

計算幾何学特論：計算折り紙入門

上原 隆平

北陸先端科学技術大学院大学 情報科学研究科教授

一日目の演習問題や未解決問題のまとめ

展開図の簡単な歴史

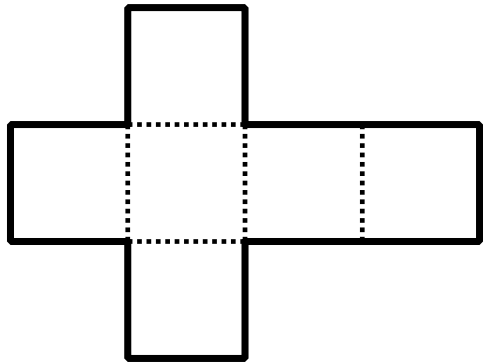
ポイント: 展開図に関してわかっていることは、ほとんどない

本研究の興味の対象:

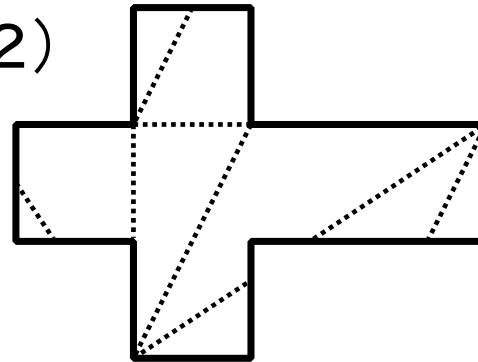
- 多角形Pが与えられたとき、Pから折ることのできる(凸)多面体Qの特徴づけ・アルゴリズム
- (凸)多面体Qが与えられたとき、展開して得られる多角形Pの特徴づけ・アルゴリズム

演習問題1: 何が折れるでしょう？

(1)



(2)



ちなみにこの「ラテンクロス」からは85通りで23種類の異なる凸多面体が折れることが知られている。

1. 展開図の基礎知識：演習問題2

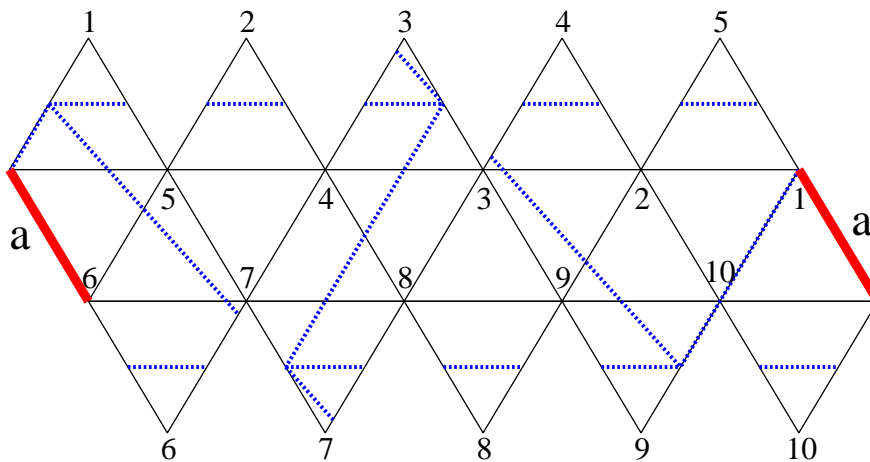
正多面体の一般展開図の最短カットの長さはいくら？

- 正4面体にはわりと美しい最適解があります
 - 最適解とその証明ができればなおよし
- 正8面体と正6面体
 - 最適解を見つけるのは、なんとかなると思う
 - 最適性を示すのは、手間がかかります
- 正20面体と正12面体
 - 最適解を見つけるのはちょっと大変かも

Introduction

惜しい! 例たち(上原2010)

演習問題3



正20面体 \Leftrightarrow 4単面体

以下の共通の展開図を
考えてみよ. どのくらい
正多面体に近い
か検討せよ.

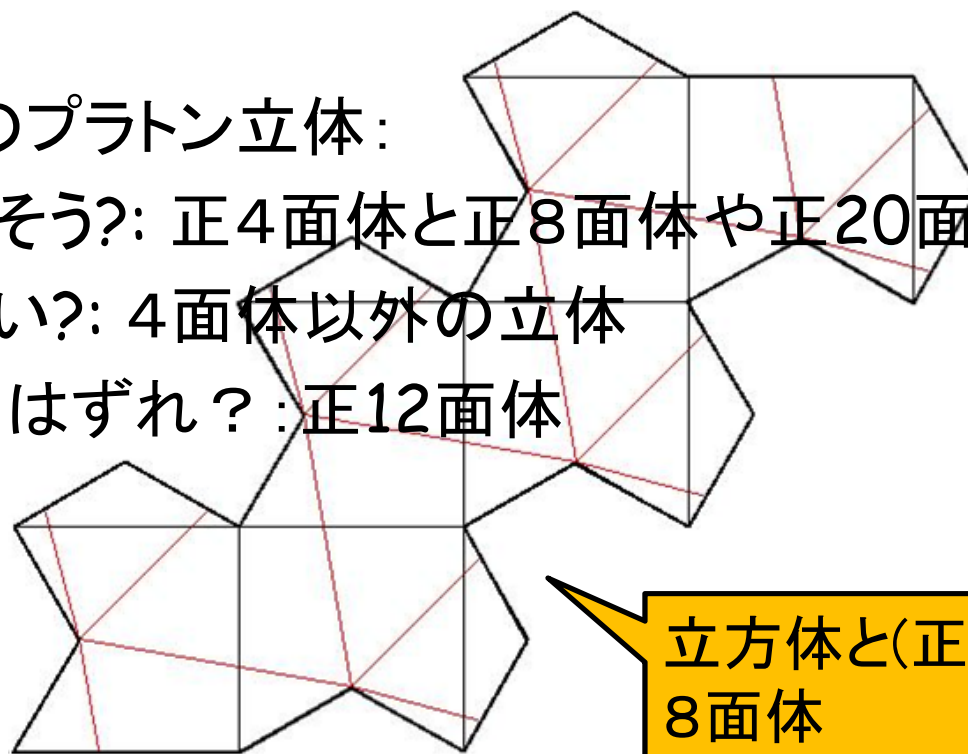
- 立方体 \Leftrightarrow 4単面体
- 八面体 \Leftrightarrow 4単面体

