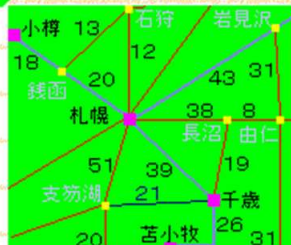
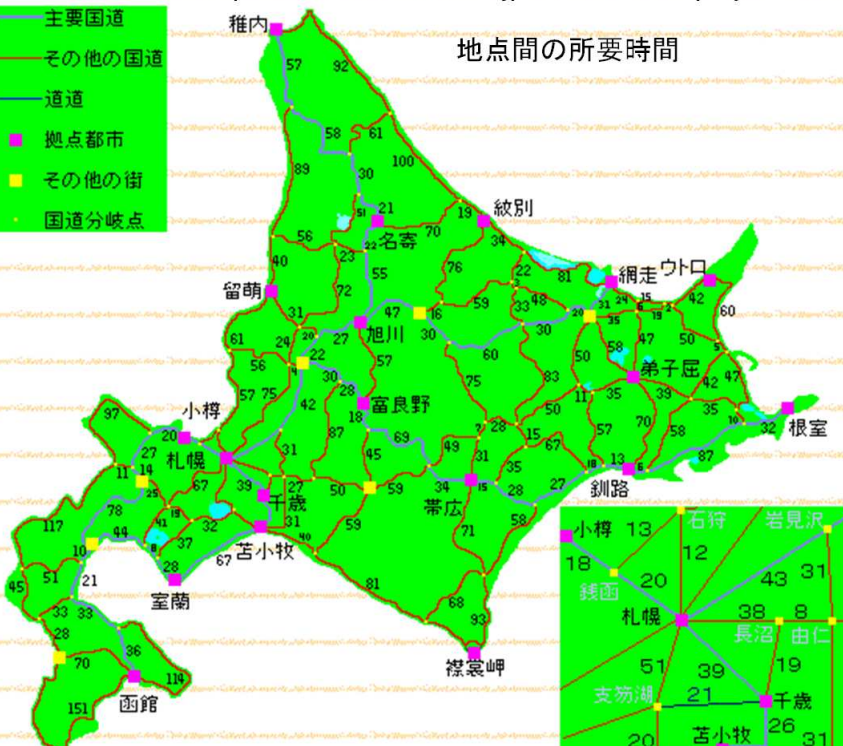


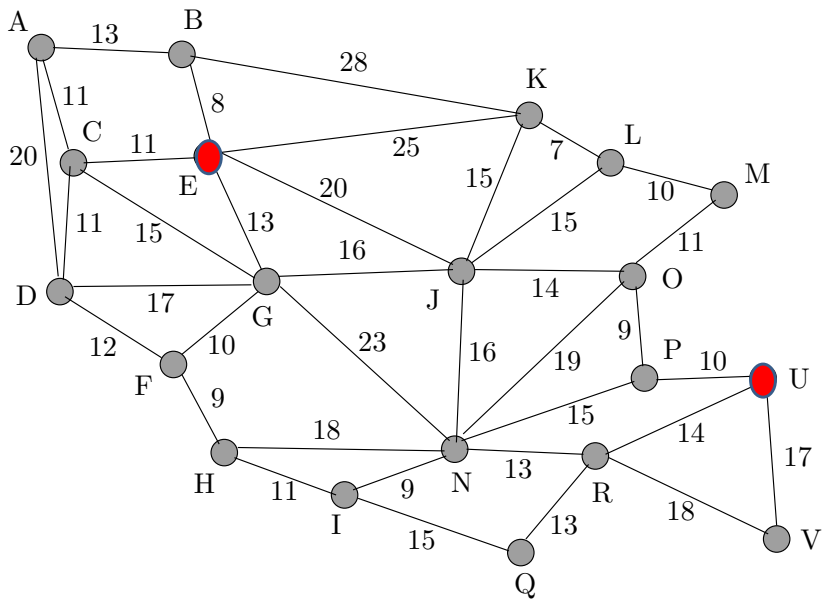
講義 1 : 最短経路問題 1 :

上原隆平

uehara@jaist.ac.jp

地点間の所要時間





E地点からU地点までの最短経路？

最短経路問題の定式化

入力は重み付きのグラフ

$$G = (V, E, W)$$

V: 頂点の集合 = {A, B, C, ...}

E: 辺の集合 = {(A, B), (A, C), (A, D), (B, E), (B, K), ...}

W: 辺に対する重み $w(A, B) = 13$, $w(A, C) = 11$,
 $w(A, D) = 20$, $w(B, E) = 8$, ...

