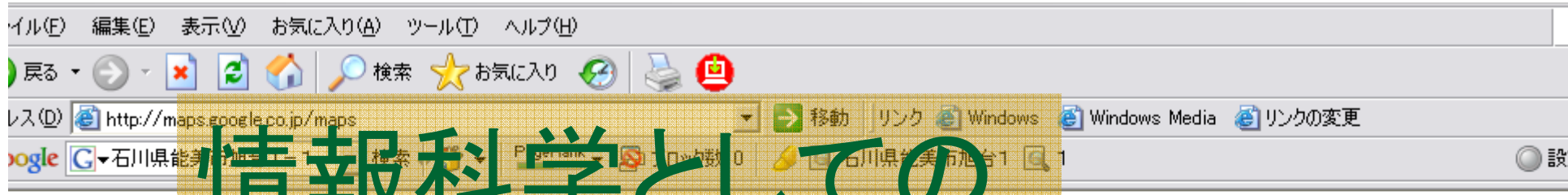

情報科学としての 折り紙

上原隆平

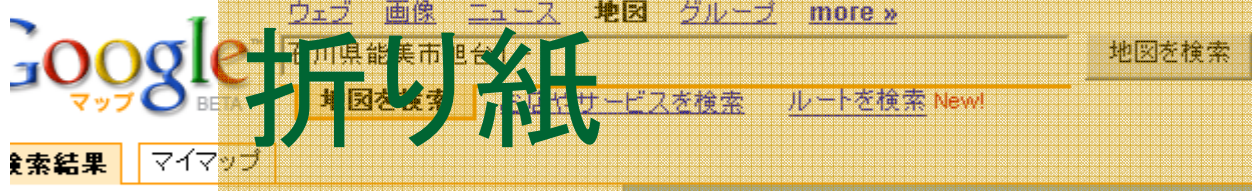
北陸先端科学技術大学院大学

uehara@jaist.ac.jp

<http://www.jaist.ac.jp/~uehara>



情報科学としての 折り紙



石川県能美市旭台1丁目1
[場所をデフォルト登録する](#)



上原隆平
北陸先端科学技術大学院大学
uehara@jaist.ac.jp
<http://www.jaist.ac.jp/~uehara>

情報科学としての 折り紙

白山

上原隆平

北陸先端科学技術大学院大学

uehara@jaist.ac.jp

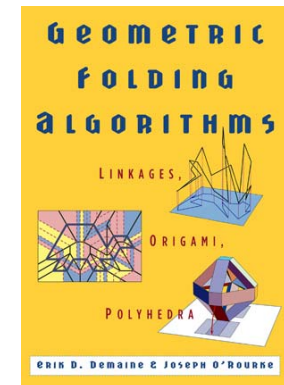
<http://www.jaist.ac.jp/~uehara>

はじめに

Computer?

R. Uehara and S. Teramoto,
“Computational Complexity of a
Pop-up Book”

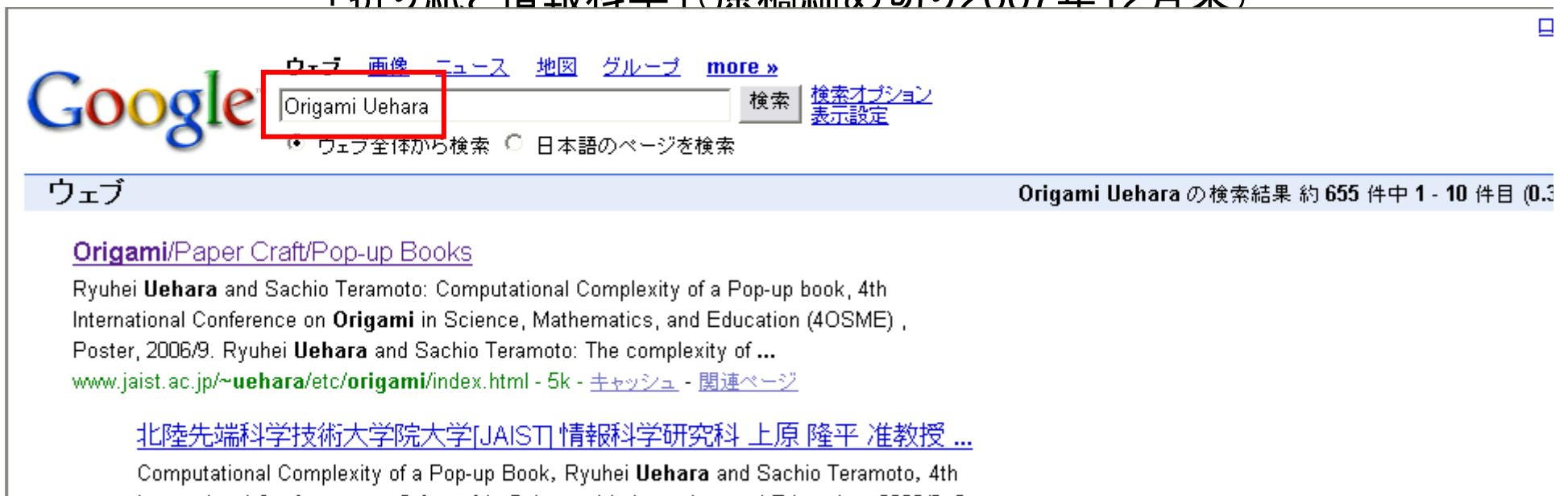
- サイエンスとしての折り紙...
 - 4OSME @ California
 - Origami in Science, Mathematics, and Education
- コンピュータサイエンスとしての折り紙の可能性
 - 4OSMEの盛況ぶり
 - 各種英語の書籍



