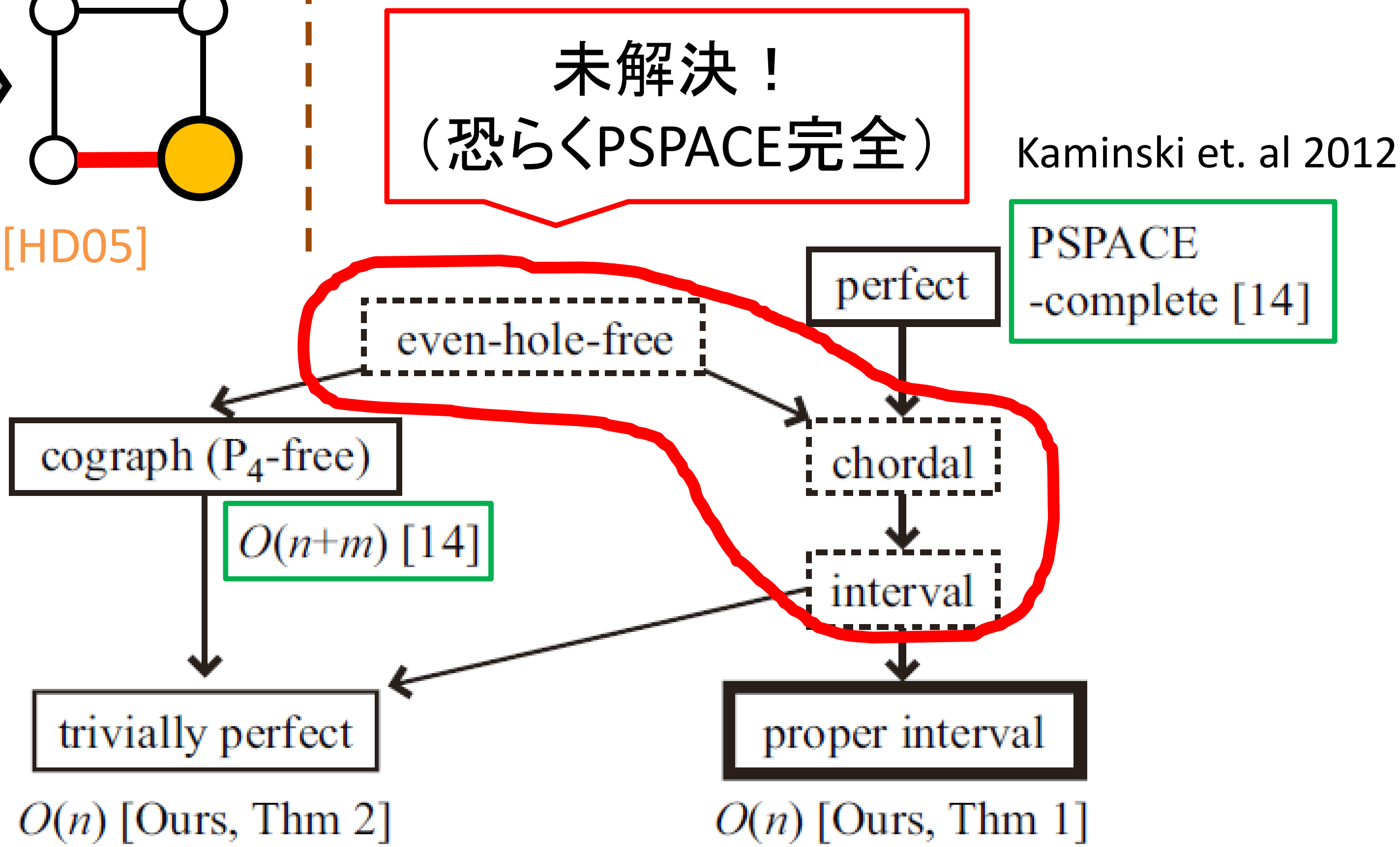
独立点集合

➔ 一般には，PSPACE完全（超多項式長になる）

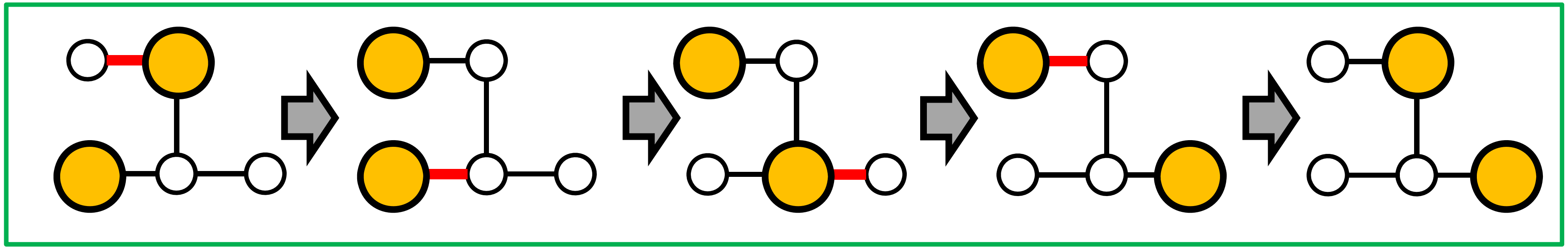
➔ グラフ構造を限定すると，どうなるか？



スライド型[HD05]



今後のテーマ(2):マニアックなもの

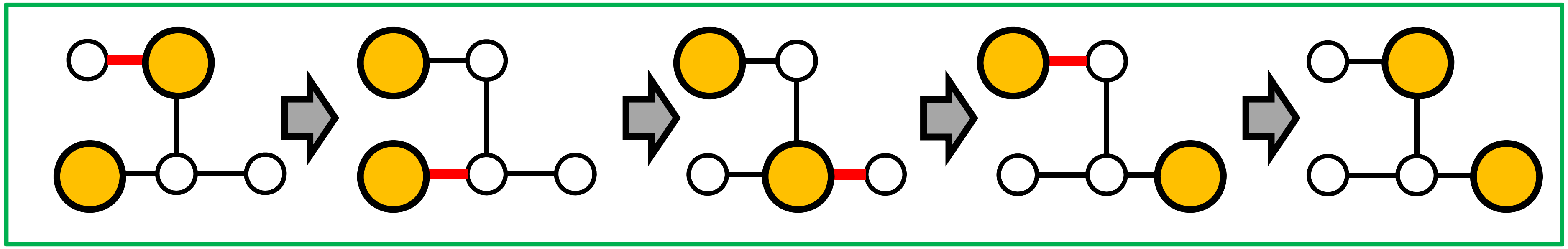


定理:

1. Proper interval graph に対して、いつでもYes
2. Trivially perfect graphに対するO(n)時間アルゴリズムが存在

- どちらも「迂回」は存在せず，解空間の最短路を求めている
- 「迂回」が必要なクラスについての多項式時間アルゴリズムは一つも見つかっていない
  - 例:木(Caterpillarさえ未解決)

その後の進展



いくつかのグラフクラスについて新たにPSPACE完全性が示された(2014)

- 「迂回」が必要なクラスについての多項式時間アルゴリズムは一つも見つかっていなかったが．．．
  - 例：木（Caterpillarさえ未解決だったが）
- 木については多項式時間アルゴリズムが与えられ，線形時間に改善された(2014)
- キャタピラは迂回が必要なクラスだが，最適手順を線形時間で求められることがわかった(2014)