グラフG上の経路

端点を共有する辺の系列

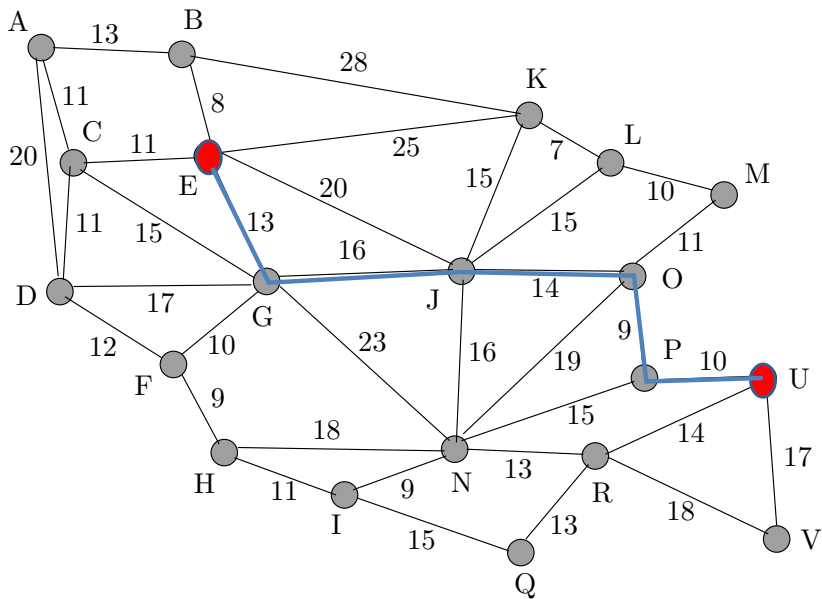
(E, J), (J, O), (O, P), (P, U): EからUに至る経路

経路の重み(長さ) = 経路を構成する辺の重みの総和

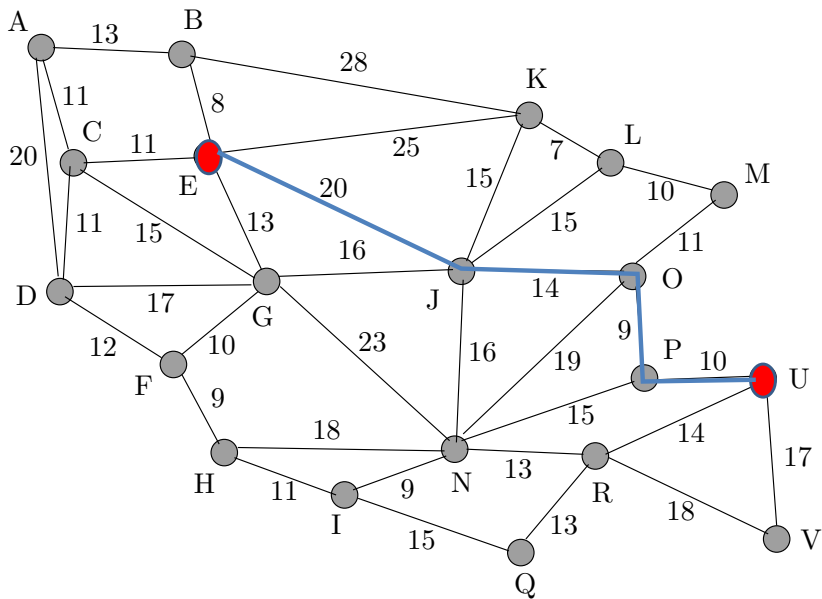
$w(E, J) = 20$, $w(J, O) = 14$, $w(O, P) = 9$, $w(P, U) = 10$

よって, 上記の経路の長さは $20 + 14 + 9 + 10 = 53$.

