

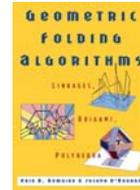
情報科学としての 折り紙

上原隆平
北陸先端科学技術大学院大学
uehara@jaist.ac.jp
<http://www.jaist.ac.jp/~uehara>

はじめに

Computer?

- サイエンスとしての折り紙...
 - 4OSME@California in 2006
 - Origami in Science, Mathematics, and Education
- コンピュータサイエンスとしての折り紙の可能性
 - 4OSMEの盛況ぶり
 - 各種英語の書籍



Joseph O'Rourke Erik Demaine



私: 無関係

バイブル的本

- (特に日本では) まだまだ未開拓で認知度も低い...

はじめに

- コンピュータサイエンスとしての折り紙の可能性
 - (特に日本では)まだまだ未開拓で認知度も低い...
 - 機械が専門の人に「計算機科学的折り紙」を!!
 - 理論計算機科学へのいざない
(東工大で言えば数理・計算科学専攻の渡辺治研究室)
 - いろいろと応用を教えてください

The screenshot shows a Google search interface. The search bar contains the text 'Origami Uehara'. Below the search bar, there are several search results. The first result is titled 'Origami/Paper Craft/Pop-up Books' and includes the text: 'Ryuhei Uehara and Sachio Teramoto: Computational Complexity of a Pop-up book, 4th International Conference on Origami in Science, Mathematics, and Education (4OSME), Poster, 2006/9. Ryuhei Uehara and Sachio Teramoto: The complexity of ...'. Below this, there is a link to 'www.jaist.ac.jp/~uehara/etc/origami/index.html - 5k - キャッシュ - 関連ページ'. Another link is visible: '北陸先端科学技術大学院大学(JAIST)情報科学研究科 上原 隆平 准教授 ... Computational Complexity of a Pop-up Book, Ryuhei Uehara and Sachio Teramoto, 4th'.

コンピュータサイエンスとしての折り紙

- 守備範囲(目標)
 - 与えられた「紙」から「目的物」を作ることが『どのくらい』難しいかをきちんと評価したい

The diagram shows a blue square sheet of paper on the left. A yellow arrow points from the sheet to a yellow speech bubble containing the text: 「基本操作」= 藤田-羽鳥の公理(普通の折りかた). To the right of the sheet, there is a yellow box containing three bullet points: 「基本操作」は何か? 何回操作する必要があるのか? 最適な折り方を見つけたい. Below the sheet, there is a photograph of a blue origami object, which is a 'rolling' (巻き貝) by Kawasaki Kenji. The caption below the photo reads: 川崎敏和氏の「巻き貝」.

コンピュータサイエンス

【理論的に手におえない】って
どういうこと??

- 守備範囲(目標)
 - 与えられた「紙」から「目的物」を作ることが『どのくらい』難しいかを評価したい。



前川淳氏の「悪魔」

↑ 抽象的
↓ 具体的

数学的に折ることが「不可能」

CSの視点から:

- 理論的に「手におえない」(計算量の理論)
- 理論的に「効率よく折れる」(アルゴリズムとデータ構造)

CSの中心的テーマ

工学的に扱える折り紙

コンピュータサイエンスとしての折り紙

- 理論的に「折れる」場合と「手におえない」場合

コンピュータサイエンスでは、「枚数」「手数」「コスト」...が指数関数的に増える問題は『手におえない』と言う。



7回ジャバラに折った

10回ジャバラに折ったら...11枚

26回ジャバラに折ったら...27枚

4回半分に折った

紙の重なり... $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ 枚

10回半分に折ったら... $2 \times \dots \times 2 = 2^{10} = 1024$ 枚

26回半分に折ったら... $2^{26} = 67108864$ 枚

$2^4 = 16$

4000m超

コンピュータサイエンスとしての折り紙

- 問題を限定して様々な結果が得られている。例：

帯状の長い紙を与えられた山折り/谷折りにしたがって折ることができるかどうかを判定する

- 帯が2D内で90度単位で蛇行していると「手におえない」難問である。
- 帯が1D内で直行しているときは折り目の数に比例する時間で解けるので「簡単な問題」である。

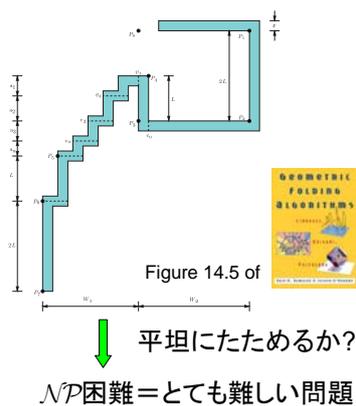
Arkin et al., "When Can You Fold a Map?," 2004.

- 1Dの帯で等間隔(じゃばら折り、プリーツ折り)なら「とても速く」折り目をつける「良い方法」がある。

Ito and Uehara, 発表準備中.

帯状の紙を折る問題

- 2Dでは



- 1Dでは



↓ 平坦にたためるか?
折り目の数に比例する時間で解ける
= 計算機にはやさしい問題



Yes!!



必ずしも
単純ではない

E.M. Arkin, M.A. Bender, E.D. Demaine, M.L. Demaine, J.S.B. Mitchell, S. Sethia and S.S. Skiena, "When Can You Fold a Map?," *Computational Geometry: Theory and Applications*, 29(1), p. 23-46, 2004.

帯状の紙を折る問題

■ 1Dのじゃばら折り



- 素直に折ると... n 回折ればよい
- 最後の折り目が有効とし、重ねて折れば... $n/2 + \log n$ 回で折れる!!
- さらに頭を使うと... だいたい $cn^{0.7}$ 回で折れる!! (c は1より小さな定数)



Ito and Uehara, 発表準備中.

