

計算幾何学特論：計算折り紙入門

上原 隆平

北陸先端科学技術大学院大学

情報科学系 教授

uehara@jaist.ac.jp

10月11日(水)

14:50-16:20

16:40-18:10

10月12日(木)

13:00-14:30

14:50-16:20

16:40-18:10

10月13日(金)

13:00-14:30

14:50-16:20

本講義のトピック

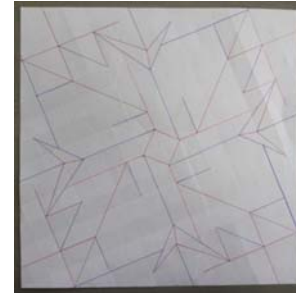
そのA: 展開図とそこから折れる凸立体の研究

- 展開図と立体のとても悩ましい関係: 最大の未解決問題
- 与えられた「展開図」を折って作れる(凸)「立体」をどうやって計算するか?
 - 数学的な特徴づけ/アルゴリズム/計算パワー

そのB: 「折り」のアルゴリズムと計算量の関係

- 折り紙の基本操作
- 折り紙のアルゴリズムと計算量
 - 1次元の紙における効率のよい折り方(アルゴリズムと計算量)
 - 高速に折るアルゴリズム(折る回数を減らせるか?)
 - 「良い折り畳み状態」を評価する指標のモデル
 - 1次元の紙における計算不能性(計算の理論)
 - 計算モデル

今日の話の背景



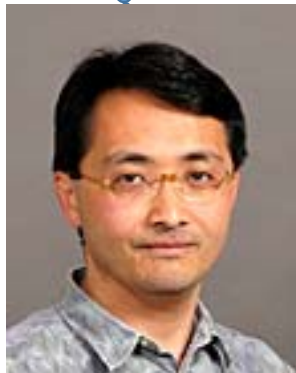
川崎ローズ

- 2008年6月22日、
第4回「折り紙の科学・数学・教育研究会」にて、、、
 - 川崎敏和氏(数学者だけど川崎ローズの作者として有名)いわく:
「数学者としては、解の**存在**さえわかれば、あとはどうでもいい」

どうでもいい余談
九州大学の川崎英文先生
(ORの研究者)とは双子です。



■ 計算機科学者である上原は...



- 解の**求め方**とその
計算コストが大切!!
 - 良いアルゴリズム
 - 計算量的な困難さ

良い問題は
ないかなあ



折り紙の「計算量」の最終ゴール

「どちらが複雑か？」という問いに答えを与えたい！



川崎ローズ

3次元空間で折る必要がある。
上原は最初10日間かかったが、
今では10分くらいで折れる。

テキストを見ながら折ると、
上原は40分くらいで折れる。
前川さんは20分くらいで折れる。



前川の悪魔

どちらも少なくとも折り鶴よりは「複雑」だと思うけれど、
それはなぜか？どういう意味で複雑なのか？

計算量の理論とアルゴリズム理論

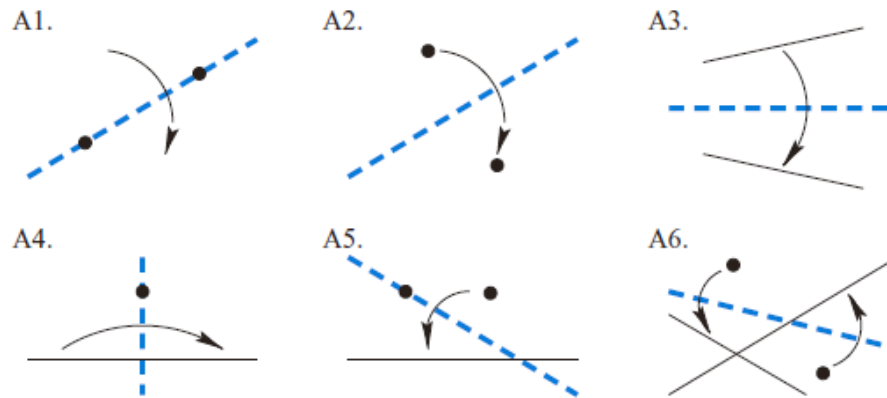
- 理論計算機科学の基礎理論
 - 基準となるマシンモデル:
 - 共通の「基本演算」に関する合意が必要
 - チューリングマシン
 - VRAMモデル
 - アルゴリズム
 - 基本演算をどのような手順で組み合わせるか？
 - アルゴリズムの計算量
 - 時間計算量: 基本演算の回数で効率を測る
 - 領域計算量: 計算に必要な記憶領域で効率を測る

折りの「複雑さ」...?

