

計算幾何学特論：計算折り紙入門

上原 隆平

北陸先端科学技術大学院大学 情報科学研究科教授

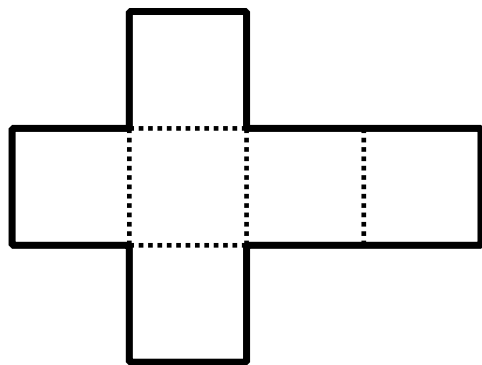
演習問題、未解決問題、おまけ展開図，参考資料

2016年12月5日～6日

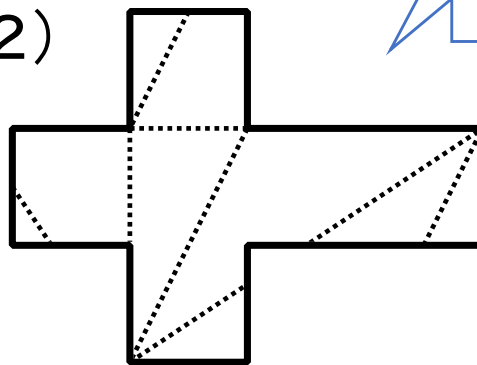
演習問題：何が折れるでしょう？

この「ラテンクロス」からは85通りで23種類の異なる凸多面体が折れることが知られている。

(1)



(2)