2つの頂点 s, t が任意に指定されたとき, s から t までの経路で最も短いもの(最短経路)を求めよ.



E地点からU地点までの最短経路？



E地点からU地点までの最短経路

単一始点最短経路問題:

1つの頂点 s を指定したとき, s から残りのすべての頂点までの最短経路を求めよ.

単一目的地最短経路問題:

1つの頂点 t を指定したとき, すべての頂点から t までの最短経路を求めよ.

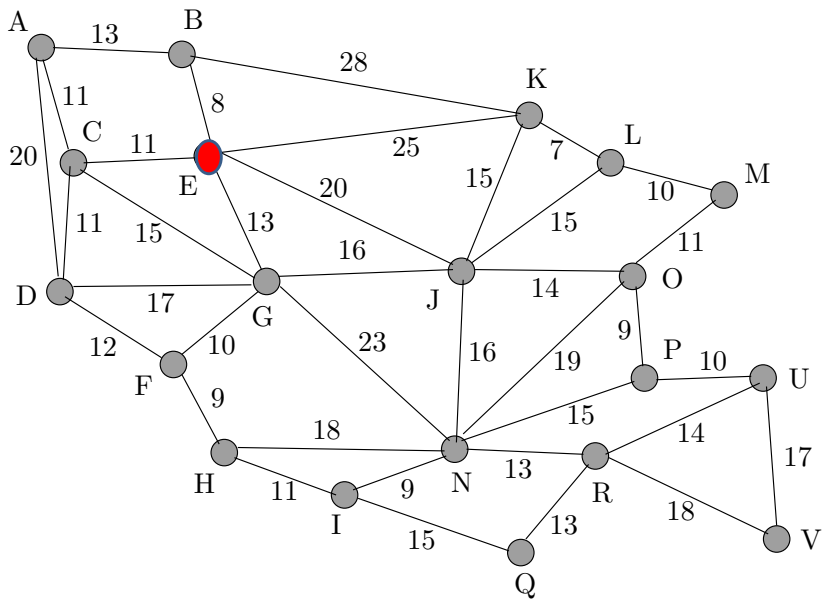
単一頂点对最短経路問題:

始点 s と目的地 t を指定したとき, s から t までの最短経路を求めよ.

全頂点对最短経路問題:

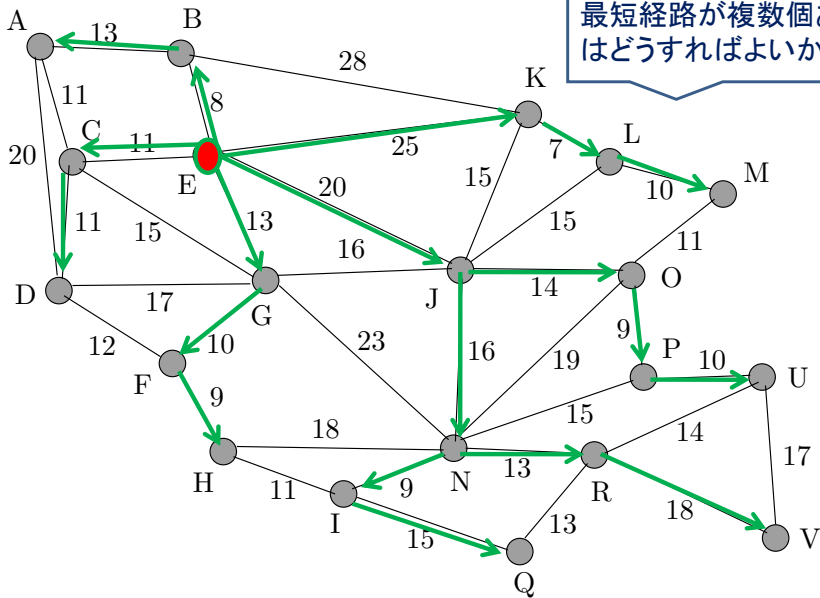
すべての頂点对 (s, t) について, s から t までの最短経路を求めよ.

辺の重み(長さ)として負の値を許すかどうかで難しさも変わる.
ここでは, とりあえず重みはすべて正であると仮定する.



E地点から他のすべての地点までの最短経路を求めよ.

