

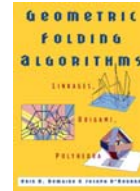
# 情報科学としての 折り紙

上原隆平  
北陸先端科学技術大学院大学  
uehara@jaist.ac.jp  
<http://www.jaist.ac.jp/~uehara>

## はじめに

Computer?

- サイエンスとしての折り紙...
  - 4OSME@California in 2006
    - Origami in Science, Mathematics, and Education
- コンピュータサイエンスとしての折り紙の可能性
  - 4OSMEの盛況ぶり
  - 各種英語の書籍



Joseph O'Rourke Erik Demaine



私:無関係

バイブル的本

- (特に日本では)まだまだ未開拓で認知度も低い...

## はじめに

- コンピュータサイエンスとしての折り紙の可能性
  - (特に日本では)まだまだ未開拓で認知度も低い...
    - 機械が専門の人に「計算機科学的折り紙」を!!
      - 理論計算機科学へのいざない  
(東工大で言えば数理・計算科学専攻の渡辺治研究室)
      - いろいろと応用を教えてください

The screenshot shows a Google search interface. The search bar contains the text 'Origami Uehara'. Below the search bar, there are several search results. The first result is titled 'Origami/Paper Craft/Pop-up Books' and includes the text: 'Ryuhei Uehara and Sachio Teramoto: Computational Complexity of a Pop-up book, 4th International Conference on Origami in Science, Mathematics, and Education (4OSME), Poster, 2006/9. Ryuhei Uehara and Sachio Teramoto: The complexity of ... www.jaist.ac.jp/~uehara/etc/origami/index.html - 5k - キャッシュ - 関連ページ'. Below this, there is a link to '北陸先端科学技術大学院大学[JAIST] 情報科学研究科 上原 隆平 准教授 ... Computational Complexity of a Pop-up Book, Ryuhei Uehara and Sachio Teramoto, 4th'.

## コンピュータサイエンスとしての折り紙

- 守備範囲(目標)
  - 与えられた「紙」から「目的物」を作ることが『どのくらい』難しいかをきちんと評価したい

The diagram shows a blue square sheet of paper on the left. A yellow arrow points from the sheet to a yellow speech bubble containing the text: 「基本操作」= 藤田-羽鳥の公理(普通の折りかた). To the right of the sheet, there is a yellow box containing three questions: 「基本操作」は何か? 何回操作する必要があるのか? 最適な折り方を見つけたい. Below the sheet, there is a photograph of a blue origami crane, with the caption: 川崎敏和氏の「巻き貝」.

# コンピュータサイエンス

【理論的に手におえない】って  
どういうこと??

- 守備範囲(目標)
  - 与えられた「紙」から「目的物」を作ることが『どのくらい』難しいかを評価したい。



前川淳氏の「悪魔」

↑ 抽象的  
↓ 具体的

数学的に折ることが「不可能」

CSの視点から:

- 理論的に「手におえない」(計算量の理論)
- 理論的に「効率よく折れる」(アルゴリズムとデータ構造)

CSの中心的テーマ

工学的に扱える折り紙

# コンピュータサイエンスとしての折り紙

- 理論的に「折れる」場合と「手におえない」場合

コンピュータサイエンスでは、「枚数」「手数」「コスト」...が指数関数的に増える問題は『手におえない』と言う。



7回ジャバラに折った

10回ジャバラに折ったら...11枚

26回ジャバラに折ったら...27枚

4回半分に折った

紙の重なり... $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ 枚

10回半分に折ったら... $2 \times \dots \times 2 = 2^{10} = 1024$ 枚

26回半分に折ったら... $2^{26} = 67108864$ 枚

$2^4 = 16$

4000m超

## コンピュータサイエンスとしての折り紙

- 問題を限定して様々な結果が得られている。例：

帯状の長い紙を与えられた山折り/谷折りにしたがって折ることができるかどうかを判定する

- 帯が2D内で90度単位で蛇行していると「手におえない」難問である。
- 帯が1D内で直行しているときは折り目の数に比例する時間で解けるので「簡単な問題」である。

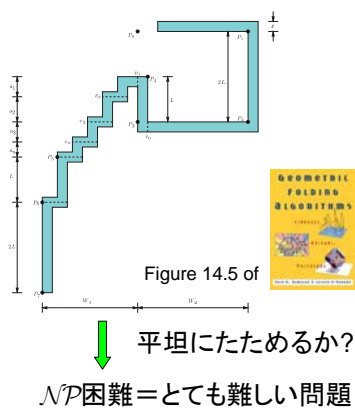
Arkin et al., "When Can You Fold a Map?," 2004.

- 1Dの帯で等間隔(じゃばら折り、プリーツ折り)なら「とても速く」折り目をつける「良い方法」がある。

Ito and Uehara, 発表準備中.

