

チュートリアル講演：ネットワーク生態学入門

- 経済, 社会インフラ, 生物における共通構造 -

林 幸雄 (yhayashi@jaist.ac.jp)*

1 はじめに

生物が何十億もかけて獲得した遺伝子や代謝系の分子生物学的ネットワーク, 人工物である通信インフラや電力網, さらにメール送受信や知人関係, 企業間取引などには, **驚くほど共通の構造が存在する** [5]. その自律成長ネットワークの重要箇所の分布や関係連鎖などの「生態系」は, **マクロな経済や社会インフラの健全な運用整備から, ミクロな分子レベルの設計** (ナノ技術や新薬の開発等) に至るまで, 新しいブレークスルーを引き起こす可能性を秘めている.

本稿では, 普遍的な生成原理に基づいて耐故障性があり効率の良いその共通構造に関する現状の研究内容を, 生物系を含めて概説する. また特に, ウイルスの再流行と絶滅のダイナミクスを紹介し, その制御法から有益な情報や資源の流通促進についても考える.

2 自律成長ネットワークの特徴

本章では, 現実の多くのネットワークが耐故障性のある共通の構造を持ち, それが自己組織的/自律的で普遍的な生成原理に従い, さらに情報伝達や物質輸送にとって経済的かつ効率的であることを述べる.

2.1 Small World と Scale-Free

従来はランダムあるいは規則的なグラフ構造を前提にネットワークの研究は行われてきたが, 我々の身近に存在する**現実の多くのネットワークはこれらとは異なる Small World (SW) と Scale-Free (SF) と呼ばれる特徴を共通に持つ** [5].

まず, SW 特性は, 「ノード間の平均距離が小さい」というランダムグラフの性質と「クラスター化されている」という規則的グラフの性質を合わせ持つ [37]

*北陸先端科学技術大学院大学, 〒 923-1292 石川県能美郡辰口町旭台 1-1

ものである. 例えば, 我々はお互いに 6 人の知人を介して結び付いており, WWW の各頁は 19 クリックのリンクで繋がっていることが知られている [2][5].

また, 表 1 のように社会的関係から人工物や生物系に至るまで [2][5], SF 構造と呼ばれる [4], べき乗則に従う結合分布 $P(k) \sim k^{-\gamma}$, $2 < \gamma < 3$ を持ち, 極端に大きな次数 (リンク数) k を持つハブの存在が, 性的関係 [20], 電子メールの送受信 [11][12][23][26], SARS の super-spreader[21], 癌発病に関与する p53 遺伝子 [32], 沿岸生態系のラッコ [5] などで確認されている.

一方, ネットワークの連結性に関して, SF 構造は**ランダムな故障には頑強**である (かなりの故障でも連結性を保持できる) が, **ハブへの集中的な攻撃には脆弱**である (極度に分断化される) ことが明らかにされている [1]. このような連結性 (情報伝達能力) に関する性質は, インターネットなどのライフラインをテロから防御する方法, AIDS や SARS あるいはコンピュータウイルスの感染拡大の阻止 [12], クチコミなどの蔓延性 [27], 分散電力供給の可能性 [7] 等を考える上できわめて重要となる.

2.2 普遍的な生成原理

WWW や企業間取引, 生物の食物連鎖や代謝系など, 全く異なる対象や要素で構成されているにもかかわらず, 現実の多くのネットワークには上記の共通性がある. このことは, ネットワークの生成過程における何か普遍的な原理の存在を予感させる. 実際, SF ネットワークは以下の**単純で自然な生成原理に従う**ことが平均場解析の理論から明らかにされた [4].

Growth: 新しいノードを追加しながら, 時間的にネットワークが成長していく.

Preferential Attachment: 各ノードの次数に比例して, 新たなリンクが張られていく (rich-get-richer 現象).