始点sからある地点までの最短経路が複数個ある場合はどうすればよいか？



E地点から他のすべての地点までの最短経路.

単一始点最短経路問題:

1つの頂点 s を指定したとき, s から残りのすべての頂点までの最短経路を求めよ.

単一目的地最短経路問題:

1つの頂点 t を指定したとき, すべての頂点から t までの最短経路を求めよ.

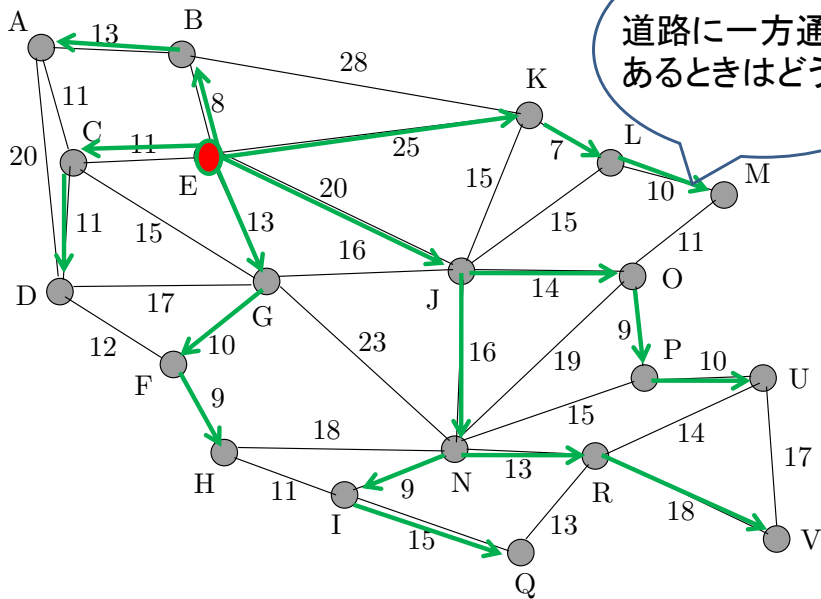
単一頂点对最短経路問題:

始点 s と目的地 t を指定したとき, s から t までの最短経路を求めよ.

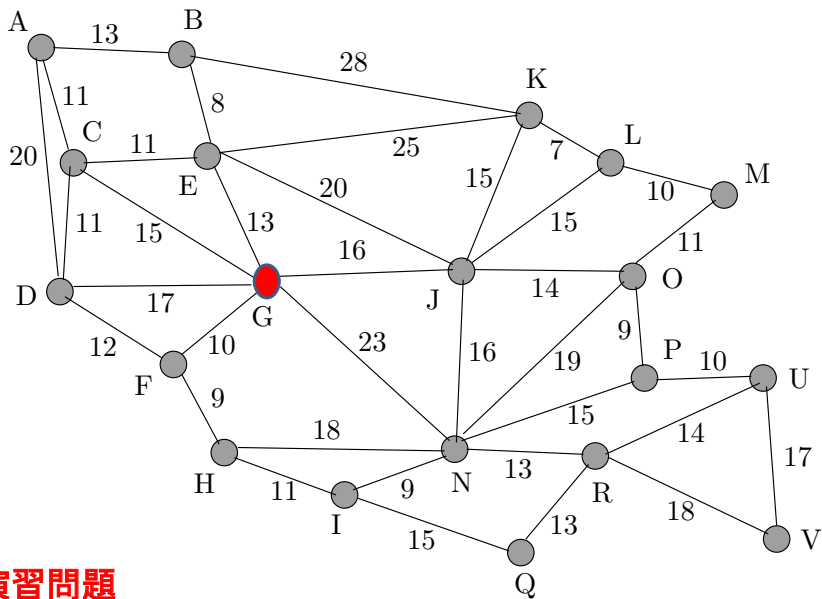
全頂点对最短経路問題:

すべての頂点对 (s, t) について, s から t までの最短経路を求めよ.

辺の重み(長さ)として負の値を許すかどうかで難しさも変わる.
ここでは, とりあえず重みはすべて正であると仮定する.



