

複雑ネットワークにおける 頑健性, カスケード故障, 地理的制約に対する トポロジー制御

林 幸雄

yhayashi@jaist.ac.jp

北陸先端科学技術大学院大学

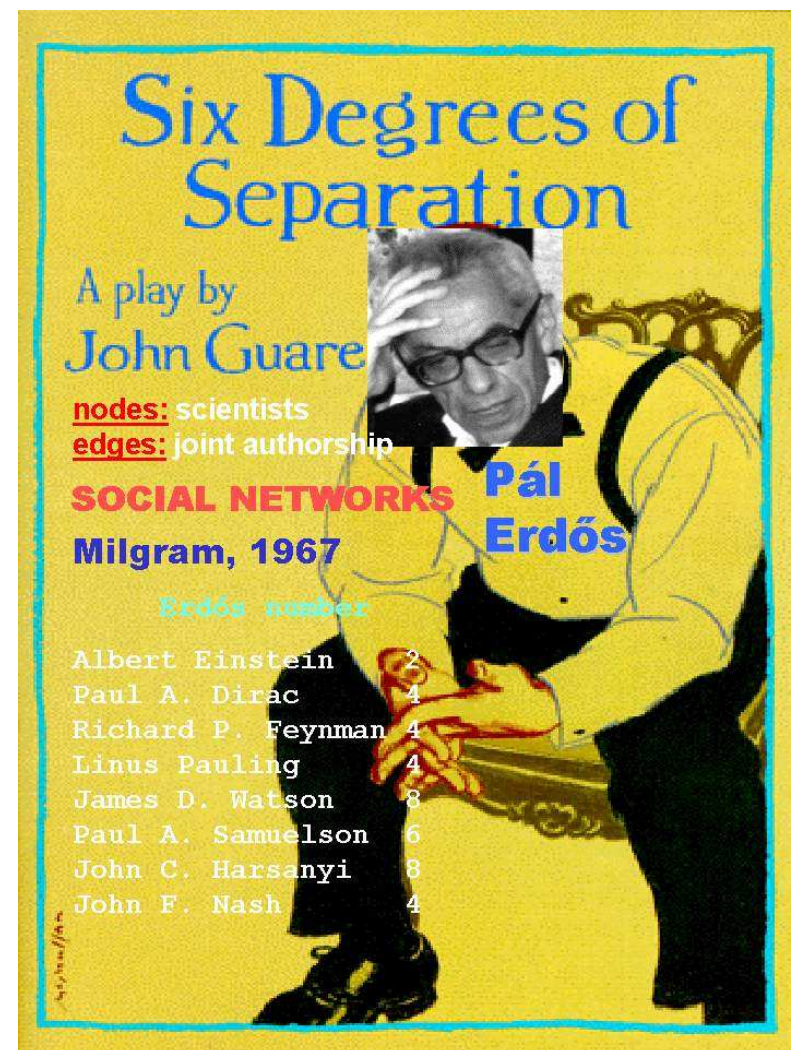
1. Introduction

小さな世界

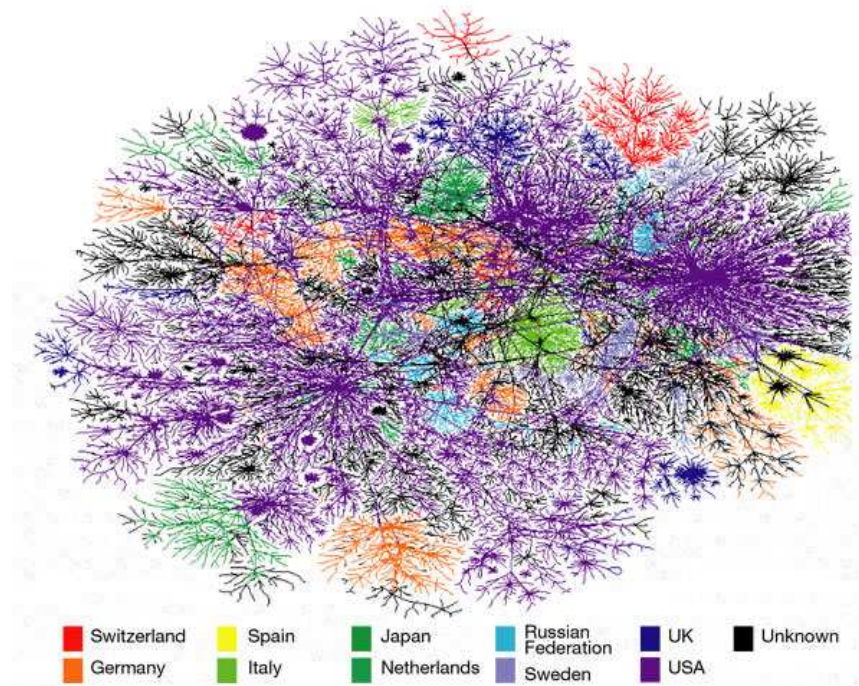
- 6人の知人, S.Milgram, Physiology Today 2, 1967.
- WWWは19クリック
 $d = 0.35 + 2 \log_{10} N$,
R.Albert et al., Nature 401, 1999.

社会関係, 人工物, 自然界など, 全く異なる対象や要素のネットワークに共通の性質がある!

むしろ例外: 階層的組織, 基盤目の都市, 物質の結晶格子等



Power-law Degree Distribution



Internet connectivity with selected backbone ISPs (CAIDA) Nature 406, 2000

<http://www.nd.edu/~networks/ppt/SanDiego.ppt/>

World Wide Web

R. Albert, H. Jeong, A.-L. Barabási, Nature (in press)

nodes: WWW documents
edges: URL links

800 million documents (S. Lawrence, 1999)

ROBOT: adds to its database all URL's found in a document and follows them recursively

$P_{out}(k) \sim k^{-\gamma_{out}} \quad \gamma_{out} = 2.45$

$P_{in}(k) \sim k^{-\gamma_{in}} \quad \gamma_{in} = 2.1$

(see also Huberman *et. al.*, Kleinberg *et. al.*, Faloutsos *et. al.*)

DIAMETER OF THE WWW : 19 clicks...

Scale-free Networks

現実の複雑なネットワークに共通する SF 構造

インフラ技術: 航空路線, インターネット, WWW,
電力網, 電子回路網

社会関係: 企業間取引, 知人, 映画の共演, 論文引用,
性的接触, 電子メール送受信数, 言語

生物系: 神経回路網, 遺伝子や代謝反応, 食物連鎖

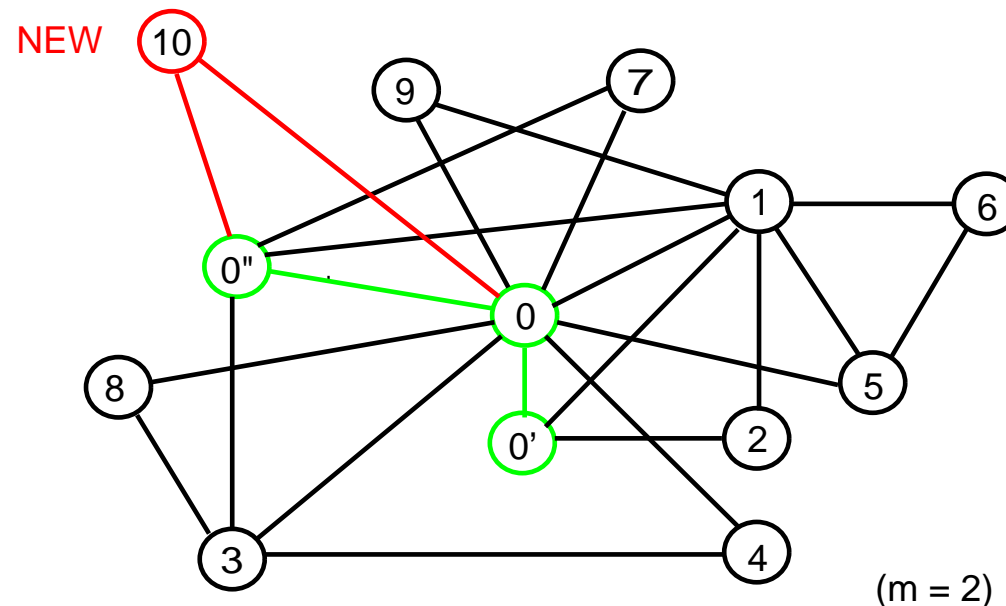
べき乗則 $P(k) \sim k^{-\gamma}$, $2 < \gamma < 3$ が普遍的に存在

→ 短い経路長, 友達の友達, **ハブ攻撃への脆弱性** 等

2. Rich-get-richer Rule

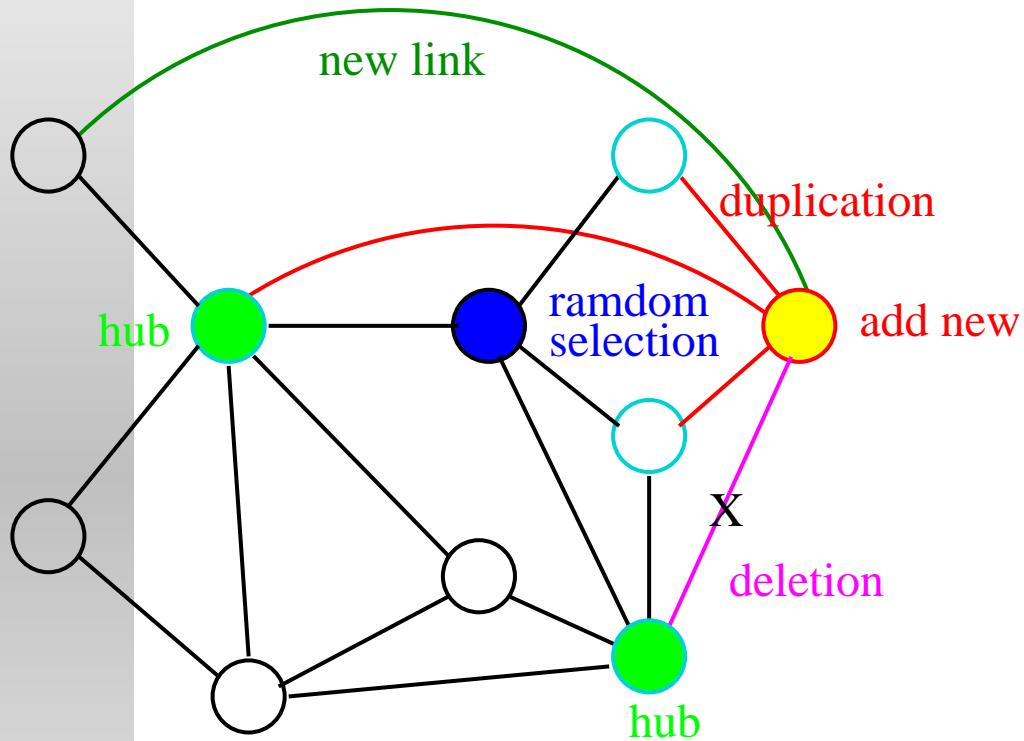
BA モデル: A.-L. Barabási and R. Albert, Physica A 272, 1999.