- (特に日本では)まだまだ未開拓で、認知度も低い!!

はじめに

- コンピュータサイエンスとしての折り紙の可能性
 - (特に日本では)まだまだ未開拓で、認知度も低い!!
 - 折り紙の人にコンピュータサイエンスを宣伝
 - ...今日の目的です。
 - コンピュータサイエンスの人に折り紙を宣伝
 - 電子情報通信学会 学会誌 解説記事
「折り紙と情報科学」(原稿締め切り2007年12月末)



The screenshot shows a Google search interface. The search bar contains the text "Origami Uehara" and is highlighted with a red box. Below the search bar, there are radio buttons for "ウェブ全体から検索" (selected) and "日本語のページを検索". The search results are displayed under the heading "ウェブ". The first result is titled "Origami/Paper Craft/Pop-up Books" and includes the text: "Ryuhei Uehara and Sachio Teramoto: Computational Complexity of a Pop-up book, 4th International Conference on Origami in Science, Mathematics, and Education (4OSME), Poster, 2006/9. Ryuhei Uehara and Sachio Teramoto: The complexity of ...". Below this, there is a link to "www.jaist.ac.jp/~uehara/etc/origami/index.html - 5k - キャッシュ - 関連ページ". At the bottom, there is a link to "北陸先端科学技術大学院大学[JAIST] 情報科学研究科 上原 隆平 准教授 ...".

コンピュータサイエンスとしての

平坦折りの
局所的な判定

- 守備範囲(目標)
 - 与えられた「紙」から「目的物」を作ることが『どのくらい』難しいか、を評価したい。

難

数学的に
折ることが「不可能」

CSの視点から:

- 理論的に「手におえない」
(計算量の理論)
- 理論的に「効率よく折れる」
(アルゴリズムとデータ構造)

工学的に
扱える折り紙

[理論的に手におえない]って
どういうこと??

- ORIPA
- Origamizer
- Rigid Origami Simulator

コンピュータサイエンスとしての折り紙

- 理論的に「折れる」場合と「手におえない」場合

コンピュータサイエンスでは、「枚数」「手数」「コスト」...が指数関数的に増える問題は『手におえない』と言う。



7回ジャバラに折った

紙の重なり

10回ジャバラに折ったら...11枚

26回ジャバラに折ったら...27枚

$$2^4=16$$

4回半分に折った

紙の重なり... $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ 枚

10回半分に折ったら... $2 \times \dots \times 2 = 2^{10} = 1024$ 枚

4000m超

26回半分に折ったら... $2^{26} = 67108864$ 枚



コンピュータサイエンスとしての折り紙

- 理論的に「手におえない」結果[Bern, Hayes 1996]:
 - 展開図折りは、 NP 困難問題(\equiv 手におえない)
「与えられた展開図が平坦にたためるかどうか」は、
 - 折り線だけが与えられた場合
 - 山折り/谷折り線が与えられた場合どちらも「試さなければならない場合」の数が折り線の数の指数関数的に増える。

[余談]

NP 困難問題が本当に指数関数的かどうかは、「 $P \neq NP$ 予想」と呼ばれる未解決問題で、100万ドル(!!)の懸賞金つきの超難問。多くの研究者は指数関数的と信じている。

コンピュータサイエンスとしての折り紙

- 理論的に「手におえない」結果[Bern, Hayes 1996]:
 - 展開図折りは、NP困難問題。

手におえない問題の例...

