

I482F 実践アルゴリズム特論 レポート (2)

2015 年度

担当: 上原 隆平 (uehara@jaist.ac.jp)

出題: 12月06日(日)

提出: 12月19日(日) 12:30a.m. (レポートの解答を示すので20日には受け取れません)

注意: レポートには氏名, 学生番号, 問題, 解答をすべて書くこと. レポート用紙はA4にすること. PDF ファイルをメールで送ってもよい.

以下の問題から1問選んで答えよ(各10点).

問題1(10点満点): 配列 $a[1]$ から $a[n]$ までの要素をランダムに k 個選ぶ方法を考える ($k \leq n$ とする). 1 から n までの一様な乱数が $\text{rand}(n)$ という形で使えるとしよう. このとき, 復元形式 (同じ要素を何度も選んでもよい) なら, 独立に k 回乱数を発生して直接 $a[\text{rand}(n)]$ を出力すればよいが, 非復元方式 (一度出した要素はもう出さない) で k 個の異なる要素を一様に出力するには, 同じ値を出力しないように工夫が必要である. どうすればよいか, アルゴリズムを示せ. (ヒント: $a[]$ と別の配列 $b[]$ を用意して, 出力した要素にマークをつけておいて, i 回目には $\text{rand}(n - i + 1)$ 番目の要素を出すのが一つの案であるが, これは単純に実装すると $O(nk)$ 時間かかってしまう. 実はスマートなアイデアを使うと, $O(n)$ 時間で動くアルゴリズムが作れる. この場合, 配列 $a[]$ の中身が壊れてもよいことにしよう.)

問題2(10点満点): 3SAT の定義として, 「各項は高々3個のリテラルを持つ」という流儀と「各項はちょうど3個のリテラルを持つ」という流儀があるが, どちらも同じであるとした. 前者を 3SAT, 後者を 3SAT' として, これらが多項式時間還元のもとで同値であることを示せ. (ヒント: $3\text{SAT} \leq_m^P 3\text{SAT}'$ と $3\text{SAT}' \leq_m^P 3\text{SAT}$ が両方成立することを示せばよい.)