経済における複雑系ネットワークII
ー　経済構造と金融市場　ー

相馬亘（ATR－HIS）

共同研究者

- 藤原義久（ATR-HIS）
- 下原勝憲（ATR-HIS）

- 青山秀明（京大院理）

- 尹熙元（CMDリサーチ）
- 村里英樹（ATR-HIS）

目次

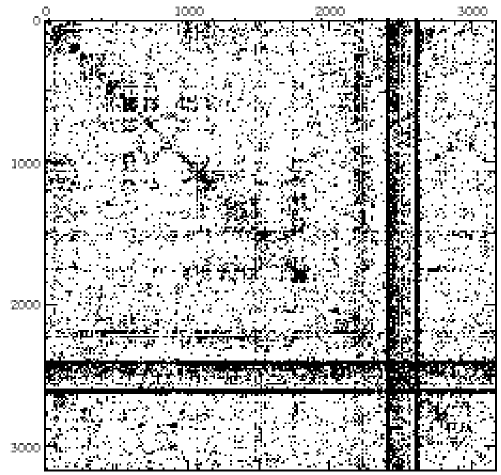
- 経済構造
  - 株所有ネットワーク
  - 次数分布
  - 隣接行列の固有値分布
  - ネットワークの樹状構造
- 金融市場
  - 株価リターンの相関行列
  - 結合度合いに差がある全連結ネットワーク
  - 有意な関係の抽出:ランダム行列理論
  - 相関構造の可視化

経済構造：株所有ネットワーク

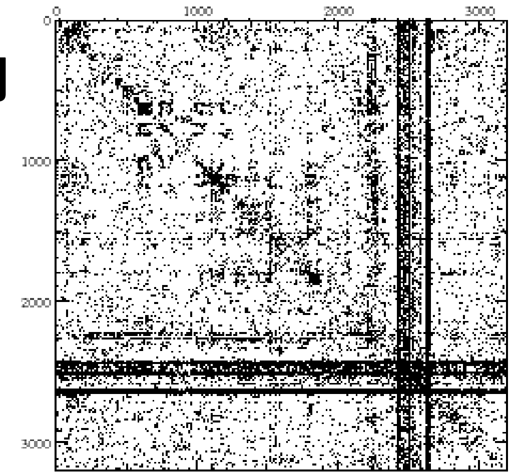
- データ
  - ２００２年３月、９月、　２００３年３月、９月
  - 上場・店頭
  - 大株主データ（最大３０位、平均１５位）
- 潜在的に存在するネットワーク構造
  - 投資目的ではない
  - 信託銀行、証券会社、証券金融会社
  - 自社、年金基金、投資機関