- $|V_0| = N_0$ と $|E_0| = m < N_0$ の初期構成から,
- 毎時刻 t に, 新ノードを追加し, 新ノードから既存ノード i に確率 $\Pi_i(t) \sim k_i(t)$ で m 本リンク.



age-effect (S.N. Dorogovtsev et al. PRL 85, 2000), rewire(R. Albert, PRL 85, 2000), fitness(G. Bianconi, PRL 86, 2001)

Duplication Model



ランダムに選ばれた頂点に隣接するハブにはリンク複写のチャンス大!

⇒ 生物は、選択不要のより単純な機構で, Pref. Attach. を実現!

R.V. Solé et al., Advances in Complex Systems 5, 2002

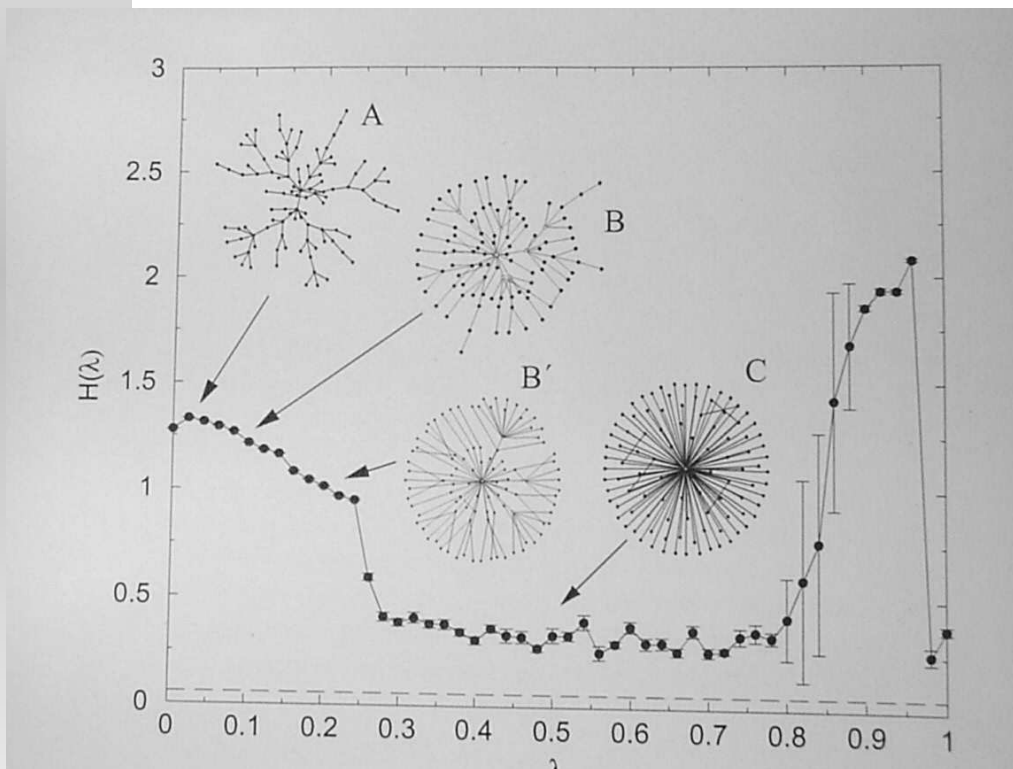
Optimal Topology

経済性：リンク数

$\leftarrow 0 < \lambda < 1 \rightarrow$

通信効率：距離

Random (tree) - Pref. (SF) - Forced (star, clique)



$$\min E(\lambda) = \lambda d + (1 - \lambda)\rho,$$

$$\text{距離 } d \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\sum_{i < j} D_{ij}}{n C_2} / D_{max},$$

$$\text{リンク数 } \rho \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\sum_{i < j} a_{ij}}{n C_2},$$

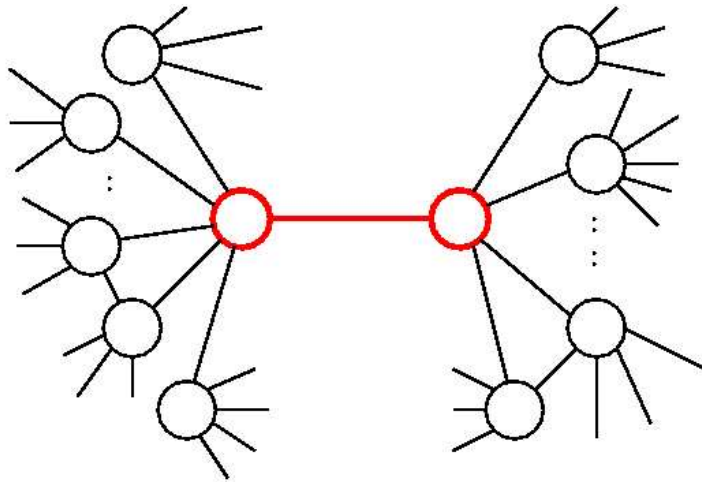
次数 k の頂点頻度 p_k の
エントロピーで評価

$$H \stackrel{\text{def}}{=} - \sum_{k=1}^{n-1} p_k \log p_k$$

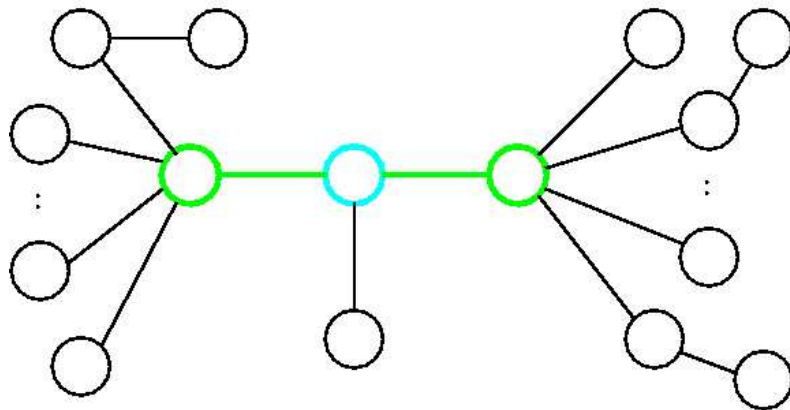
R.F. i Cancho and R.V. Solé, SantaFe Inst. Working Paper 01-11-

068, 2001

Connectivity Correlations



Assortative 結合 ハブ
同士など, 同程度の
次数ノードが結合
しがちな傾向
社会システム



Disassortative 結合 ハ
ブと低次数ノード
など, 次数が異なる
ノードが結合しが
ちな傾向
技術・生物システム

結合傾向に依存した伝搬特性, 長短所は?

M.E.J. Newman, PRL 89, 2002 & PRE 67, 2003

3. Robust, Yet Vulnerable

SF 構造の性質

頑健性： ランダムな
ノード故障には強く
連結性を保持

脆弱性： ハブの集中
攻撃で極度に分断

⇒ 逆に、極度な分断性は、
ウィルス拡散の防止
には好都合!

Z. Dezsö and A.L. Barabási,
PRE 65, 055103, 2002, R. P.-
Satorras and A. Vespignani, PRE
65, 036104, 2002



Cite Percolation

占有率 q の $\forall P(k)$ における実効的な次数分布

$$\bar{P}(\bar{k}) = \sum_{k=\bar{k}}^{\infty} P(k)_k C_{\bar{k}} q^{\bar{k}} (1-q)^{k-\bar{k}}.$$

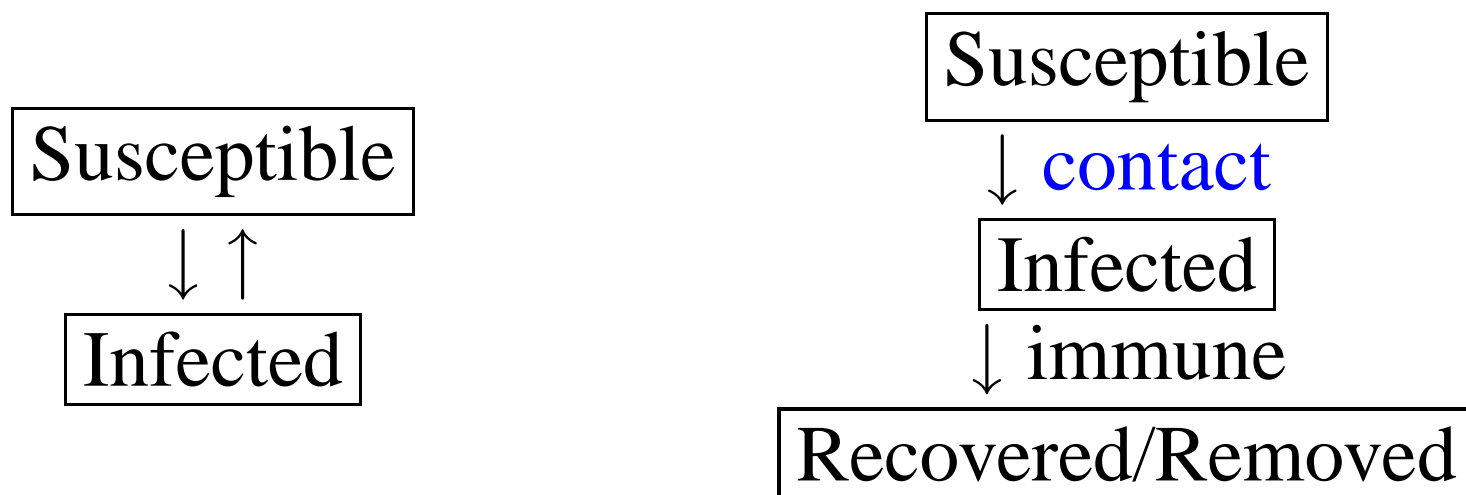
巨大連結成分が出来る条件式 $\frac{\langle \bar{k}^2 \rangle}{\langle \bar{k} \rangle} = 2$ より, 臨界値:

$$q_c = \frac{1}{\langle k^2 \rangle / \langle k \rangle - 1}.$$

現実の SF ネットでは, べき指数は $2 < \gamma < 3$ なので, $\langle k^2 \rangle = \sum k^2 P(k) \sim \sum k^{2-\gamma} \rightarrow \infty, q_c \rightarrow 0$: 強結合耐性 (不可避なウィルス拡散)