未解決問題

- [実験的な観測/予想] **定理** した「フラクタル曲線」は、 l_1 の値の連分数展開の係数によって決まる

- その他のプラトン立体:

- できそう?: 正4面体と正8面体や正20面体
- 難しい?: 4面体以外の立体
- 仲間はずれ?: 正12面体



このあたりなら、
多少はできそう

立方体と(正じゃないけど)
8面体

未解決問題

(一般化)ピラミッド問題

入力: 周囲にペタルのついた n 角形

問題1: ここから n 角錐(ピラミッド)が折れるか? **OK!**

問題2: ピラミッドにならない場合,

問題2-1: 凸多面体が折れるか? **Good!** $O(n^3)$??

問題2-2: 体積最大の立体が折れるか? **So so (改善の余地?)**

メタ問題2: 二つの問題の解は違うのか?

メタ²問題2: 二つの問題の解が同じになるのはどんなときか? **未解決問題**

底面が凸 n 角形
であることを使っ
てない

演習問題5: 凹 $>$ 凸となる具体例を示せ
未解決問題: メタ問題たちを解け

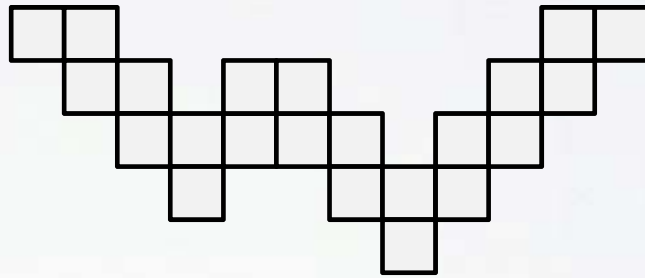
箱を折る問題：

➤ 演習問題6：

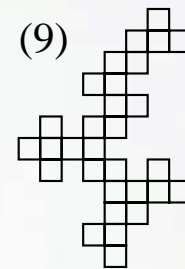
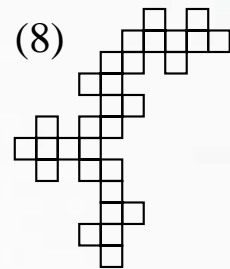
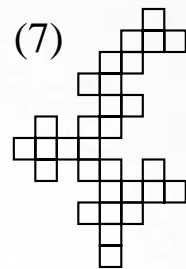
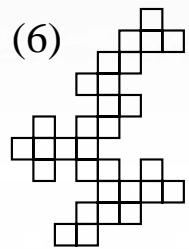
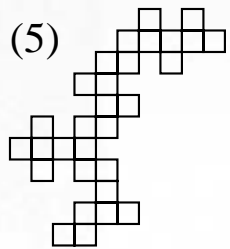
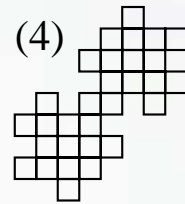
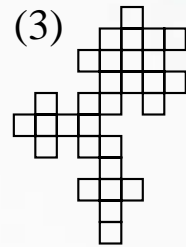
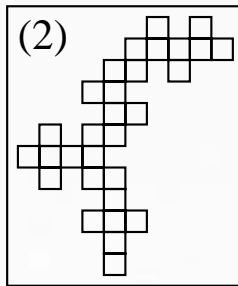
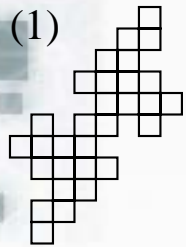
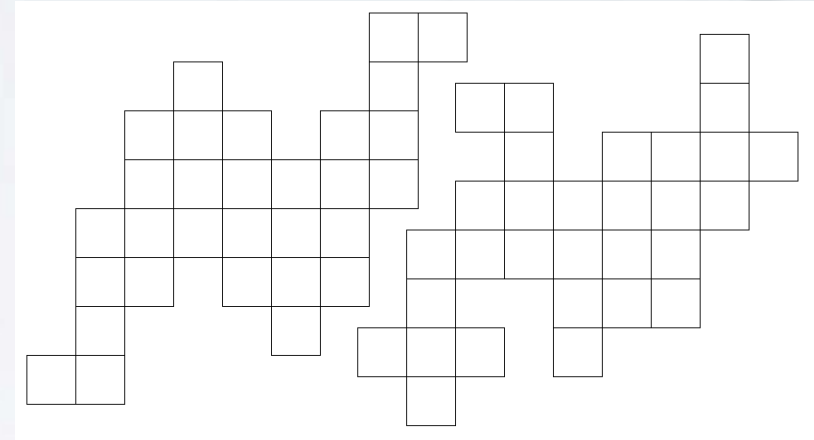
箱を折る展開図を構成するとき、暗に展開図の中に切込みが入ってないと仮定している。実は一般性を失うことなく、これを仮定してよい。なぜか？

おまけ問題たち：箱を折る

2通り. ただし斜めが必要



3通り. ただし一つはちょっとずるい



どれも3種類.
演習問題7:(2)だけどう特別なのか?