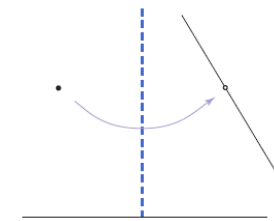
- 折り紙のモデル:

- 折り紙業界では「7種の操作」が合意されている。
- これを「基本演算」と考えてよさそう。

この7操作は4次方程式まで解ける。
(定規とコンパスでは2次方程式までしか解けない)



フジタの公準A1-A6



羽鳥の操作A7

折りの「複雑さ」...?

- 折り紙の計算量的な複雑さを考えるにあたって,
妥当なモデルとは？(単純→複雑)
 1. 最も単純なモデル: 1次元で等間隔な折り紙
 - 長い紙テープ上に, 等間隔に折り目をつける/与えられる
 2. 拡張の方向は二つ
 - 折り目が等間隔でなくてもよい
 - (斜めも許す?)
 - 2次元や高次元への拡張

今は, まだ
ほぼこのあたり!

折り紙の複雑さ/効率(?)

- 計算機科学の視点で考えよう...
- チューリング機械モデルにおける2種類の資源
 1. 時間: 基本演算の適用回数
 2. 領域: 計算に必要なメモリ量

折り紙の複雑さ/効率(?)

- 計算機科学の視点で考えよう...
 - 折り紙モデルにおける2種類の資源とは？
 1. 時間...折り(基本演算)の回数
 - J. Cardinal, E. D. Demaine, M. L. Demaine, S. Imahori, T. Ito, M. Kiyomi, S. Langerman, R. Uehara, and T. Uno: Algorithmic Folding Complexity, *Graphs and Combinatorics*, Vol. 27, pp. 341-351, 2011.
 2. 領域...???
- R. Uehara: Stretch Minimization Problem of a Strip Paper, *5th International Conference on Origami in Science, Mathematics and Education*, 2010/7/13-17.
 - R. Uehara: On Stretch Minimization Problem on Unit Strip Paper, *22nd Canadian Conference on Computational Geometry*, pp. 223-226, 2010/8/9-11.

今日の予定

5. 時間計算量

- “Folding complexity” 入門
 - 理論上、世界最速のジャバラ折りアルゴリズム

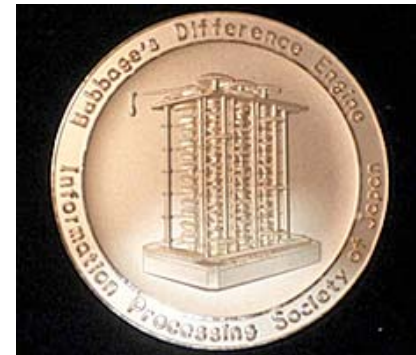
6. 領域計算量(?)

- 切手折り問題
- 折り目幅最小化問題
 - NP完全問題、FPTアルゴリズムなど

7. (折り紙における決定不能問題)

- 対角線論法と不完全性定理

その一方:ある論文誌では「証明が簡単すぎる」という理由で reject されました;-)
新たなモデルの提案はむつかしいです。。。



2012年3月
情報処理学会
山下記念研究賞

演習問題(研究課題)

- 演習問題

- 折り紙の「複雑さ」を評価するための指標を提案せよ。

例: 作業スペース

- 上記の指標を吟味せよ。

例: 1次元の折り紙(パイプを曲げるなど)では意味があるが、2次元の正方形だと、だんだん小さくなる一方なので、あまりよくない。

野望: チューリング機械モデルにおける「time-space trade off」に相当するような複雑さの指標を提案したい!