I481F 計算幾何学特論レポート (1)

2014 年 11・12 月
上原隆平 (uehara@jaist.ac.jp)

出題: 11 月 15 日 (土)

提出期限: 11 月 29 日 (土)9:20

Note(注意): レポートには氏名，学生番号，問題，解答を忘れずに書くこと．提出は 11 月 29 日 (土)9:20 に紙で直接手渡してもよいし，それ以前に email で送付してもよい．email で送るときは必ず PDF ファイルで送ること．

以下の問題から 1 問選んで答えよ．

問題 1(5 ポイント): 単純多角形 P が点列 $P = (p_0, p_1, \ldots, p_{n-1}, p_n = p_0)$ で与えられたとする．各点 p_i の座標は (x_i, y_i) とする．この点列は反時計回りに P をたどっていると仮定する．また一般に多角形はいつでも耳を持つとする．このとき，多角形 P の面積が $\frac{1}{2}\sum_{i=0}^{n-1} x_i(y_{i+1} - y_{i-1})$ で与えられることを証明せよ．

問題 2(5 ポイント): 単純多角形 P が点列 $P = (p_0, p_1, \ldots, p_{n-1}, p_n = p_0)$ で与えられたとする．この点列は反時計回りに P をたどっていると仮定する．このとき，多角形 P が凸多角形であることを判定する線形時間アルゴリズムを与えよ．

問題 3(5 ポイント): 講義で説明した Jarvis のアルゴリズムの詳細（特に「紐をかけていく要領」の部分）を説明せよ．どのようにプログラムとして実装すればよいか．

問題 4(5 ポイント): いわゆるマスター定理について調査せよ．それに基づいて，分割統治に基づく凸包を求めるアルゴリズムが $O(n \log n)$ 時間で実行できることと，中央値を求めるアルゴリズムが $O(n)$ 時間で実行できることを示せ.（注意：前者の実行時間 $T_1(n)$ は $T_1(n) = 2T_1(n/2) + O(n)$ で，後者の実行時間 $T_2(n)$ は $T_2(n) = T_2(n/5) + T_2(3n/4) + O(n)$ であった．これらは本質的にどう違うのか？）