これら二つの原理に従った成長ネットワークモデルとして、GN モデル [18]、BA モデル [4]、べきの係数 γ を制御できる (α, β) モデル [19] や一般化 BA モデル [2] など数多く提案されている。また、SW 特性を持つ WS モデル [37] は規則的構造に若干ランダムリンクを施すだけなので SF 構造にはならないが、逆に SF 構造の (α, β) モデルは SW 特性をも持つことがシミュレーション実験から確認されている [24]。

一方、生物系は少し異なる生成過程を（進化の中で）獲得したようである。それは、図 1 に示すように、新しいノード（黄）の追加に対して（おそらく局所近傍で）ランダムに既存のノード（青）を選択し、その選択されたノードと同じリンクを複写するというものである。その際、全く同じ（機能に対応する）構造にならないよう、一部のリンクの削除や別のノードへのリンク追加を確率的に行う。一見これらの生成過程は Pref. Attach. と異なるように思われるが、各ノードはランダムに選ばれても、リンクの複写先となる隣接ノードとして次数の大きなハブ（緑）がより選ばれやすくなることに気づけば、生物系は、次数によるノード選択が不要なより単純な複写という機構で Pref. Attach. を実現しているものと考えられる。

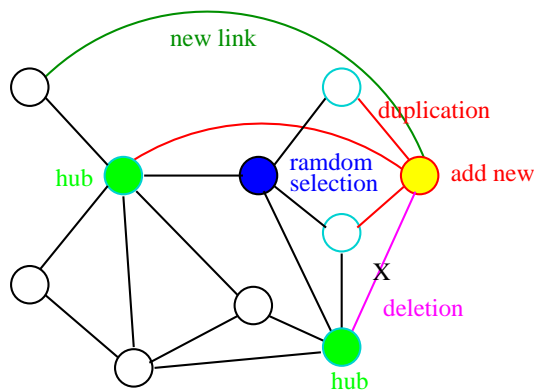


図 1: 生物系のネットワーク成長 [32]: 新しいノードと複写によるリンク追加で Pref. Attach. を実現。

2.3 経済的で通信効率も最適な構造

ネットワークにとって、最も少ないリンク数で最も素早く情報伝達できることは望ましい。このような最適性の観点からも、SF ネットワークは都合が良い。例えば、ランダムな構造から、それぞれ経済性（リンク数）と通信効率（距離）に関するペナルティ ρ と d を

$0 \leq \lambda \leq 1$ で重みづけた評価関数 $E \stackrel{\text{def}}{=} \lambda d + (1 - \lambda)\rho$ を最小化してリンクを張り替えたとき、表 2 のように両者を適度に満す場合に SF 構造が現れるという、シミュレーション結果が報告されている [9]。また、規則的な構造から同様な最小化を行ったときも、両者を適度に満す場合に SF 構造としてのハブが創出することが示されている [22]。

経済性と通信効率を極端に重視する場合は、木構造と星形（さらに強いとクリーク）構造がそれぞれ現れ、リンク数を制限した Random Attach. と距離最小化のために中心ノードあるいは全結合への Forced Attach. が行われたものと考えられる。

有限で規則的なネットワークでは、与えられた次数で最も効率的な構造は、（Bethe 木などの）ラマヌジャングラフであることが数学では知られている [33]。しかしながら、生物系や社会システムにおいて常に規則的な構造を保つことは困難であることから、不均一でランダムな場合で極めて効率的な SF 構造を（結果的に）獲得したのではないかと考えられる。

| | |
|-------|--------------------------------------|
| インフラ | インターネット, WWW, 航空路線, 電力網 |
| 社会的関係 | 知人, 企業間取引, 映画の共演, 論文引用, 電子メール送受信, 言語 |
| 生物系 | 神経回路網, 遺伝子や代謝反応, 食物連鎖 |

表 1: さまざまな対象に見られる SF 構造 [2][5].

| 最適基準 | $\lambda = 0$ 経済性 ρ リンク数 | $0 < \lambda < 1$ ミックス ← → | $\lambda = 1$ 通信効率 d 距離 |
|---------|-------------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|
| Attach. | Random | Preferential | Forced |
| 構造 | Random 木 | Scale-Free (ハブ創出) | Regular 星形, クリーク |

表 2: SF ネットワークの最適性 [9].