Conventional SIS, SIR

感染流行モデルにおける各ノードの状態遷移



風土病：一定人口 (出生死亡率) や一様な活動の
仮定

⇒ 現代では、長距離の移動手段、局所的に集中する
人々、人ごとに偏った接触機会

Absence of the Threshold

SF ネット上の SIS モデルにおける次数 k を持つ
ノードの感染密度

$$\dot{\rho}_k(t) = -\rho_k(t) + \lambda k(1 - \rho_k(t))\Theta(t), \quad s_k(t) + \rho_k(t) = 1.$$

平均場近似 $\Theta \stackrel{\text{def}}{=} \sum_k \frac{kP(k)\rho_k}{\langle k \rangle}$ に, $\dot{\rho}_k = 0$ の平衡解

$\rho_k = \frac{\lambda k \Theta}{1 + \lambda k \Theta}$ を代入して Θ の関数 $f(\Theta)$ として表す.

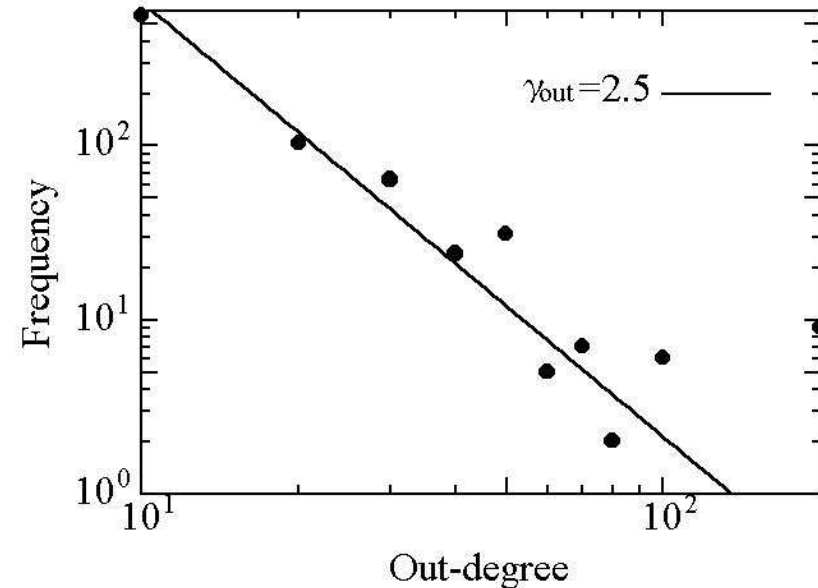
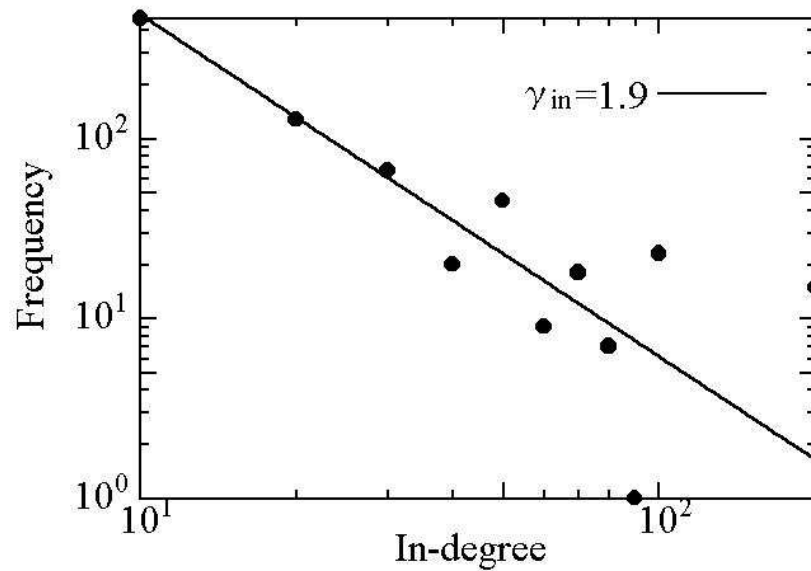
条件 $\exists \rho_k \neq 0$ は, $\left. \frac{df(\Theta)}{d\Theta} \right|_{\Theta=0} \geq 1$ と等価.

ゆえに, 感染流行のしきい値 λ_c は,

$$\lambda_c \leq \frac{\langle k \rangle}{\langle k^2 \rangle} \sim \frac{1}{\ln N} \rightarrow 0 \quad (N \rightarrow \infty).$$

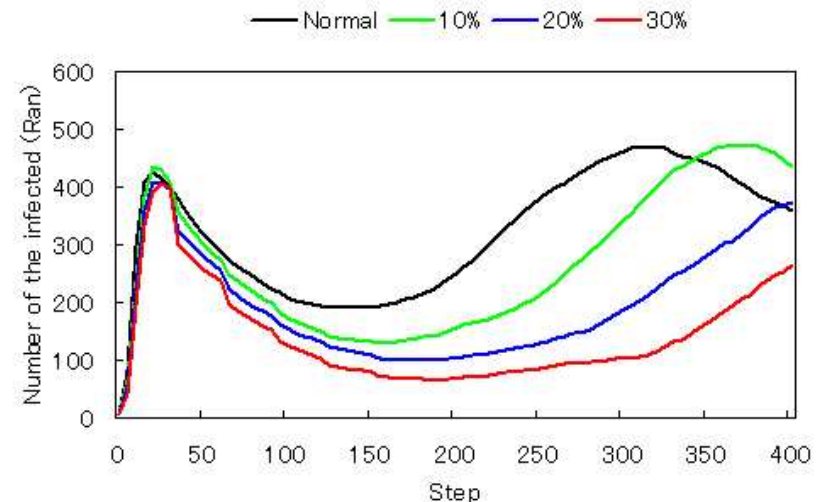
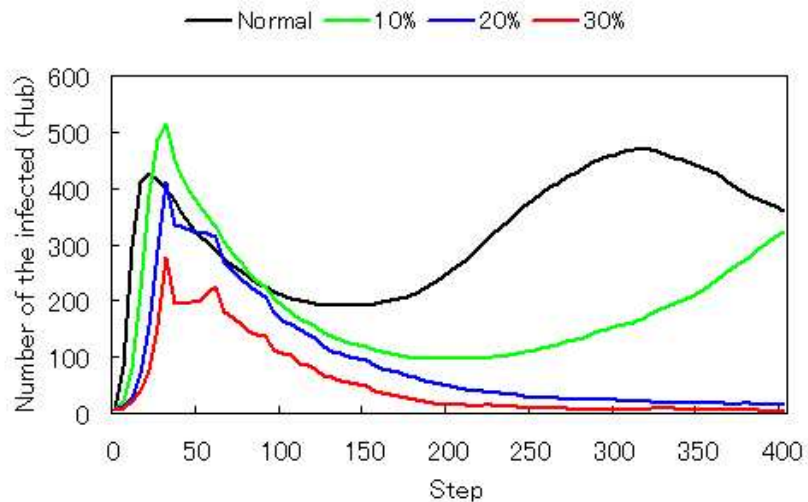
E-mail Data

現実の電子メールの送受信関係は SF ネットワーク
⇒ 従来の格子状あるいは一様ランダムな接触ではない!



World Internet Projects 日本調査より (H12 10-11, 2555 人)

Effect of the Hub Immunization



ハブ免疫化

ランダム免疫化

確率的 SHIR 推移モデルで, 30 ステップ (1ヶ月に相当) ごとに, 成長した規模の 10, 20, 30 % の頂点を免疫化した場合の, 感染数の平均値.

ハブ免疫率 30 % で絶滅!, ランダム免疫で再流行

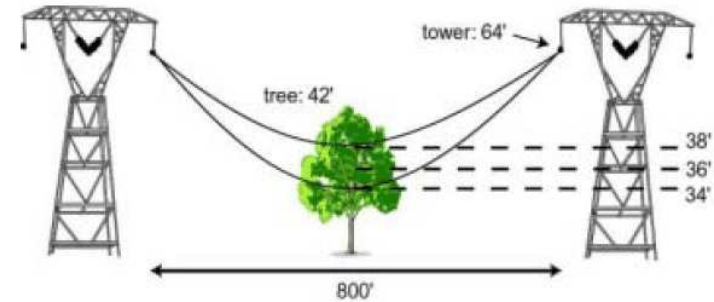
林, 箕浦, 松久保, 情報論 Vol.44, SIG(TOM9), 2003, & Physical Review

E 69, 016112, 2004.