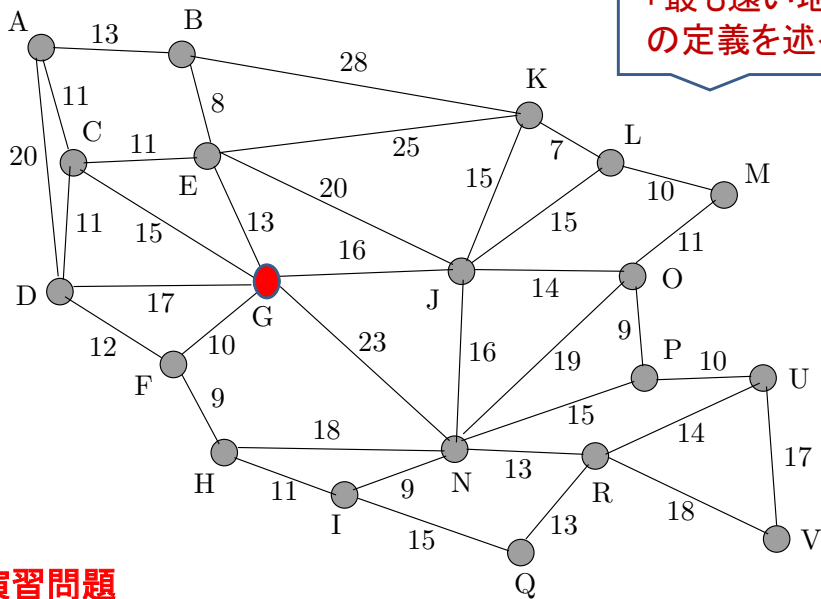
E地点からの最短経路の向きを逆にするとよい.



演習問題

G地点から他のすべての地点までの最短経路を求めよ

「最も遠い地点」
の定義を述べよ。



演習問題

G地点から最も遠い地点を求めよ。

単一始点最短経路問題:

1つの頂点 s を指定したとき, s から残りのすべての頂点までの最短経路を求めよ.

単一目的地最短経路問題:

1つの頂点 t を指定したとき, すべての頂点から t までの最短経路を求めよ.

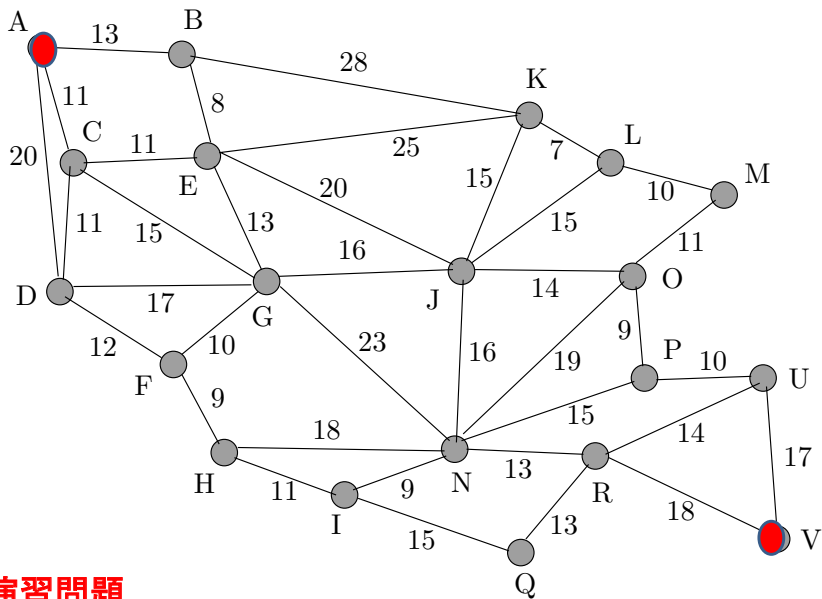
単一頂点对最短経路問題:

始点 s と目的地 t を指定したとき, s から t までの最短経路を求めよ.

全頂点对最短経路問題:

すべての頂点对 (s, t) について, s から t までの最短経路を求めよ.

辺の重み(長さ)として負の値を許すかどうかで難しさも変わる.
ここでは, とりあえず重みはすべて正であると仮定する.



