

# 計算折り紙の最前線

上原 隆平

北陸先端科学技術大学院大学

情報科学系 教授

[uehara@jaist.ac.jp](mailto:uehara@jaist.ac.jp)

# 本講義のトピック

計算幾何

## その1: 展開図とそこから折れる凸立体の研究

- 展開図と立体のとても悩ましい関係: 最大の未解決問題
- 与えられた「展開図」を折って作れる(凸)「立体」をどうやって計算するか?
  - ◆ 数学的な特徴づけ/アルゴリズム/計算パワー

## その2: 「折り」のアルゴリズムと計算量の関係

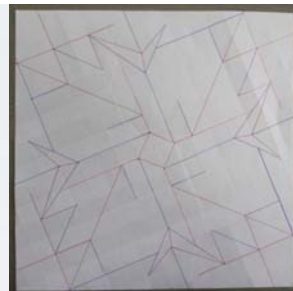
- 折り紙の基本操作
- 折り紙のアルゴリズムと計算量
  - ◆ 1次元の紙における効率のよい折り方(アルゴリズムと計算量)
    - 高速に折るアルゴリズム(折る回数を減らせるか?)
    - 「良い折り畳み状態」を評価する指標のモデル
  - ◆ 1次元の紙における計算不能性(計算の理論)
    - 計算モデル

アルゴリズム  
計算量理論  
(計算理論)

まだ2次元にすら達してません...

今日は「その2」を中心に...

# 今日の話の背景



川崎ローズ

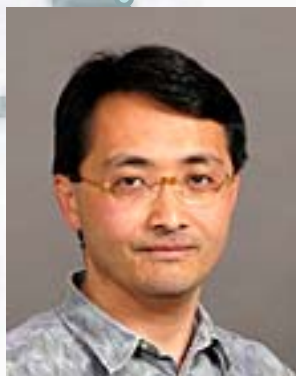
- ◆ 2008年6月22日、  
第4回「折り紙の科学・数学・教育研究会」にて、、、  
川崎敏和氏(数学者だけど川崎ローズの作者として有名)いわく:  
「数学者としては、解の**存在**さえわかれば、あとはどうでもいい」

どうでもいい余談  
九州大学の川崎英文先生  
(ORの研究者)とは双子です.

- 計算機科学者である上原は...

- 解の**求め方**とその  
**計算コスト**が大切!!
  - 良いアルゴリズム
  - 計算量的な困難さ

良い問題は  
ないかなあ



## 折り紙の「計算量」の最終ゴール

「どちらが複雑か？」という問いに答えを与えたい！



川崎ローズ

3次元空間で折る必要がある。  
上原は最初10日間かかったが、  
今では10分くらいで折れる。

テキストを見ながら折ると、  
上原は40分くらいで折れる。  
前川さんは20分くらいで折れる。



前川の悪魔

どちらも少なくとも折り鶴よりは「複雑」だと思うけれど、それはなぜか？

# 計算量の理論とアルゴリズム理論

## ➤ 理論計算機科学の基礎理論

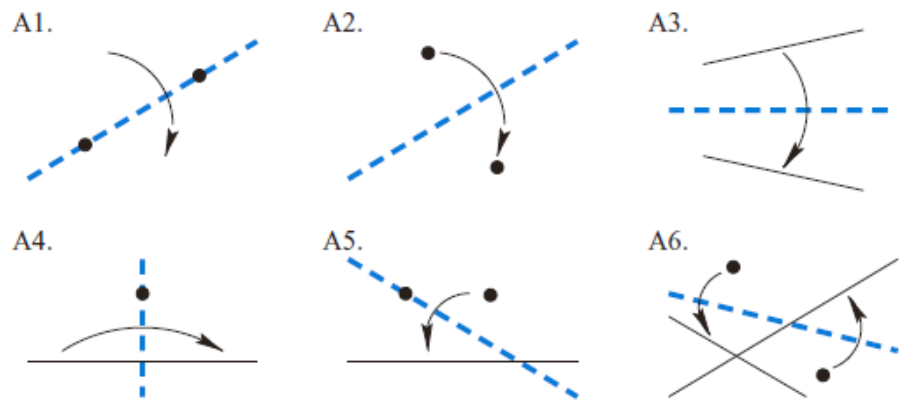
- 基準となるマシンモデル：
  - 共通の「基本演算」に関する合意が必要
    - ◆ チューリングマシン
    - ◆ VRAMモデル
- アルゴリズム
  - ◆ 基本演算をどのような手順で組み合わせるか？
- アルゴリズムの計算量
  - ◆ 時間計算量: 基本演算の回数で効率を測る
  - ◆ 領域計算量: 計算に必要な記憶領域で効率を測る