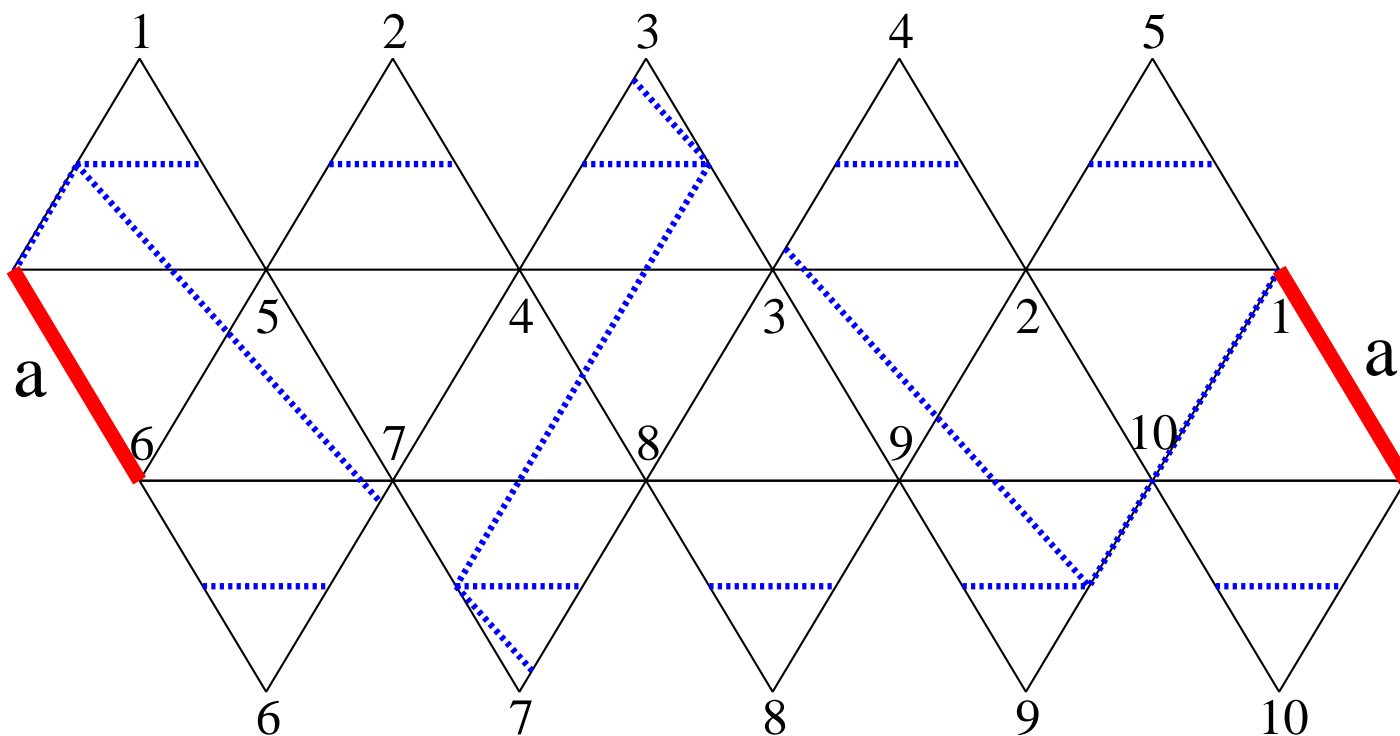
演習問題：正多面体の一般展開図の最短カットの長さは？

- 正4面体にはわりと美しい最適解があります
 - 最適解とその証明ができればなおよし
- 正8面体と正6面体
 - 最適解を見つけるのは、なんとかなると思う
 - 最適性を示すのは、手間がかかります
- 正20面体と正12面体
 - 最適解を見つけるのはちょっと大変

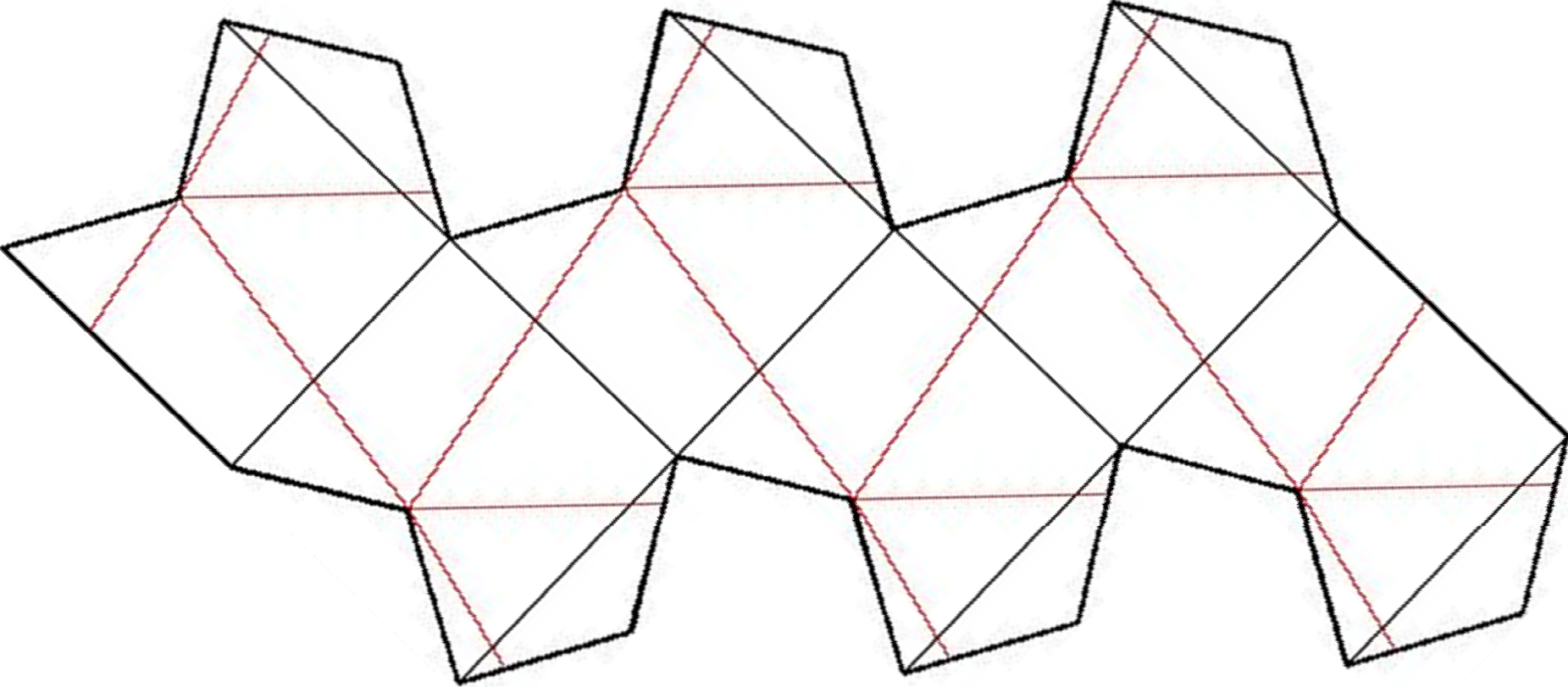
演習問題: 以下の共通の展開図を考えてみよ。どのくらい正4面体に近いか検討せよ。