4. Cascading Failure

許容量を越えた被害伝搬

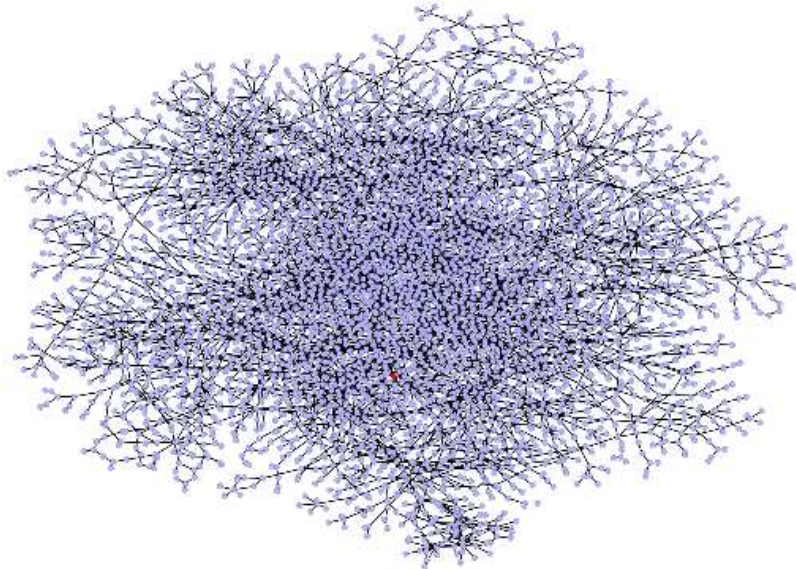
- 電力崩壊: 初期断線からの広域停電
- 道路やパケットの渋滞
- ⋮



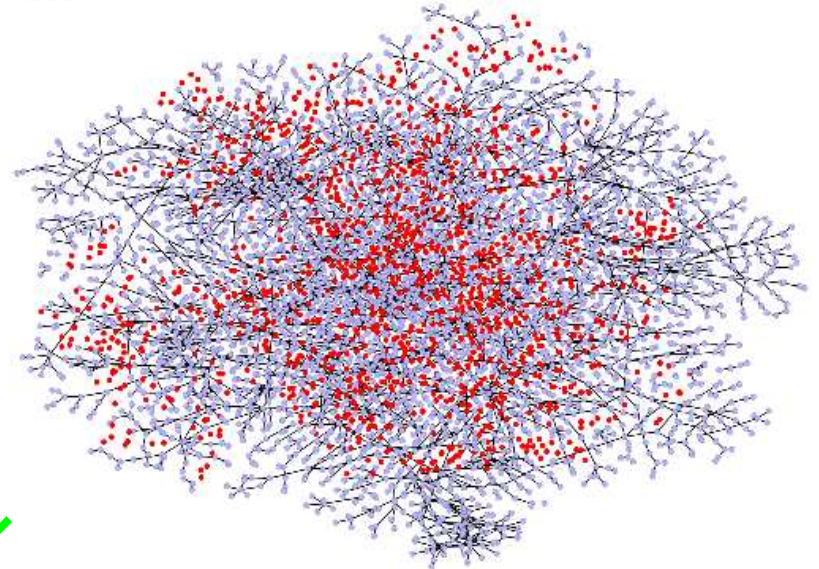
2003年8月14日北米北東部停電事故に関する調査報告書, 2004年3月北米北東部停電調査団 (NERC “August 14 2003 Blackout”), 及び, 北米東部大停電について, IEEJ 2003年8月.

Avalanche Dynamics

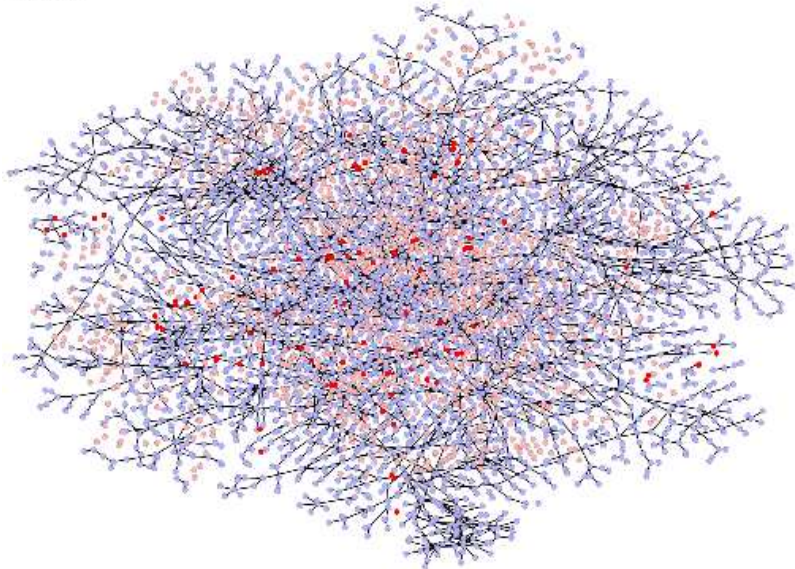
ステップ 1 (t=0)



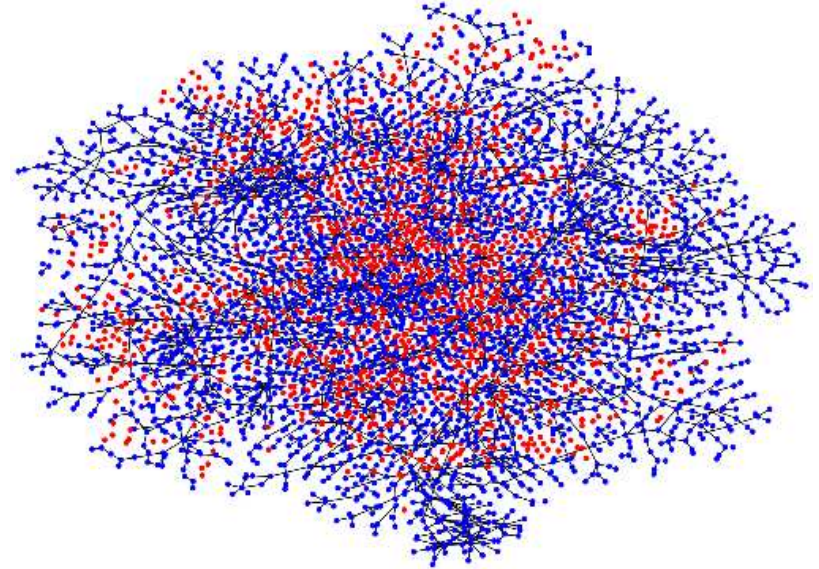
ステップ 1 (t=0)



ステップ 2 (t=1)



ステップ 2 (t=2)



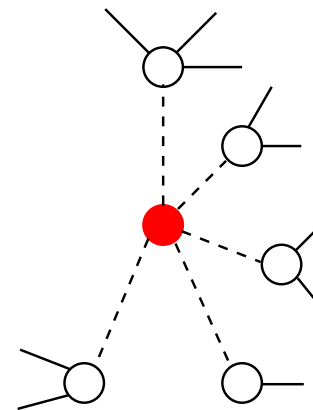
Defense Strategies

従来法: 中継量より発生量の方が多いノード順に割合 f だけ除去

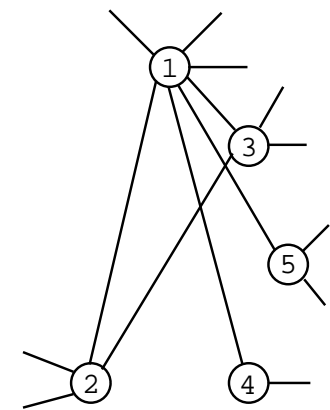
A.E. Motter, PRL 93, 2004

提案法: 初期故障源の周辺ノード間の, 次数 k_i や負荷量 $B_i(t)$ に従った局所的なリンク張替

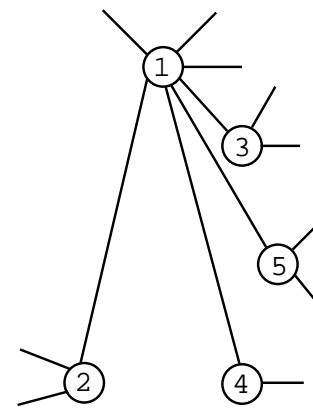
各時刻で任意のノード間で通信要求が発生, 最短経路を通り, 各ノード i の容量は $\alpha \times B_i(0)$