# 折りの「複雑さ」...?

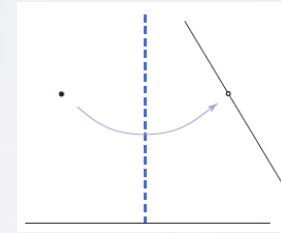
この7操作は4次方程式まで解ける。  
(定規とコンパスでは2次方程式までしか解けない)

## ➤ 折り紙のモデル:

- 折り紙業界では「7種の操作」が合意されている。
- これを「基本演算」と考えてよさそう。



フジタの公準A1-A6



羽鳥の操作A7

# 折りの「複雑さ」...?

➤ 折り紙の計算量的な複雑さを考えるにあたって、  
妥当なモデルとは？（単純→複雑）

1. 最も単純なモデル：1次元で等間隔な折り紙

◆ 長い紙テープ上に、等間隔に折り目をつける/与えられる

2. 拡張の方向は二つ

◆ 折り目が等間隔でなくてもよい  
（斜めも許す？）

◆ 2次元や高次元への拡張

今は、まだ  
ほぼこのあたり！

# 折り紙の複雑さ/効率(?)

- 計算機科学の視点で考えよう...
- チューリング機械モデルにおける2種類の資源
  1. 時間: 基本演算の適用回数
  2. 領域: 計算に必要なメモリ量



# 折り紙の複雑さ/効率(?)

- 計算機科学の視点で考えよう...
- 折り紙モデルにおける2種類の資源とは？

## 1. 時間...折り(基本演算)の回数

- ◆ J. Cardinal, E. D. Demaine, M. L. Demaine, S. Imahori, T. Ito, M. Kiyomi, S. Langerman, R. Uehara, and T. Uno: Algorithmic Folding Complexity, *Graphs and Combinatorics*, Vol. 27, pp. 341-351, 2011.

## 2. 領域...???

- R. Uehara: Stretch Minimization Problem of a Strip Paper, *5th International Conference on Origami in Science, Mathematics and Education*, 2010/7/13-17.
- R. Uehara: On Stretch Minimization Problem on Unit Strip Paper, *22nd Canadian Conference on Computational Geometry*, pp. 223-226, 2010/8/9-11.

The 7<sup>th</sup> EATCS/LA Presentation Award!

# 今日の予定

## 5. 時間計算量

- “Folding complexity”入門
  - 理論上、世界最速のジャバラ折りアルゴリズム

## 6. 領域計算量(?)

- 切手折り問題
- 折り目幅最小化問題
  - NP完全問題、FPTアルゴリズムなど

## 7. (折り紙における決定不能問題)

- 対角線論法と不完全性定理

その一方:ある論文誌では「証明が簡単すぎる」という理由で reject されました;-)  
新たなモデルの提案はむつかしいです。。。



2012年3月  
情報処理学会  
山下記念研究賞

# 演習問題(研究課題)

- 演習問題

- 折り紙の「複雑さ」を評価するための指標を提案せよ。

例: 作業スペース

- 上記の指標を吟味せよ。

例: 1次元の折り紙(パイプを曲げるなど)では意味があるが、2次元の正方形だと、だんだん小さくなる一方なので、あまりよくない。

野望: チューリング機械モデルにおける「time-space trade off」に相当するような複雑さの指標を提案したい!