- 立方体 4単面体
- 八面体 4単面体

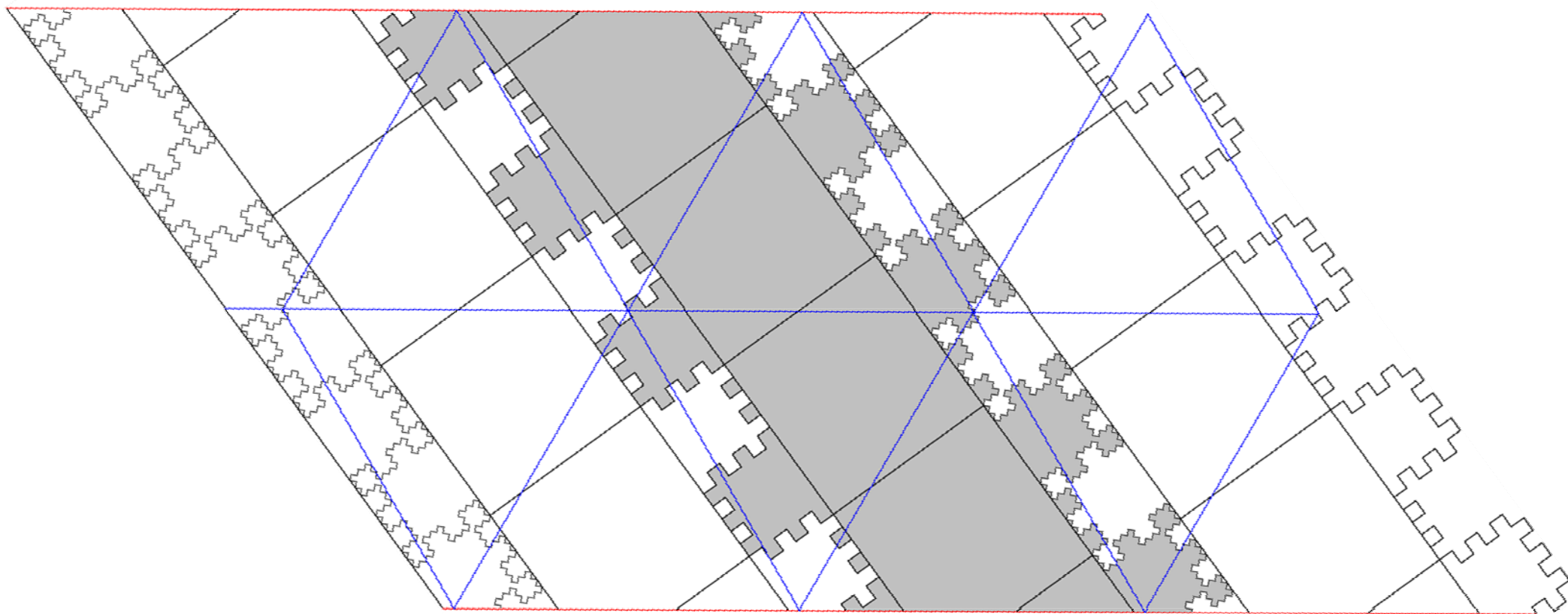
ヒント: 正20面体と4単面体の共通の展開図(上原2010)



おまけ展開図: 立方体と8面体の共通の展開図(白川
2010)