3 ウイルスの再流行と絶滅

今日、電子メールを介したコンピュータウイルスや SARS などの急激な感染拡大や長期間の持続は、我々の経済や自らの生命をも脅かすものとなっている [16][20][35]。一方、従来の疫学理論 [3] では、感染率をあるしきい値以下に抑えれば感染は拡大しないものと考えられていたが、最近、SIS (Susceptible-Infected-Susceptible) モデルの理論解析から、SF ネットワーク上では絶滅のしきい値が存在しないことが報告さ

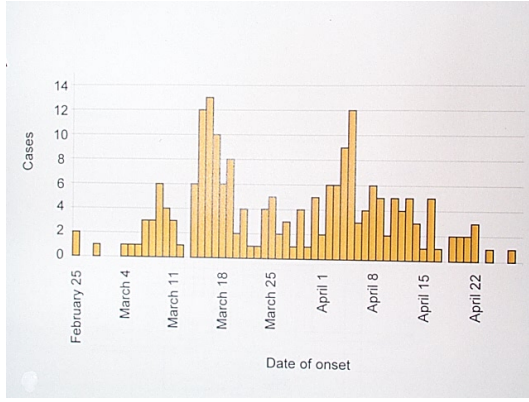


図 2: シンガポールの SARS 感染数の推移 [21].

れた [28]. すなわち, 重点的なハブの免疫化がなければ [10][30], **どんな小さな感染率でもウイルスが拡がってしまう**ことを示唆し, 研究者の注目を集めた.

また, Kermack-McKendrick の SIR (Susceptible-Infected-Recovered) モデルは周期的なウイルス流行を表現できる [31] ものの, 出生率と死亡率が等しい一定の人口 (閉鎖系) を前提にやがて絶滅する挙動しか表現できず, 明らかに今日の人々の接触機会やメールユーザの増加 [36] はこの前提に合致しない. そこで, 人々やメールの接触関係に見られる (開放系の) SF ネットワーク [11][12][20] において, 図 2 に示すような [21] 典型的に観測される再流行現象 [17][34] のメカニズムを解明することが強く切望される.

我々は, SF ネットワーク上の電子メールによるウイルス感染を出来るだけ忠実に表現した確率論的モデルを考え, シミュレーションにより再流行と絶滅の挙動を種々の条件で確かめている [12]. 本章では, より単純化した決定論的モデルにおける解析 [13][14] をもとに, 再流行と絶滅のメカニズムを示す.

3.1 ウィルス発見のみの SIR モデル

ネットワーク成長と同時進行する SIR 状態遷移に基づいて, 次数 k ごとの未感染数 S_k , 感染数 I_k , 免疫数 R_k に関する以下のマクロな方程式 [25] を考える.

$$\frac{dS_k}{dt} = -bkS_k(t)\Theta_k(t) + a_k, \quad (1)$$

$$\frac{dI_k}{dt} = bkS_k(t)\Theta_k(t) - \delta_0 I_k(t), \quad (2)$$

ここで, ネットワーク成長度 $a_k = Ak^{-\nu}$, $A > 0$, $\nu > 2$, 感染率 $0 < b < 1$, 発見率 $0 < \delta_0 < 1$,

$\frac{dR_k}{dt} = \delta_0 I_k$, 次数 k の感染数 $\Theta_k \stackrel{\text{def}}{=} \sum_l \frac{n_{kl}}{n_k} I_l$ とする (平均場近似では Θ_k は $\Theta \stackrel{\text{def}}{=} \sum_l c_l I_l$, $c_k \stackrel{\text{def}}{=} \frac{kP(k)}{\langle k \rangle}$ に置き換わる). 但し, 結合相関として, $N_{kl} \sim n_{kl}t$, $n_{kl} \neq n_{lk}$, $n_k = \sum_l n_{kl}$ を仮定する [18]. これまで, 全てのモデルや観測データで結合相関の存在が確認されているわけではない [29] が, 結合相関を考慮することは少なくとも定量的には意義がある [6][8][18].