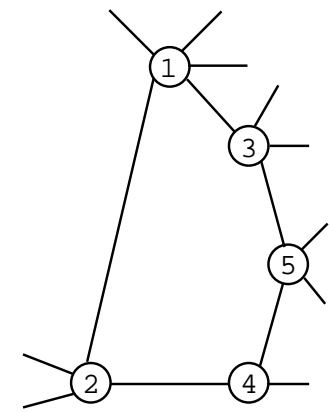
(a) initial



(b) ordering



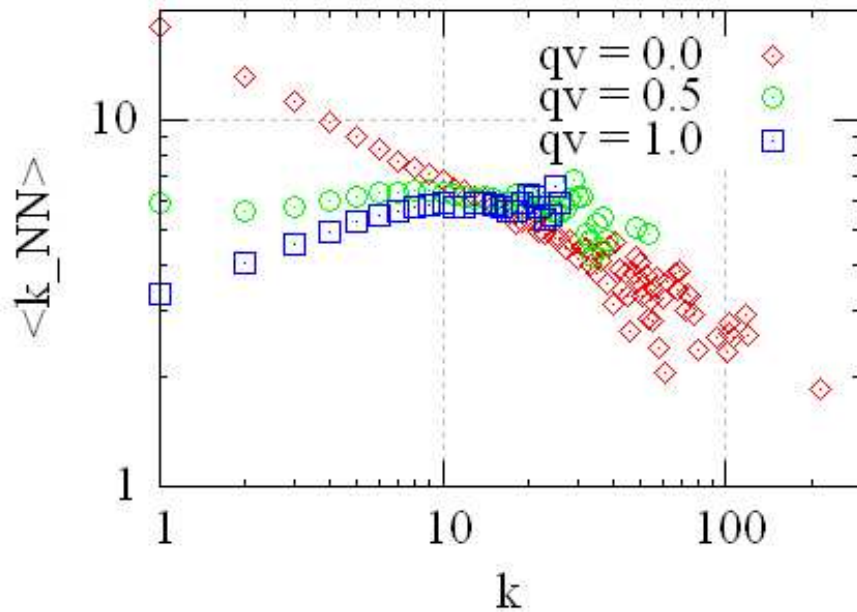
(c) star



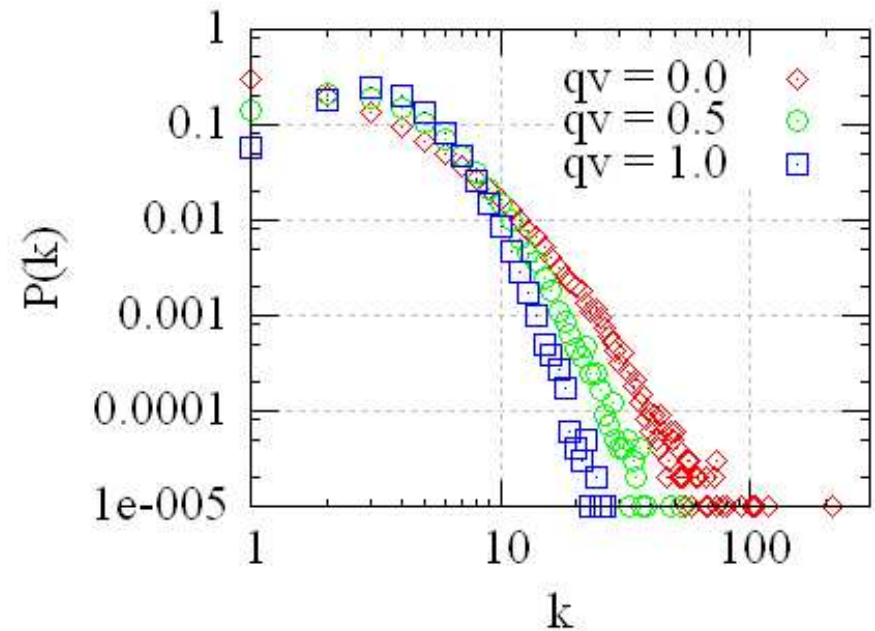
(d) ring

種々の張替方法

$\langle k_{NN} \rangle$ and $P(k)$ in CDD Model



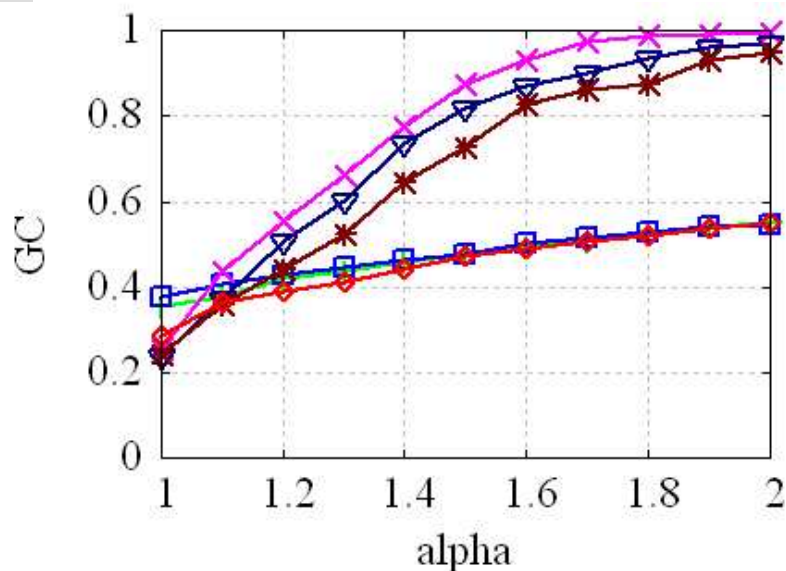
(a) Degree-degree correlation



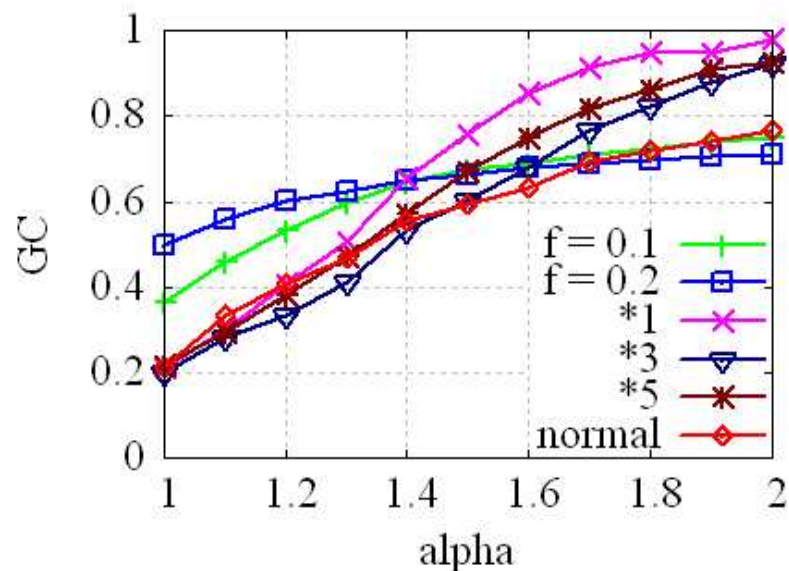
(b) Degree distribution

Simulation Results

CDD モデル ($\langle k \rangle \approx 4$) における GC の変化



正相関 (Ass)

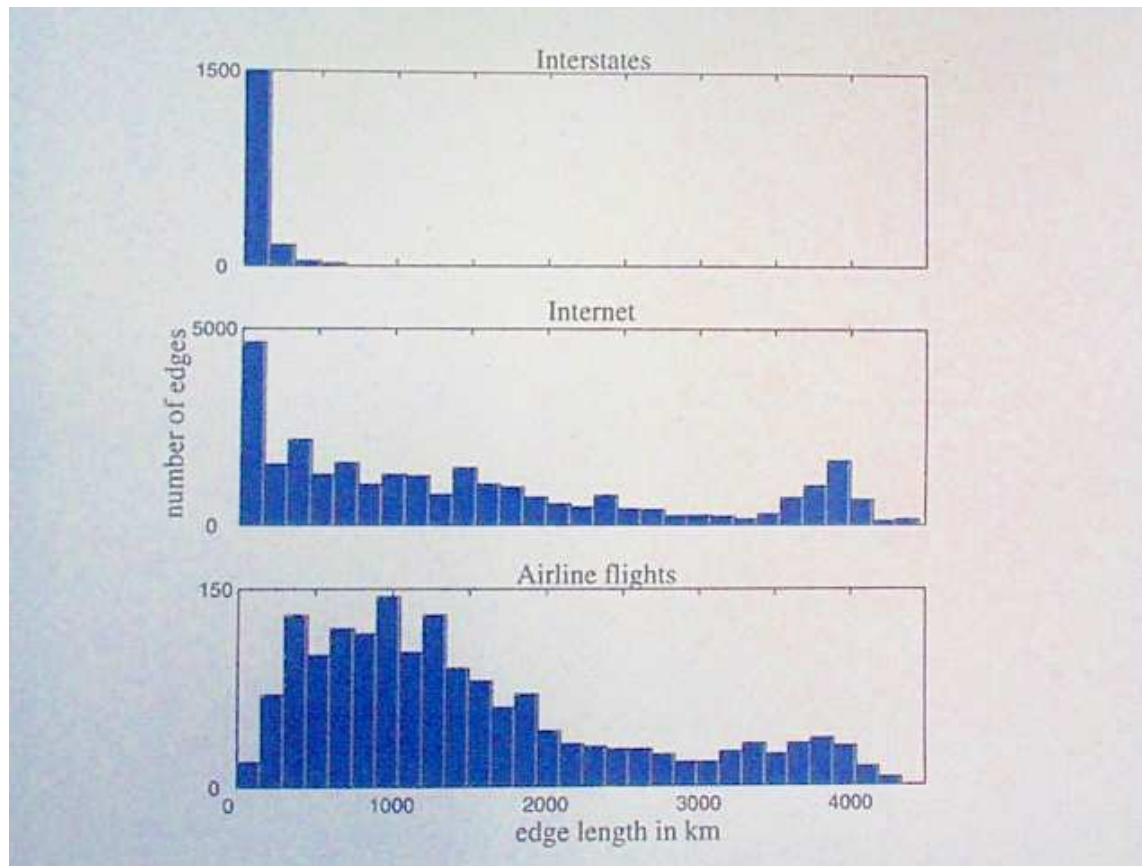


負相関 (Dis)

◇ : 無防御, + : 従来法 $f = 0.1$, □ : 従来法 $f = 0.2$,
× : 完全結合, ▽ : 和の順, * : リング化

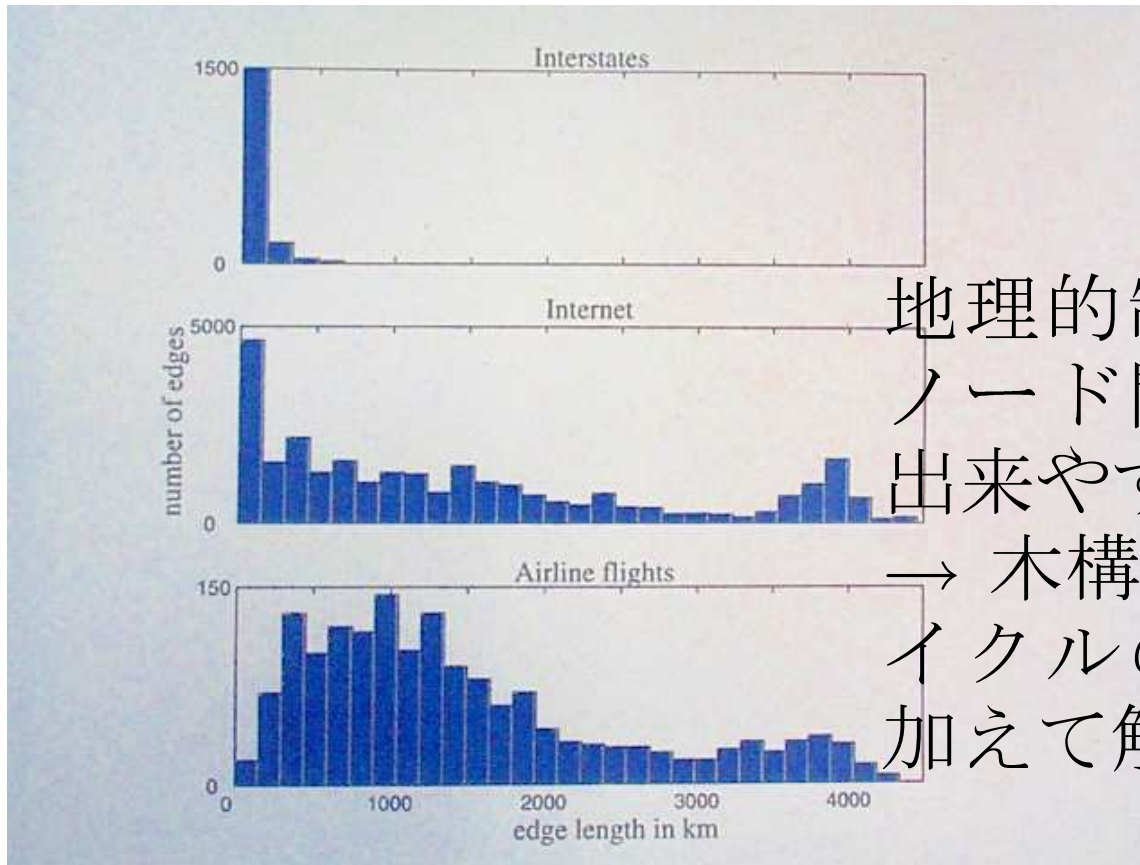
林, 宮崎, 情処論 Vol.47, No.3, 2006.