おまけ展開図: 立方体と、ほぼ正4面体が折れる展開図

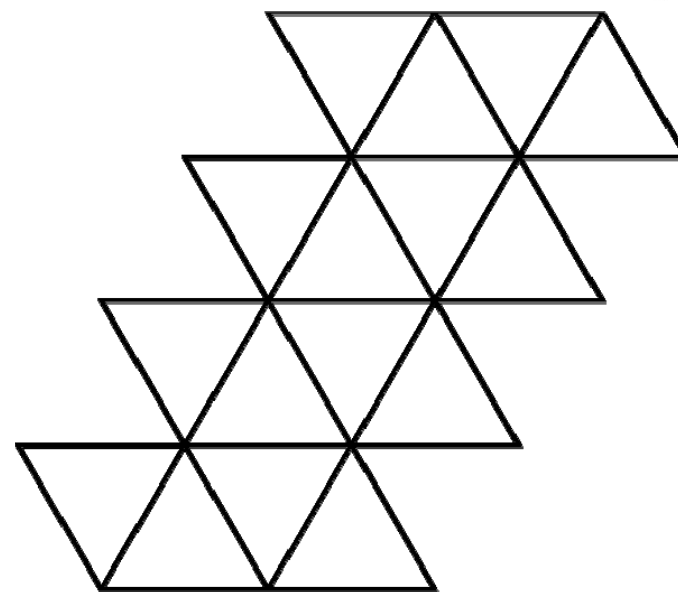
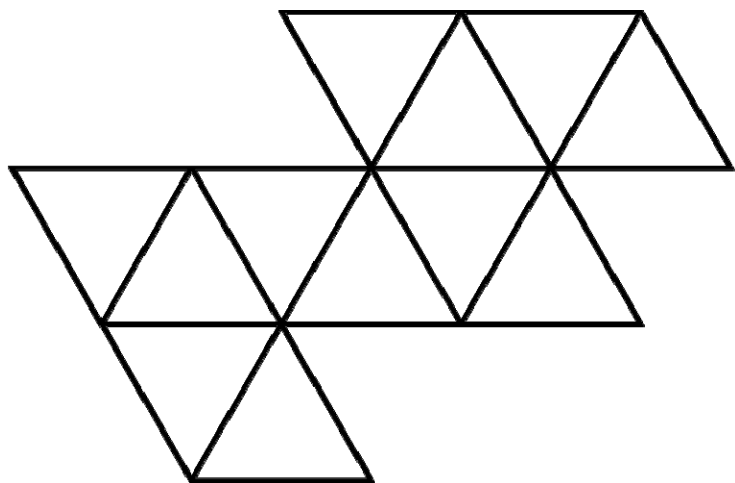
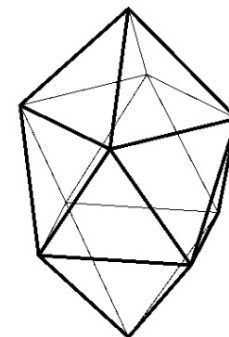
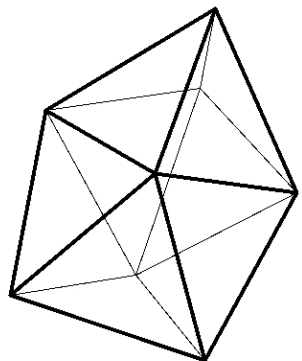