さらに, $N_k = S_k + I_k + R_k$ より, $\frac{dN_k}{dt} = a_k$, すなわち, $N_k(t) = N_k(0) + a_k t \sim a_k t$ となり, 成長過程で常に「べき乗分布」が保持される. また, このような線形成長 $N(t) = \sum_k N_k(t) \sim (\sum_k a_k)t$ は (ミクロな過程で暗黙的に実行される) Pref. Atacch. と矛盾しない [18] ことに注意しよう.

さて, $\exists I_l^* : \text{const. } (l \neq k)$ の断面で式 (1)(2) の平衡点の近傍の挙動を調べる. nullclines $\frac{dS_k}{dt} = \frac{dI_k}{dt} = 0$ より, $I_k^* = \frac{a_k}{\delta_0}$, また $\frac{dS_k}{dt} = 0$ より, $S_k^* = \frac{a_k}{bk\Theta_k^*}$,

$$\exists \Theta_k^* = \sum_l \frac{n_{kl}}{n_k} I_l^* = \frac{A \sum_l n_{kl} l^{-\nu}}{n_k \delta_0},$$

となる. 一方, 平均場近似 [13] では Θ_k が Θ に置き換わり, 一般化 BA モデル [2] の $c_k = \gamma m^\gamma k^{-(\gamma+1)}$ を用いて [25],

$$\exists \Theta^* = \sum_l c_l I_l^* \sim \int_m^\infty \frac{\gamma m^\gamma A k^{-(\nu+\gamma+1)}}{\delta_0} dk = \frac{A \gamma m^{-\nu}}{\delta_0 (\nu + \gamma)}.$$

よって, ウィルス発見のみの場合は, 図 3 のような減衰収束となり, $I_k^* = \frac{a_k}{\delta_0}$ から, **ウイルスを絶滅させるには $a_k = 0$ として成長を止めるしかない** (隔離の必要性 [21]). 同様な解析から, SIS モデルにおいてもウイルスを絶滅させるには成長を止めるしかないこと [13] がわかる. このことは逆に, ネットワーク成長によって再流行が起こることを示唆している.

3.2 SF ネット上の免疫化と絶滅条件

$$\frac{dS_k}{dt} = -bkS_k(t)\Theta_k(t) + a_k - \delta_r S_k(t), \quad (3)$$

$$\frac{dI_k}{dt} = bkS_k(t)\Theta_k(t) - (\delta_0 + \delta_r) I_k(t), \quad (4)$$

ここで, ランダムな免疫率 $0 < \delta_r < 1$, $\frac{dR_k}{dt} = \delta_0 I_k + \delta_r (S_k + I_k)$ より, 先と同様に, 線形成長 $\frac{dN_k}{dt} = a_k$ となる.

$\exists I_l^* : \text{const. } (l \neq k)$ を仮定して, 式 (3)(4) の平衡点の近傍の挙動を調べる. $\frac{dS_k}{dt} = \frac{dI_k}{dt} = 0$ より,

$I_k^* = \frac{a_k - \delta_r S_k^*}{\delta_0 + \delta_r}$, また $\frac{dS_k}{dt} = 0$ より, $S_k^* = \frac{a_k}{\delta_r + kb\Theta_k^*}$ なので, self-consistent な $\exists \Theta_k^* > 0$ には,

$$\begin{aligned}\Theta_k^* &= \sum_l \frac{n_{kl}}{n_k} I_l^* \\ &= \frac{1}{n_k(\delta_0 + \delta_r)} \left\{ \sum_{l \neq k} a_l n_{kl} \left(1 - \frac{\delta_r}{\delta_r + kb\Theta_l^*} \right) \right. \\ &\quad \left. + a_k n_{kk} \left(1 - \frac{\delta_r}{\delta_r + kb\Theta_k^*} \right) \right\},\end{aligned}$$