13:35-14:30 情報科学としての折り紙 上原隆平(JAIST)

9/16

帯状の紙を折る問題(2D)

■ 2D: NP 困難問題(おそらく指数時間かかる難問)

□ 証明方法:すでに NP 困難であることがわかっている問題をこの問題に帰着する(少なくとも同程度には難しいことがわかる)

□ すでに NP 困難であることがわかっている集合分割問題:

- 入力:集合 S (例えば $S=\{3, 125, 361, 368, 921, 1528\}$)
- 出力:合計が同じ2つの集合に分けられるなら Yes
そうでないなら No

Yes!
{3,361,368,921}
& {125,1528}
でどちらも1653

どうも全部の組合せを試さない
とダメっぽい?
組合せの数は**指数関数的**

[余談]
 NP 困難問題が本当に指数関数的かどうかは、「 $P \neq NP$ 予想」と呼ばれる未解決問題で、100万ドル(!!)の懸賞金つきの超難問。多くの研究者は指数関数的と信じている。

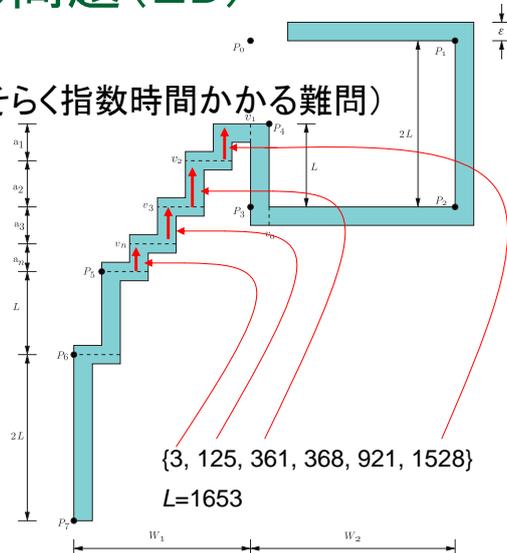
帯状の紙を折る問題(2D)

- 2D: \mathcal{NP} 困難問題(おそらく指数時間かかる難問)

- 集合分割問題:

- 入力: 集合S (例えば
 - 出力: 合計が同じ2つ
そうでないなら

- 二つの縦線 v_0 と v_1 を折ると左の部分が右の枠の中を通りぬける
 - ちょうど半分に分割できるときだけ左の部分が右の枠の中に納まる
 - したがって解があるときだけすべての折り線を折ることができる



13:35-14:30 情報科学としての折り紙 上原隆平(JAIST)

11/16

帯状の紙を折る問題(1D)

- 1D: 線形時間で解ける(計算機にとって)簡単な問題



- やみくもに折ってもうまくいかない
- それほど自明ではない定理がある



平坦にたためるか?



- 2つの基本的な折り方:
- 端折り: 端を1つ折る
 - 段折り: 2つの連続する折り目を逆に折る

[定理]
帯が平坦にたためる
⇕
他の折り目に影響のない
端折りや段折りを繰り返して折ればよい

★上手に実装すると折り目の数に比例する時間で折り方を見つけることができる

13:35-14:30 情報科学としての折り紙 上原隆平(JAIST)

12/16

帯状の紙を折る問題

■ 1Dのじゃばら折り



- 素直に折ると... n 回折ればよい
- 最後の折り目が有効とし、重ねて折れば... $n/2 + \log n$ 回で折れる!!
- さらに頭を使うと... だいたい $cn^{0.7}$ 回で折れる!!



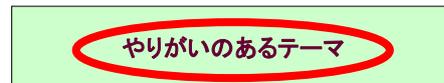
Ito and Uehara, 発表準備中.

13:35-14:30 情報科学としての折り紙 上原隆平(JAIST)

13/16

コンピュータサイエンスとしての折り紙

- CS的手法は否定的結果も肯定的結果も現実への貢献がある
- 理論的に「手におえない」否定的結果の解釈



- 折り線の数がとても多くなったとき爆発的な時間がかかる
- 折り線の数が多めになったときなら...なんとかなるかも?
- CSでは「近似アルゴリズム」「確率的アルゴリズム」などいろいろな手法が提案されている

[余談]

数学的に「不可能」と言ったときは、誰がどんなにがんばっても無理。(5次方程式の一般解、任意角の3等分など)

13:35-14:30 情報科学としての折り紙

コンピュータサイエンスとしての折り紙

- CS的手法は否定的結果も肯定的結果も現実への貢献がある
- よいアルゴリズムがある肯定的結果の解釈

~~もう終わっている...?~~

なおやりがいのあるテーマ

- モデル化の途中で捨てている仮定が問題になる
 - 紙の厚み
 - 紙の剛性
- 「現実的な問題」への「具体的な適用」は別テーマとして挑戦する価値がある
 - 機械工学的なアプローチと手を

まだまだ未開拓な成長分野!!

コンピュータサイエンスとしての折り紙

- おまけ
- 各論的な話題
 - 飛び出す絵本
 - 飛び出す絵本を開く問題も閉じる問題もNP困難
 - Ryuhei Uehara and Sachio Teramoto: Computational Complexity of a Pop-up book, *4th International Conference on Origami in Science, Mathematics, and Education (4OSME)*, 2006.
 - 展開図
 - 異なる2つの箱を作ることができる展開図(2000個以上発見)
 - Jun Mitani and Ryuhei Uehara: Polygons Folding to Plural Incongruent Orthogonal Boxes, *Canadian Conference on Computational Geometry (C3CG)*, 2008.
 - 帯状の紙を折る(準備中...)
 - 一般のパターンに対する上界
 - 「折らなければならない数」の下界
 - 実は[じゃばら折り]はもっとも手間がかかる折り方ではない!!