未解決問題: 正多面体の中の共通の展開図

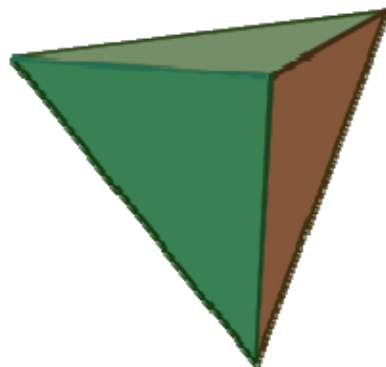
J84

正四面体vsジョンソン立体

J17



2通りの折り方で
正四面体が折れる
5個の解のひとつ

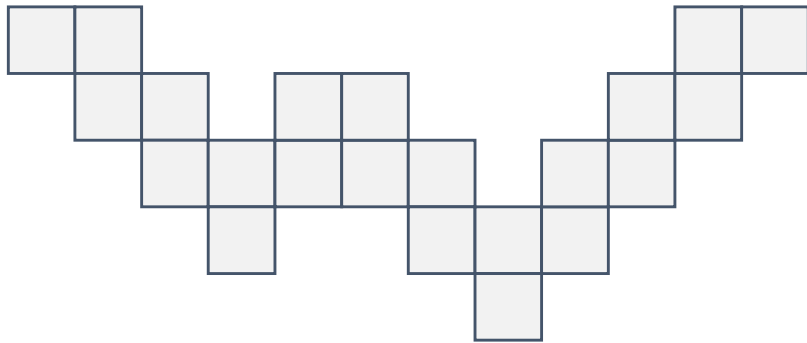


3通りの折り方で
正四面体が折れる
唯一の展開図

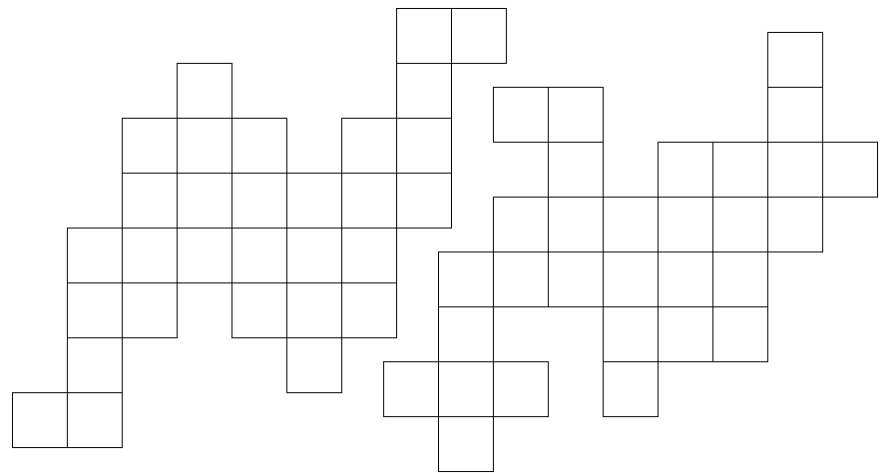
演習問題:「箱」を折る単位正方形からなる展開図を構成するとき、暗に展開図の中には切込みが入ってないと仮定してもよい。実は一般性を失うことなく、これを仮定してよい。なぜか？