上記の右辺を Θ_k の関数 $f(\Theta_k)$ で表記したとき,

$$\left. \frac{df}{d\Theta_k} \right|_{\Theta_k=0} = \frac{ka_k b n_{kk}}{n_k \delta_r (\delta_0 + \delta_r)} > 1, \quad (5)$$

であることが必要となる. 同様の議論が平均場近似でも出来る [15]. このとき, 図 3 のような減衰収束を示す.

次に, 絶滅条件を議論する. $I_l^* = 0$ ($l \neq k$) とした断面上の nullclines を図 4 に示す. 絶滅条件は, 点 $(0, \frac{a_k}{\delta_r})$ が $S_k = \hat{S}_k \stackrel{\text{def}}{=} \frac{(\delta_0 + \delta_r)n_k}{kb n_{kk}}$ より下であること, すなわち,

$$\frac{a_k}{\delta_r} < \frac{(\delta_0 + \delta_r)n_k}{kb n_{kk}}, \quad (6)$$

$$\begin{aligned}\delta_r &> -\delta_0 + \sqrt{\delta_0^2 + 4ka_k b \times n_{kk}/n_k}, \\ &\sim -\delta_0 + \sqrt{\delta_0^2 + 4kb \times n_{kk}}\end{aligned}$$

となる (平均場近似では $\frac{n_{kk}}{n_k}$ が c_k に置き換わる). 式 (6) は, 式 (5) と符号が逆転していることに注意. さらに $\delta_r < 1$ より, 絶滅のための成長度と結合相関の制限として,

$$A < \min_{k \geq m} = \left\{ \frac{(1 + 2\delta_0)n_k m^{\nu-1}}{bn_{kk}} \right\}, \quad n_{kk} < \frac{1 + 2\delta_0}{4kb},$$

が導ける (ハブ免疫の場合は次数 k が大きいノードを優先した $k^\tau > \delta_h k^\tau$ に比例した免疫率となるので [10], 上記より若干緩い条件となる [14],) .

上記の議論ではネットワークの線形成長 $N(t) \propto t$ を仮定しているが, 電子メールによるウイルス拡散におけるインターネットユーザ等の指数的な増加 [36] を考慮すると少し違った挙動となる [15].

4 おわりに

経済, 社会インフラ, 生物に共通したネットワークの「生態系」に関する研究の現状を概説した. こうした自律成長ネットワークに潜むダイナミックな関係連鎖の構造と波及力を理解し, 影響力の大きな箇所に重点的な対処を講じることは, 経済活動の促進 (連鎖倒産の阻止や投資価値の査定など) や環境保護, 災害