5. Geographical constraints



M.T.Gastner and M.E.J.Newman,
Euro.Phys. J. B 49(2), 2006.

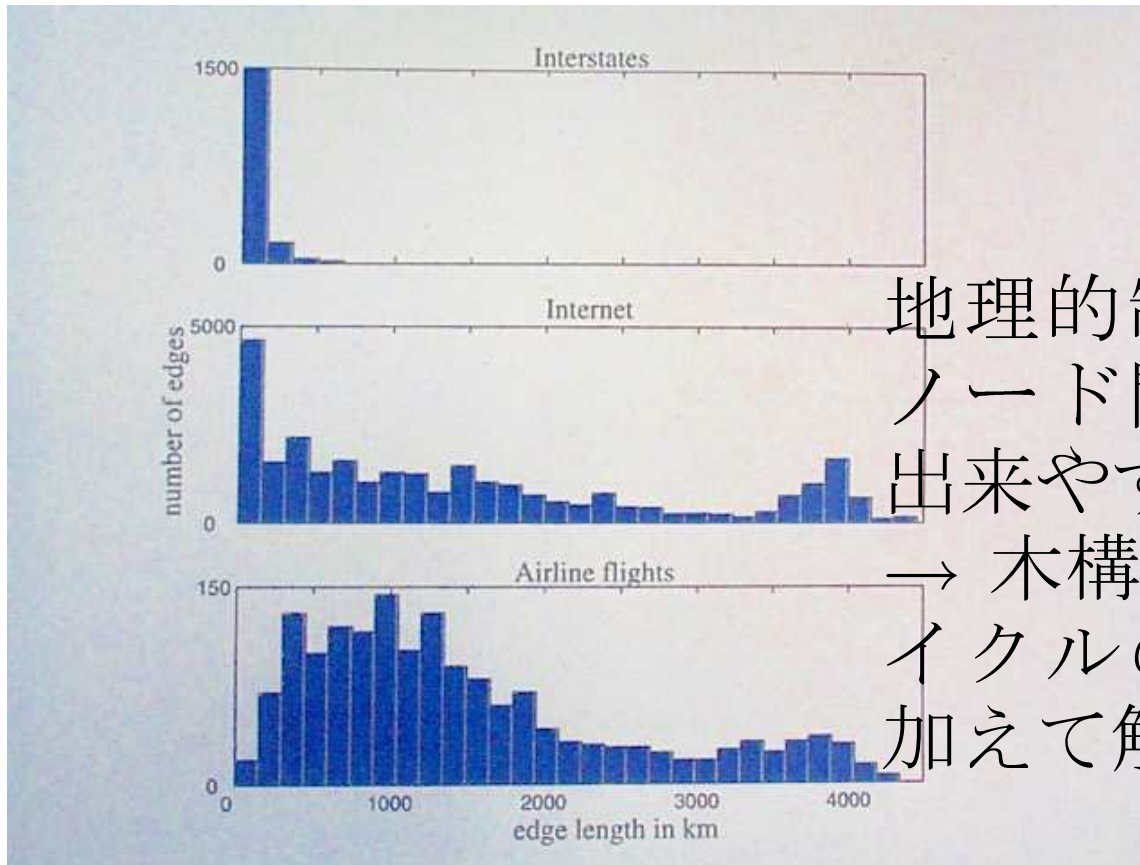
5. Geographical constraints



地理的制約により近接
ノード間のサイクルが
出来やすい
→ 木構造に長さ L のサ
イクルの独立な影響を
加えて解析を拡張

M.T.Gastner and M.E.J.Newman,
Euro.Phys. J. B 49(2), 2006.

5. Geographical constraints



地理的制約により近接ノード間のサイクルが出来やすい
→ 木構造に長さ L のサイクルの独立な影響を加えて解析を拡張

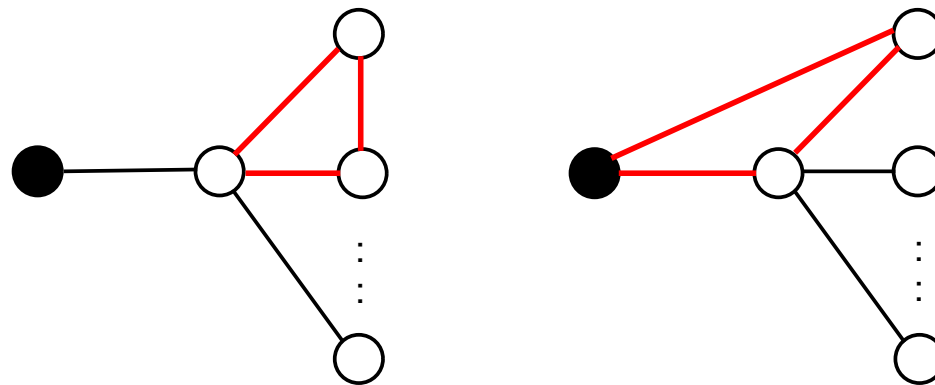
M.T.Gastner and M.E.J.Newman,
Euro.Phys. J. B 49(2), 2006.

$\forall P(k)$ において, 短いサイクルの存在でより脆弱に!

Effect of Triangles

長さ3のサイクル（友達の友達の三角形）の影響

$$q_c^* = \frac{\langle k \rangle}{\langle k(k-1) \rangle - \left(1 - q_c^* \frac{\langle k(k-2) \rangle}{\langle k \rangle}\right) \langle C(k) \frac{(k-1)^2}{2} \rangle}$$



理論予測：分母がより小さくなって $q_c^* > q_c$, 短いサイクルの存在で **ランダム故障により脆弱!**

L.Huang et al., Europhys.Lett. 72(1), 2005.

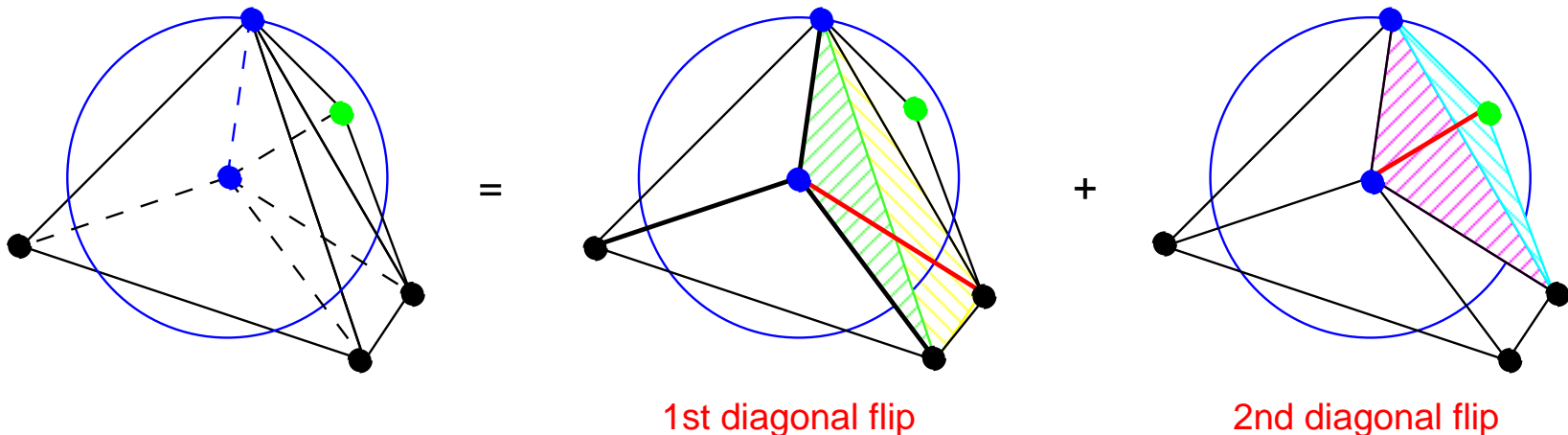
Geographical SF networks

三角分割されたある初期構成から反復的に成長

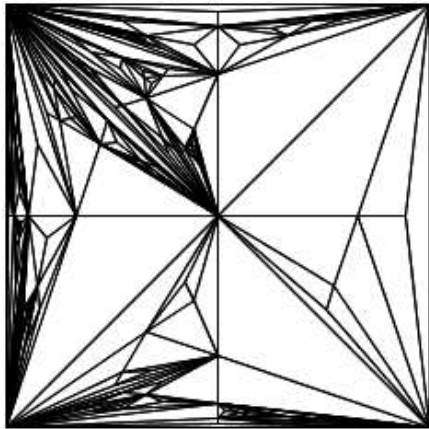
Random Apollonian: ランダム選択した三角形内に新ノードを挿入し, そこから各頂点に結合 (三角形の再分割)