- 展開図を平坦に折りたためるか？
- 展開図を平坦に折りたたむ方法を1つ見つける。
- 平坦に折りたたむ方法は何通りあるか？
- 平坦に折りたたむ方法を全部見つける。
- ...

コンピュータサイエンスとしての折り紙

- 理論的に「手におえない」結果の**解釈**
 - 展開図折りは、NP困難問題。

「展開図折りに挑戦」の面白さの理論的根拠

~~やっても無意味...?~~

やりがいのあるテーマ

- 折り線の数がとても多くなったとき、爆発的な時間がかかる。
- 折り線の数が多めになったときなら...なんとかなる、かも?
 - 人間が作った展開図には、「意図」がある。
 - 人間が展開図を作るときは「パーツに分ける」ことが多い。
 - 熟練した人間には伝わる。
 - プログラムでがんばると、より複雑なものが扱えるようになる。

[余談]

数学的に「不可能」と言ったときは、誰がどんなにがんばっても無理。(5次方程式の一般解、任意角の3等分など)

コンピュータサイエンスとしての折り紙

□ 展開図折りが NP 困難問題であることの証明の概略

- 「与えられた論理式」が答えを持つかどうかを判定する問題は NP 困難。



- 「与えられた論理式」を折り紙の展開図で表現する。



- その展開図が平坦に折れたら、もとの論理式も答えをもつ。

その展開図を平坦に折ることが、
もとの論理式の答えを求めるプロセスに対応する。

コンピュータサイエンスとしての折り紙

- 理論的に「手におえない」結果を扱う意味
 - 展開図折りがNP困難問題であることの証明の概略
 - 「与えられた論理式」
 - 論理式の例:

Yes/Noタイプの n 個の変数:

- x_1 ; 男性ですか?
- x_2 ; 身長は170cm以下?
- x_3 ; 体重は70kg以下?
- ...
- x_n ; ウエストは200cm以上?

使える演算

- \wedge ; かつ
- \vee ; または
- \neg ; 否定(\sim でない)

$$(x_1 \vee \neg x_1 \vee x_n) \wedge (x_2 \vee x_3 \vee \neg x_n)$$

解のある論理式

$$(x_1 \vee x_1 \vee x_1) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_2) \wedge (x_2 \vee x_3 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3)$$

解のない論理式

コンピュータサイエンスとしての折り紙

- 理論的に「手におえない」結果を扱う意味
 - 展開図折りがNP困難問題であることの証明の概略
 - 「与えられた論理式」

- 論理式の例:

$$(x_1 \vee \neg x_1 \vee x_n) \wedge (x_2 \vee x_3 \vee \neg x_n)$$

$$(x_1 \vee x_1 \vee x_1) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_2) \wedge (x_2 \vee x_3 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3)$$

$P \neq NP$ 予想:

与えられた変数のそれぞれについて、
Yes/Noのそれぞれの場合を試さないと、
与えられた論理式が答えをもつかどうかはわからない...

指数関数的に増える!!
 $2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2 = 2^n$

コンピュータサイエンスとしての折り紙

- 理論的に「手におえない」結果を扱う意味
 - 展開図折りがNP困難問題であることの証明の概略
 - 「与えられた論理式」 $(x_1 \vee \neg x_1 \vee x_n) \wedge (x_2 \vee x_3 \vee \neg x_n)$

各変数のYes/Noを決める

山折/谷折指定なし

山折/谷折指定あり

それぞれの()内の矛盾を調べる

へんなねじり折り 30° より大

山折/谷折指定なし
全部Yes/全部Noだとたためない

Yes/Noを

- 右側に伝播する
- 必要に応じて分岐、交差、カーブする

コンピュータサイエンスとしての折り紙

- 「展開図折り」の難しさを深く知るための2つの道のり
 - ネガティブな結果の改善
 - より単純な折り紙問題について NP 困難性を示す。
 - ポジティブな結果の改善
 - より複雑な展開図でも扱えるようにする。
 - すぐれたデータ構造やアルゴリズムの開発。
- 折り紙作品を表現するフォーマット
 - 展開図だけではいずれ 限界 が来る。 $+\alpha$ が必要。
 - 最終的な完成形態が示されれば十分なのか？
 - 完成形態の良い表現方法？
 - 面の重なり情報だけで十分なのか？
 - 展開図と矛盾しない完成形態はいつでも作れるのか？

同じ展開図で
「手におえない」数の
形態を持つ
折り紙が作れる。