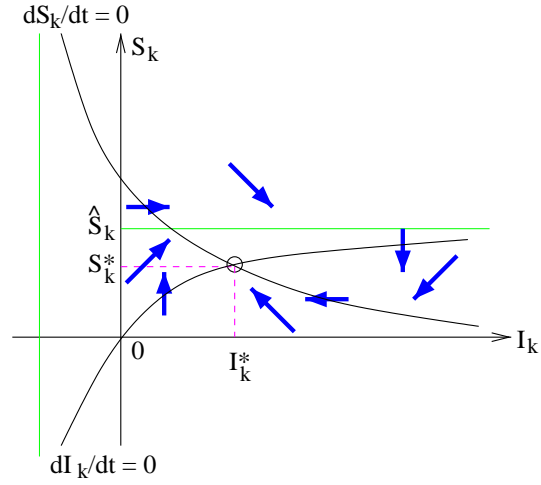


図 3: ウイルスの再流行に相当する減衰振動

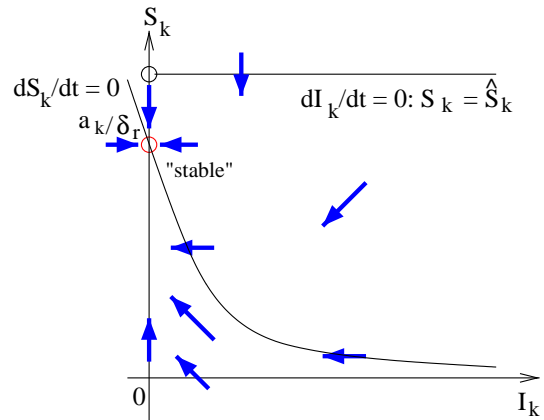


図 4: 絶滅状態への収束

や攻撃に強いライフライン (通信や電力網など) の設計運用, ウイルスの感染拡大防止や特効薬の開発などに対して, 現実的な経費で効果的な解決策を探る上での鍵となる.

フォーラムではさらに, 「お金, 情報, 生命維持のための流通」をも議論したい. 例えば, 独占的でなく新参者や若輩者もチャンスを得る活気のある社会や, 枯渇による機能不全からシステムの破滅に至らないような, 言い換えれば, 必要な所に最低限維持できる量が届く仕組みなどについて考えてみたい.

参考文献

- [1] R. Albert, H. Jeong, and A.-L. Barabási. “Error and attack tolerance of complex networks,” *nature*, vol.406, pp.378-382, 2000.

- [2] R. Albert, and A.-L. Barabási. “Statistical Mechanics of Complex Networks,” arXiv:cond-mat/0106096v1, 2001.
- [3] R.M. Anderson, and R.M. May. *Infectious Diseases of Humans*, Oxford University Press, 1992.
- [4] A.-L. Barabási, R. Albert, and H. Jeong. “Mean-field theory for scale-free random networks,” *Physica A*, vol.272, pp.173-187, 1999.
- [5] A.-L. Barabási. *LINKED*, Perseus Publishing, 2002.
- [6] M. Boguñá, and R. Pastor-Satorras. “Epidemic spreading in correlated complex networks,” *Physical Review E*, Vol. 64, 047104, 2002.
- [7] 佛明 智, 林 幸雄. “災害時の分散型電力供給システムの耐故障性,” **電気学会全大 講演論文集**, 第6分冊 電力システム, pp. 76-77, 2003.
- [8] D.S. Callaway et al. “Are randomly grown graphs really random?,” *Physical Review E*, Vol. 64, 041902, 2001.
- [9] R.F.i Cancho, and R.V. Solé. “Optimization in complex networks,” *SFI working paper*, 01-11-068, 2001.
- [10] Z. Dezsö, and A.L. Barabási. “Halting viruses in scale-free networks,” *Physical Review E*, Vol. 65, 055103, 2002.
- [11] H. Ebel, L.-I. Mielsch, and S. Bornholdt. “Scale-free topology of e-mail networks,” *Physical Review E*, Vol. 66, 035103(R), 2002.
- [12] 林 幸雄, 箕浦 正人, 松久保 潤. “ネットワーク成長によるメール型ウィルスの再流行と重点的なハブの免疫化の効果,” **情報処理学会論文誌 数理モデル化と応用**, 掲載予定, 2003.
- [13] Y. Hayashi, and M. Minoura. “Recoverable prevalence in growing scale-free networks and the effective immunization,” arXiv:cond-mat/0305549, 2003.
- [14] Y. Hayashi. “Mechanisms of recoverable prevalence and extinction of viruses on linearly growing scale-free networks,” arXiv:cond-mat/0307135, 2003.
- [15] 林 幸雄. “コンピュータウィルスの再流行と絶滅のメカニズム,” **日本応用数理学会 H15 年度年会 予稿集**, 2003.
- [16] 情報処理振興事業協会. “国内におけるコンピュータウィルス被害状況調査,” 平成13年2月, 2001, 平成14年3月, 2002.
- [17] J.O. Kephart, and S.R. White. “Measuring and Modeling Computer Virus Prevalence,” *Proc. of the 1993 IEEE Comp. Soc. Symp. on Res. in Security and Privacy*, pp. 2-15, 1993.
- [18] P.L. Krapivsky, and S. Render. “Organization of growing networks,” *Physical Review E*, Vol. 63, 066123, 2001.
- [19] R. Kumar et al. “Extracting large-scale knowledge bases from the web,” *Proc. of the 25th VLDB Conf.*, pp.7-10, 1999.
- [20] F. Liljeros et al. “The web of human sexual contacts,” *Science*, Vol. 411, 907, 2001.
- [21] M. Lipsitch et al. “Transmission Dynamics and Control of Severe Acute Respiratory Syndrome,” *Scienceexpress*, Report, 23 May 2003. <http://www.sciencemag.org/cgi/rapidpdf/1086616v1.pdf>
- [22] N. Mathias, and V. Gopal. “Small worlds: how and why,” *Physical Review E*, Vol. 63, 021117, 2001.
- [23] 三上 俊治. “日本人とインターネット生活-ワールドインターネットプロジェクト-,” 2001. <http://sophy.asaka.toyo.ac.jp/users/mikami/info&media/>
- [24] 箕浦 正人, 林 幸雄. “さまざまなネットワークにおける情報伝播と構造の特徴,” **電気関係学会 北陸支部連合大会**, 講演論文集 C-49, pp. 185, 2002.
- [25] Y. Moreno, R. Pastor-Satorras, and A. Vespignani. “Epidemic outbreaks in complex heterogeneous networks,” *Euro. Phys. J.*, Vol. 26, 521, 2002.