Delaunay-like SF: 新ノードを中心としたある範囲内で対角変形を施す (長距離リンクの抑制)

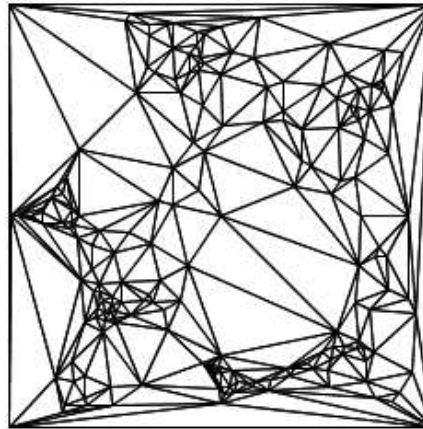
Delaunay Triangulation: 対角変形操作を全域で



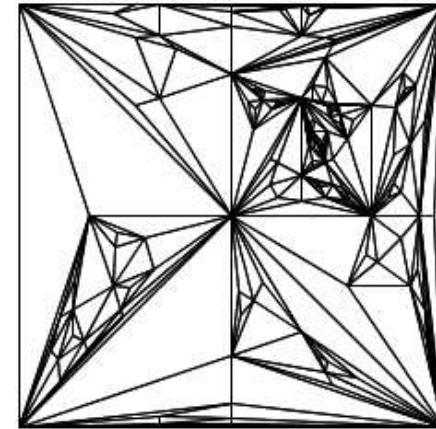
Topological Structure



RA



DT

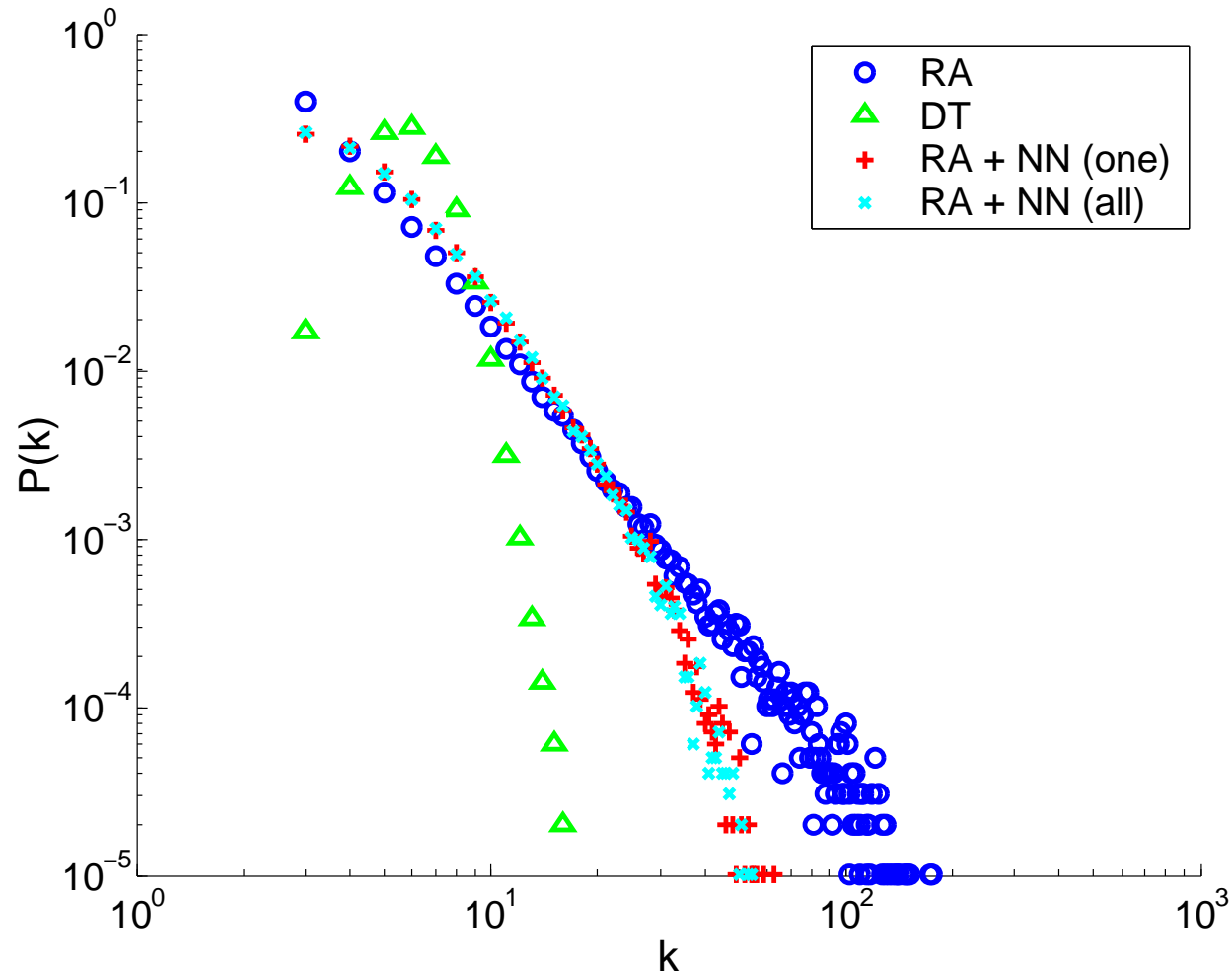


RA+NN(one)

- 4隅と中央におけるハブ的スタブ
- 人口分布のような疎密部分が自然に創出

Y.Hayashi and J.Matsukubo, Physical Review E 73, 066113, 2006.

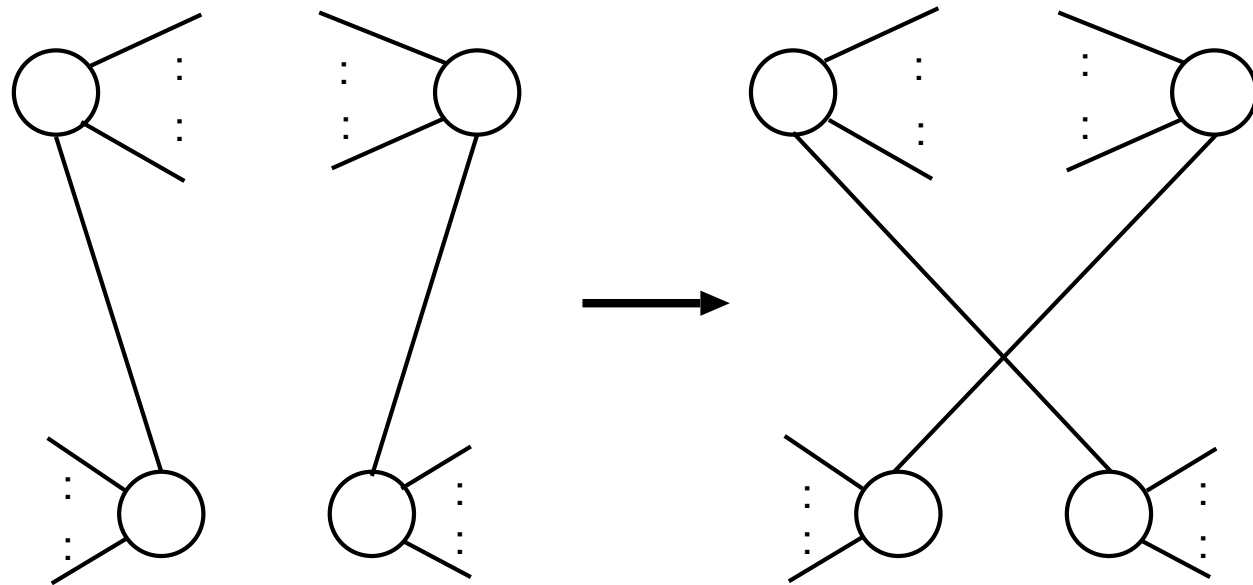
Degree Distribution



RA: power law, DT: lognormal, RA+NN: power law with exponential cutoff (the deg. of hubs are reduced)