演習問題

A地点からV地点までの最短経路を求めよ。

単一始点最短経路問題:

1つの頂点 s を指定したとき, s から残りのすべての頂点までの最短経路を求めよ.

単一目的地最短経路問題:

1つの頂点 t を指定したとき, すべての頂点から t までの最短経路を求めよ.

単一頂点对最短経路問題:

始点 s と目的地 t を指定したとき, s から t までの最短経路を求めよ.

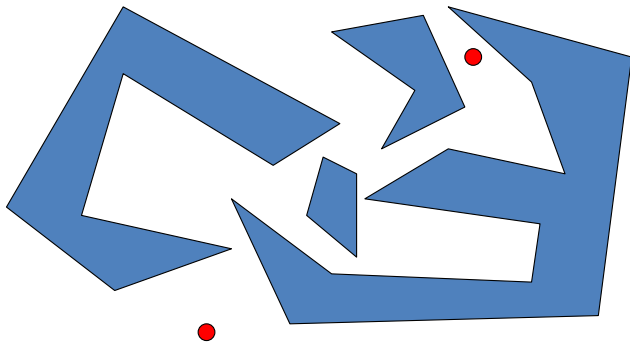
全頂点对最短経路問題:

すべての頂点对 (s, t) について, s から t までの最短経路を求めよ.

辺の重み(長さ)として負の値を許すかどうかで難しさも変わる.
ここでは, とりあえず重みはすべて正であると仮定する.

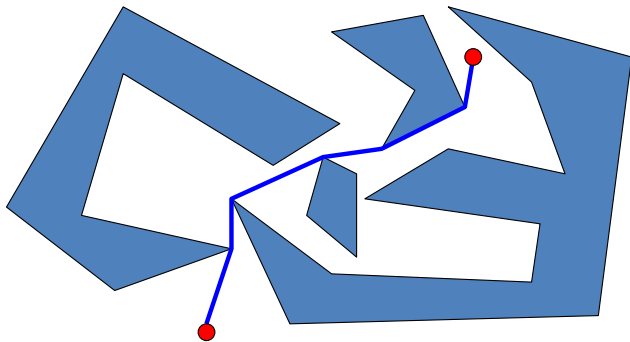
幾何的最短経路問題

平面上に多数の多角形状の障害物が与えられているとき、任意に指定した2点を結ぶ最短経路を求めよ。



幾何的最短経路問題

平面上に多数の多角形状の障害物が与えられているとき、任意に指定した2点を結ぶ最短経路を求めよ。



通る場所によって速度に変化があるときには問題は難しくなる。
また3次元ではどうか？

単一始点最短経路問題:

1つの頂点 s を指定したとき, s から残りのすべての頂点までの最短経路を求めよ.

単一目的地最短経路問題:

1つの頂点 t を指定したとき, すべての頂点から t までの最短経路を求めよ.

単一頂点对最短経路問題:

始点 s と目的地 t を指定したとき, s から t までの最短経路を求めよ.

全頂点对最短経路問題:

すべての頂点对 (s, t) について, s から t までの最短経路を求めよ.

辺の重み(長さ)として負の値を許すかどうかで難しさも変わる.
ここでは, とりあえず重みはすべて正であると仮定する.

単一始点最短経路問題:

1つの頂点 s から残りのすべての頂点までの最短経路を求めよ.

単一目的地最短経路問題:

辺の向きを逆にすればよいので, 単一始点最短経路問題と本質的には同じ.

単一頂点对最短経路問題:

単一始点最短経路問題が解けていれば, 目的地 t までの最短経路も得られている.

全頂点对最短経路問題:

すべての頂点について単一最短経路問題を解けば良い. それより早く解けるか?

辺の重み(長さ)として負の値を許すかどうかで難しさも変わる.
ここでは, とりあえず重みはすべて正であると仮定する.

アルゴリズム上の疑問点

1. 単一頂点对最短経路問題は単一始点最短経路問題より高速に解けるか？
2. 個々の入力に対しては、単一始点最短経路問題と単一目的地最短経路問題の難しさは異なるが、一般的には何が言えるか？最悪の場合の計算時間を比較するとどうか？
3. 全頂点对最短経路問題は単一最短経路問題を頂点数回だけ解けばよいが、それより早く計算を終えることができるか？