- [26] M.E.J. Newman, S. Forrest, and J. Balthrop. “Email networks and the spread of computer viruses,” *Physical Review E*, Vol. 66, 035101, 2002.
- [27] 大久保 和彦, 林 幸雄, 蛭川 繁. “Web 的ネットワークにおける情報伝搬率と速度,” *信学論 D-I*, Vol.J85-D-I, No.2, pp. 241-244, 2002.
- [28] R. Pastor-Satorras, and A. Vespignani. “Epidemic dynamics and epidemic states in complex networks,” *Physical Review E*, Vol. 63, 066117, 2001.
- [29] R. Pastor-Satorras, A. Vázquez, and A. Vespignani. “Dynamical and Correlation Properties of the Internet,” *Physical Review Letters*, Vol. 87, 258701, 2001.
- [30] R. Pastor-Satorras, and A. Vespignani. “Immunization of complex networks,” *Physical Review E*, Vol. 65, 036104, 2002.
- [31] N. Shigesada, and K. Kawasaki. *Biological Invasions: Theory and Practice*, Oxford University Press, 1997.
- [32] R.V. Solé et al. “A model of large-scale proteome evolution,” *SFI working paper*, 01-08-041, 2001.
- [33] 砂田 利一. “離散スペクトル幾何学,” *数学の楽しみ -ラプラシアン*の諸相-, 12, pp. 67-80, 1999.
- [34] <http://www.trendmicro.com/vinfo/>
- [35] US NEWS FLASH [Tech Web 特約] 2001 年のウイルス損害額は 8 月末までに推定 107 億ドル
<http://itpro.nikkeibp.co.jp/free/ITPro/USNEWS/20010907/10/>
- [36] 通信総研, 東大社会情報研 編. *世界インターネット利用白書*, NTT 出版, 2002
- [37] D.J. Watts, and S.H. Strogatz. “Collective dynamics of small-world networks,” *nature*, 393, 440, 1998.