



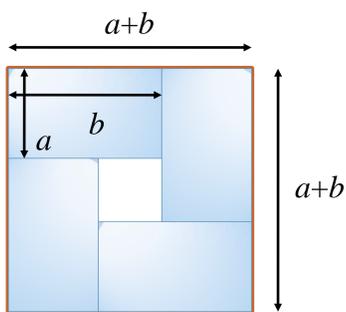
# ホフマンパズルとクヌースの拡張の研究

北陸先端科学技術大学院大学 情報科学研究科 教授  
上原 隆平 (<http://www.jaist.ac.jp/~uehara>)

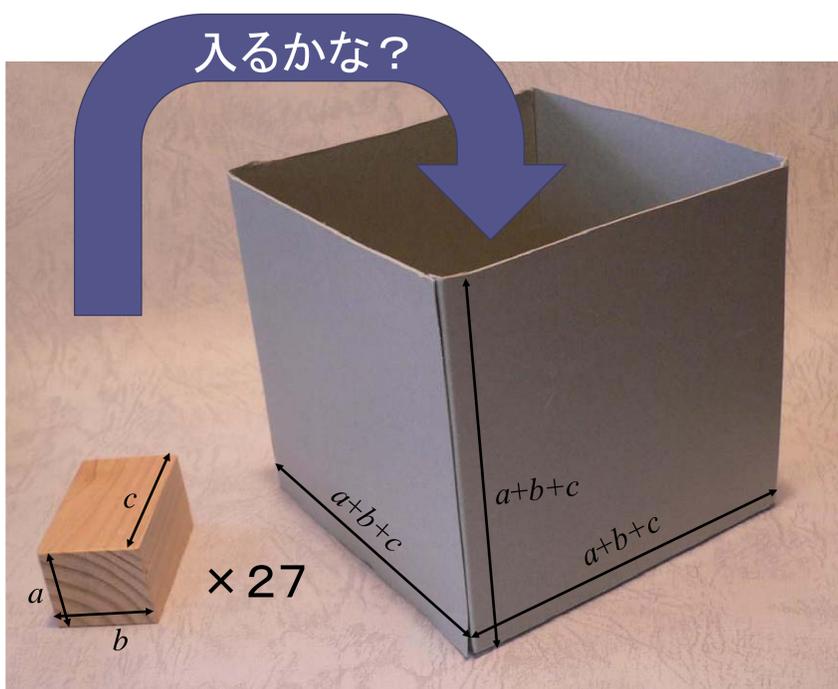
## 1. ホフマンパズル

### 1.1. ホフマンの疑問

大きさ  $a \times b$  の長方形4枚を大きさ  $(a+b) \times (a+b)$  の正方形の枠の中に並べるのは簡単だけど...



大きさ  $a \times b \times c$  のブロック27個を大きさ  $(a+b+c) \times (a+b+c) \times (a+b+c)$  の箱の中に詰め込むことはできるのかなあ...??



これが1981年生まれのホフマンパズルです。  
• 歴史的に「超難解パズル」として有名です。  
• 21通りの解があることが知られています。

### 1.2. ホフマンパズルのポイント

ホフマンパズルのサイズは

- ①  $a < b < c$
- ②  $4a > (a+b+c)$

が成立する  $a, b, c$  であれば何でもOKです。特に②は「**ブロックを4つ積むと、はみ出る**」という条件です。つまりブロックは

- 3個  $\times$  3個  $\times$  3個 = 27個入れる
  - 個々のブロックを回す
- ことしかできません。それなのに超難問なのです！

## 2. クヌースの拡張パズル

### 2.1. クヌースの疑問

ホフマンパズルのサイズの条件

- ①  $a < b < c$
- ②  $4a > (a+b+c)$

の②を

- ②  $4a = (a+b+c)$

として「**辺aのところだけブロックを4つ積める**」という条件にすると、どうなるかな...?

[余談]  
クヌースこと D. E. Knuth はコンピュータ業界では超有名人ですが、パズル業界でもかなり有名です。

これが2004年に提案されたホフマンパズルの拡張型です。もちろんホフマンパズルと同じ方法で27個詰め込むことができますが、なんと！

拡張パズルでは、  
**28個目のブロックが入ります！！**

### 定理 [後藤、上原2011]

- 拡張型ホフマンパズルは20通りの解がある
- ①, ②以外に  $3b \leq a+b+c$  という条件も必要
- 29個目のブロックは絶対に入らない

### 2.2. 拡張型ホフマンパズルのポイント

拡張型ホフマンパズルのサイズは

- ①  $a < b < c$
- ②  $4a = (a+b+c)$
- ③  $3b \leq (a+b+c)$

が成立する  $a, b, c$  であればOKですが、 $a:b:c=3:4:5$  がお勧めです。がんばって20通りの解をみつけてみて下さい。ただし、これも**かなりの難問**です。

パズル解析協力: 石野恵一郎氏

パズル製作協力: 積み木インテリアギャラリー-いたち丸氏