おまけパズル

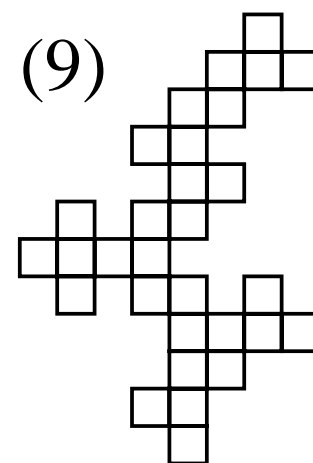
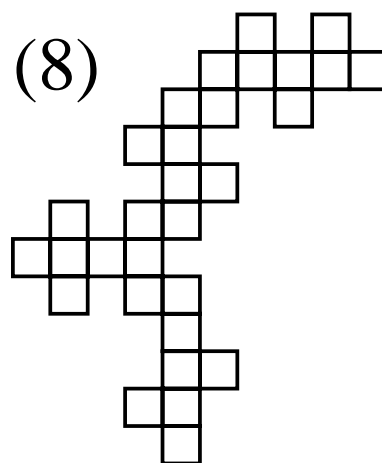
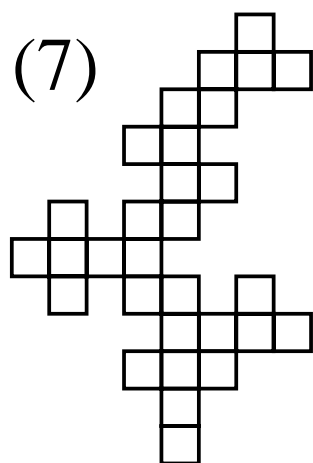
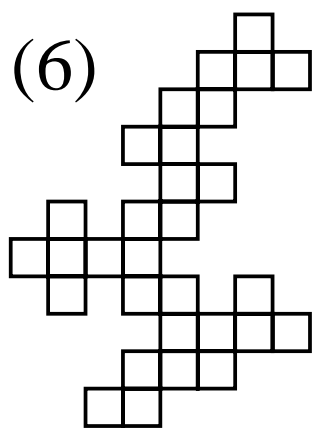
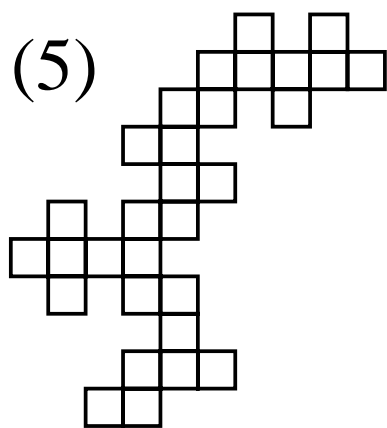
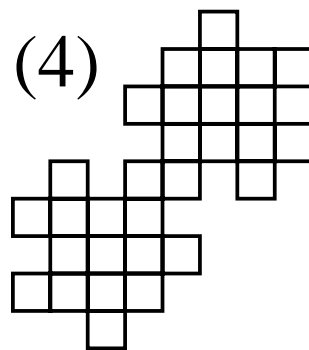
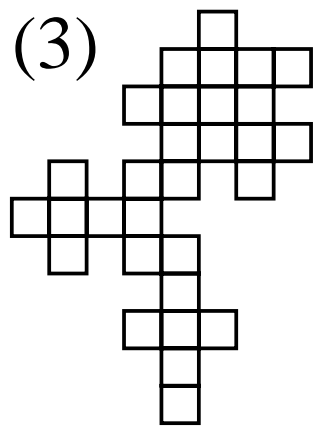
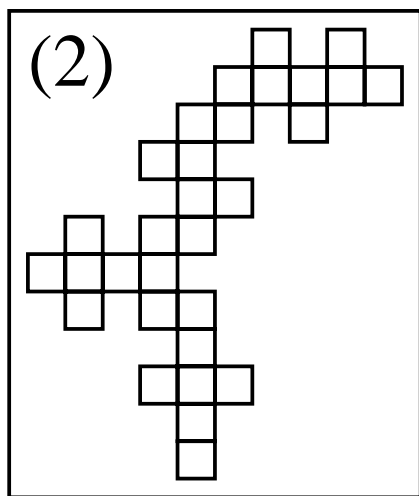
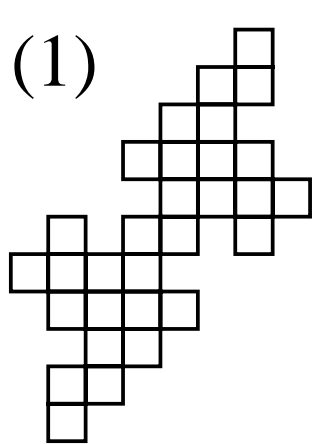
3通りの箱を折れ。
ただし一つはちょっとずるい。



2通りの箱を折れ。
ただし斜めに折ることもある。



おまけパズル続き：3種類の箱を折れ。ただし(2)はちょっと特別であり、3種類の箱を4通りの方法で折れる。すべて見つけてほしい。



研究問題: 長さ $n+1$ の紙に等間隔に n 個の折り目をつけたい。紙は重ねて折ることができて、最後に折られた方向に折り目が残る。余計な折り目はつけてはいけない。

1. どんな折り目でもよいとき、折る回数の最小値はいくつか。
2. 山折りと谷折りのパターンが与えられたとき、そのパターンを折り目としてつける、回数の少ない折り方を考えよ。

研究問題: 長さ $n+1$ の紙を長さ1に折りたたむ。

1. 上記の方法は何通りあるか？(切手折り問題)
2. 山折りと谷折りのパターンが与えられたとき、そのパターンで折りたたむ方法がもっとも多いパターンの特徴とは？