## 帯状の紙を折る問題

- 2Dでは



- 1Dでは



↓ 平坦にたためるか?  
折り目の数に比例する時間で解ける  
= 計算機にはやさしい問題



Yes!!



必ずしも  
単純ではない

E.M. Arkin, M.A. Bender, E.D. Demaine, M.L. Demaine, J.S.B. Mitchell, S. Sethia and S.S. Skiena, "When Can You Fold a Map?," *Computational Geometry: Theory and Applications*, 29(1), p. 23-46, 2004.

# 帯状の紙を折る問題

## ■ 1Dのじゃばら折り



- 素直に折ると...  $n$  回折ればよい
- 最後の折り目が有効とし、重ねて折れば...  $n/2 + \log n$  回で折れる!!
- さらに頭を使うと... だいたい  $cn^{0.7}$  回で折れる!! ( $c$ は1より小さな定数)



Ito and Uehara, 発表準備中.

13:35-14:30 情報科学としての折り紙 上原隆平(JAIST)

9/16

# 帯状の紙を折る問題(2D)

## ■ 2D: $NP$ 困難問題(おそらく指数時間かかる難問)

□ 証明方法:すでに $NP$ 困難であることがわかっている問題をこの問題に帰着する(少なくとも同程度には難しいことがわかる)

□ すでに $NP$ 困難であることがわかっている集合分割問題:

- 入力:集合 $S$  (例えば  $S=\{3, 125, 361, 368, 921, 1528\}$ )
- 出力:合計が同じ2つの集合に分けられるなら Yes  
そうでないなら No

Yes!  
{3,361,368,921}  
& {125,1528}  
でどちらも1653

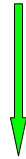
どうも全部の組合せを試さない  
とダメっぽい?  
組合せの数は**指数関数的**

[余談]  
 $NP$ 困難問題が本当に指数関数的かどうかは、  
「 $P \neq NP$ 予想」と呼ばれる未解決問題で、  
100万ドル(!!)の懸賞金つきの超難問。  
多くの研究者は指数関数的と信じている。



## 帯状の紙を折る問題

### ■ 1Dのじゃばら折り



- 素直に折ると...  $n$  回折ればよい
- 最後の折り目が有効とし、重ねて折れば...  $n/2 + \log n$  回で折れる!!
- さらに頭を使うと... だいたい  $cn^{0.7}$  回で折れる!!



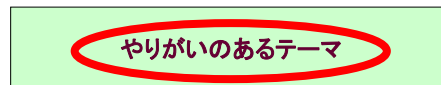
Ito and Uehara, 発表準備中.

13:35-14:30 情報科学としての折り紙 上原隆平(JAIST)

13/16

## コンピュータサイエンスとしての折り紙

- CS的手法は否定的結果も肯定的結果も現実への貢献がある
- 理論的に「手におえない」否定的結果の解釈



- 折り線の数がとても多くなったとき爆発的な時間がかかる
- 折り線の数が多めになったときなら...なんとかなるかも?
- CSでは「近似アルゴリズム」「確率的アルゴリズム」などいろいろな手法が提案されている

[余談]

数学的に「不可能」と言ったときは、誰がどんなにがんばっても無理。(5次方程式の一般解、任意角の3等分など)

13:35-14:30 情報科学としての折り紙

## コンピュータサイエンスとしての折り紙

- CS的手法は否定的結果も肯定的結果も現実への貢献がある
- よいアルゴリズムがある肯定的結果の解釈

~~もう終わっている...?~~

なおやりがいのあるテーマ

- モデル化の途中で捨てている仮定が問題になる
  - 紙の厚み
  - 紙の剛性
- 「現実的な問題」への「具体的な適用」は別テーマとして挑戦する価値がある
  - 機械工学的なアプローチと手を

まだまだ未開拓な成長分野!!

## コンピュータサイエンスとしての折り紙

- おまけ
- 各論的な話題
  - 飛び出す絵本
    - 飛び出す絵本を開く問題も閉じる問題もNP困難
      - Ryuhei Uehara and Sachio Teramoto: Computational Complexity of a Pop-up book, *4th International Conference on Origami in Science, Mathematics, and Education (4OSME)*, 2006.
  - 展開図
    - 異なる2つの箱を作ることができる展開図(2000個以上発見)
      - Jun Mitani and Ryuhei Uehara: Polygons Folding to Plural Incongruent Orthogonal Boxes, *Canadian Conference on Computational Geometry (CCCG)*, 2008.
  - 帯状の紙を折る(準備中...)
    - 一般のパターンに対する上界
    - 「折らなければならない数」の下界
      - 実は[じゃばら折り]はもっとも手間がかかる折り方ではない!!