Randomly Rewired Nets

地理的制約を無くしたネットワークとの比較：
総リンク数や次数分布を保持したまま、ランダムに
リンクを張り替える

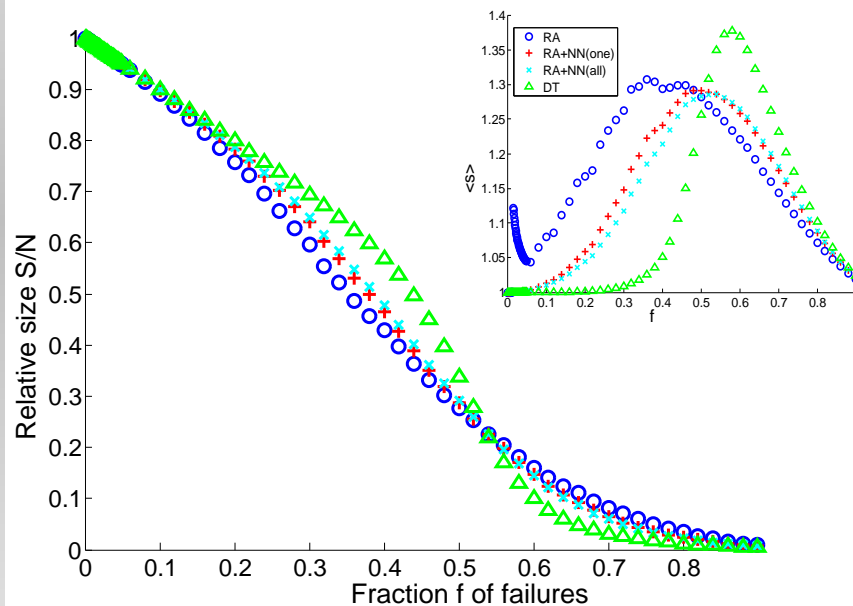


Rewiring a pair of links with the same degree at each node

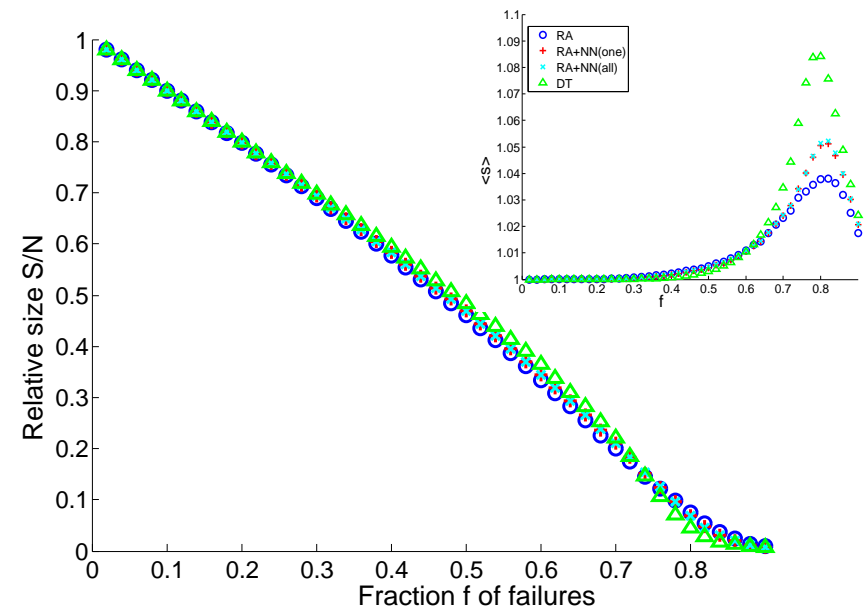
Maslov et al., Physica A 333, 2004

Tolerance to Failures

最大連結成分 GC のサイズ比 S/N
挿入図：平均クラスタサイズ $\langle s \rangle$



(a) geographical nets

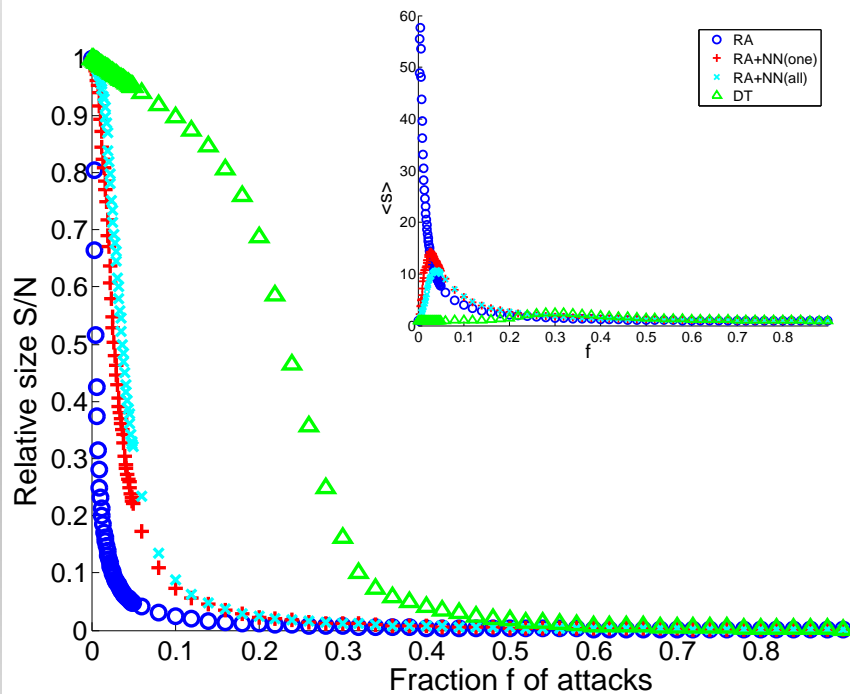


(b) rewired nets

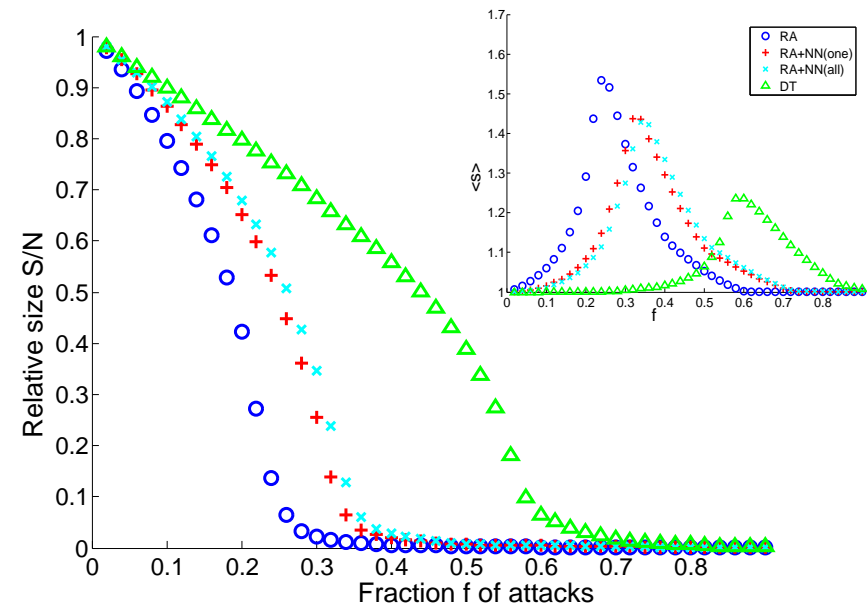
⇒ どのモデルもランダム故障には同様な頑健性

(RA: ○, DT: △, RA+NN(one): +)

Tolerance to Attacks



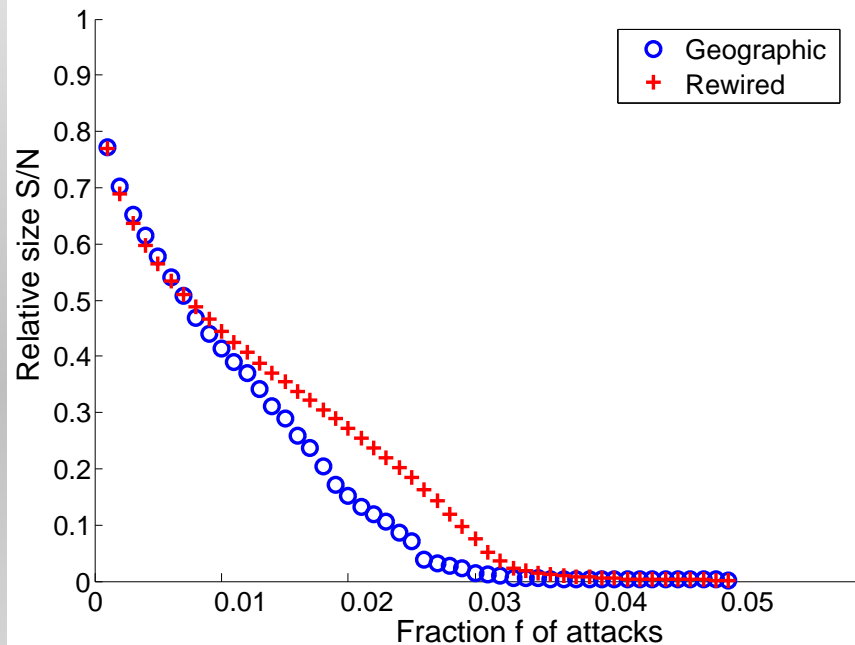
(a) geographical nets



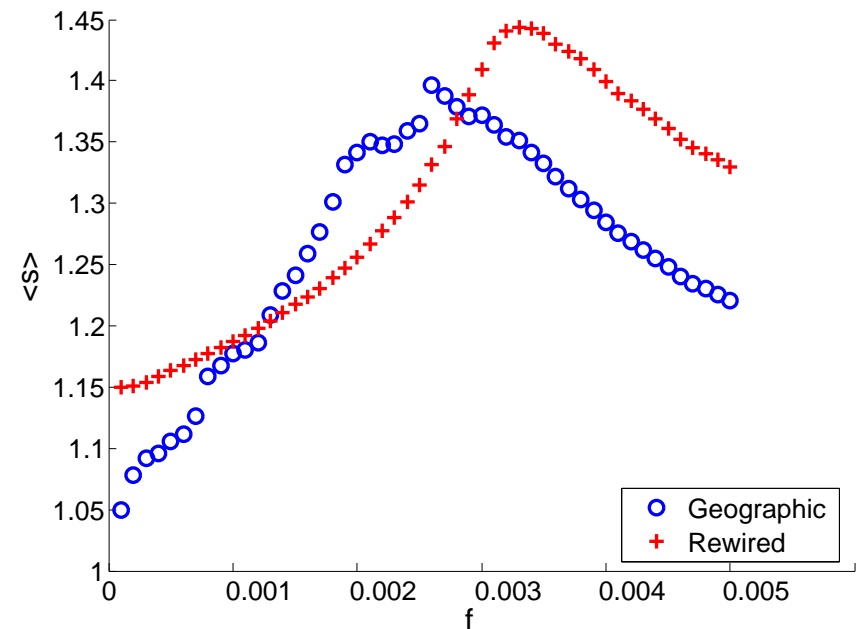
(b) rewired nets

⇒ 地理的制約無は, ハブ攻撃への脆弱性を抑制

Simulation for AS Nets



GC のサイズ比 S/N



孤立クラスタ $\langle s \rangle$

極端に脆弱なインターネットでもリンク張り替えの
効果あり <http://www.caida.org/data/active/as-relationships/>

6. Summary

- 現実の多くのネットワークに共通する特徴：
小さな世界とべき乗分布を持つ構造が単純な原理で自律分散的にできることを紹介した。
- スケールフリーネットワークにおける結合耐性の理論解析から、ランダム故障に対する頑健性とハブ攻撃への脆弱性を指摘した。
→ ウィルス等には重点的なハブ免疫が有効!
- 各ノードの処理許容量を越えて起こるカスケード故障に対する局所的なリンク張り替えによる防御策の有効性や、リンクの地理的制約の結合耐性への影響を示した。

場当たりの的でなく、出来るだけ少ないコストで効果が大きい、故障や攻撃への対処法の指針は？