経済構造：隣接行列

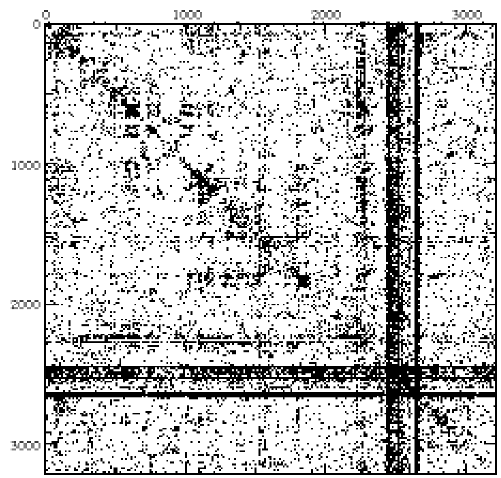
2002年3月



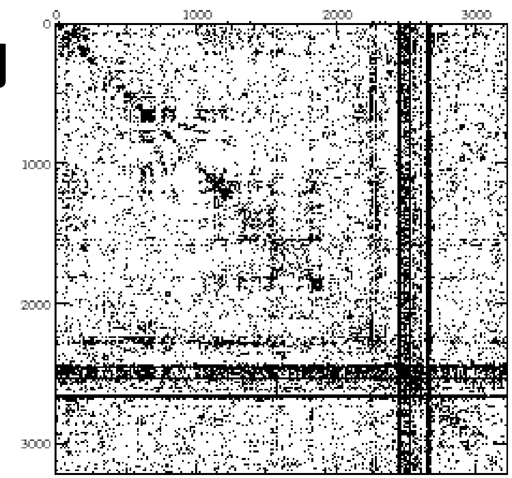
2003年3月



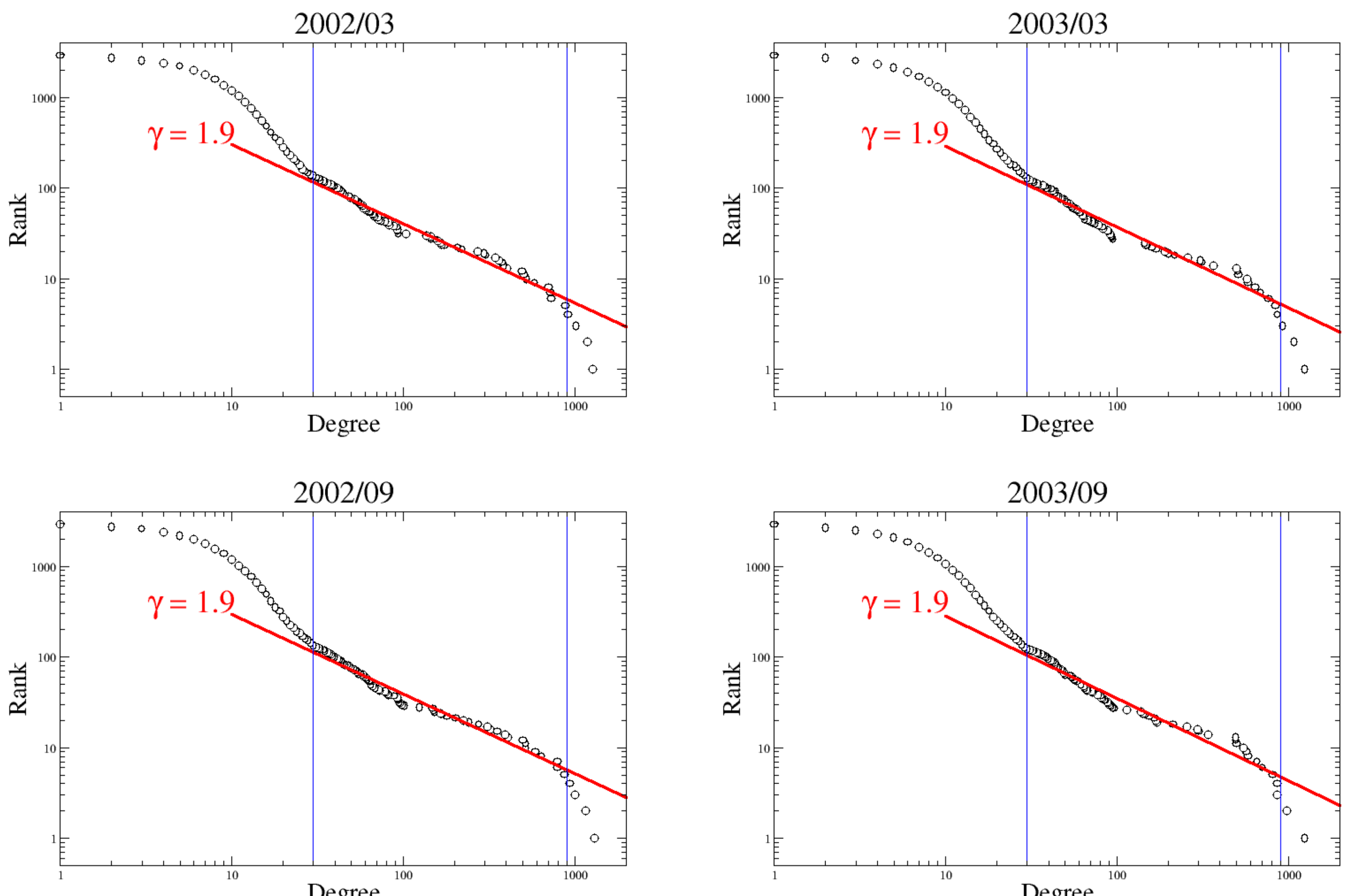
2002年9月



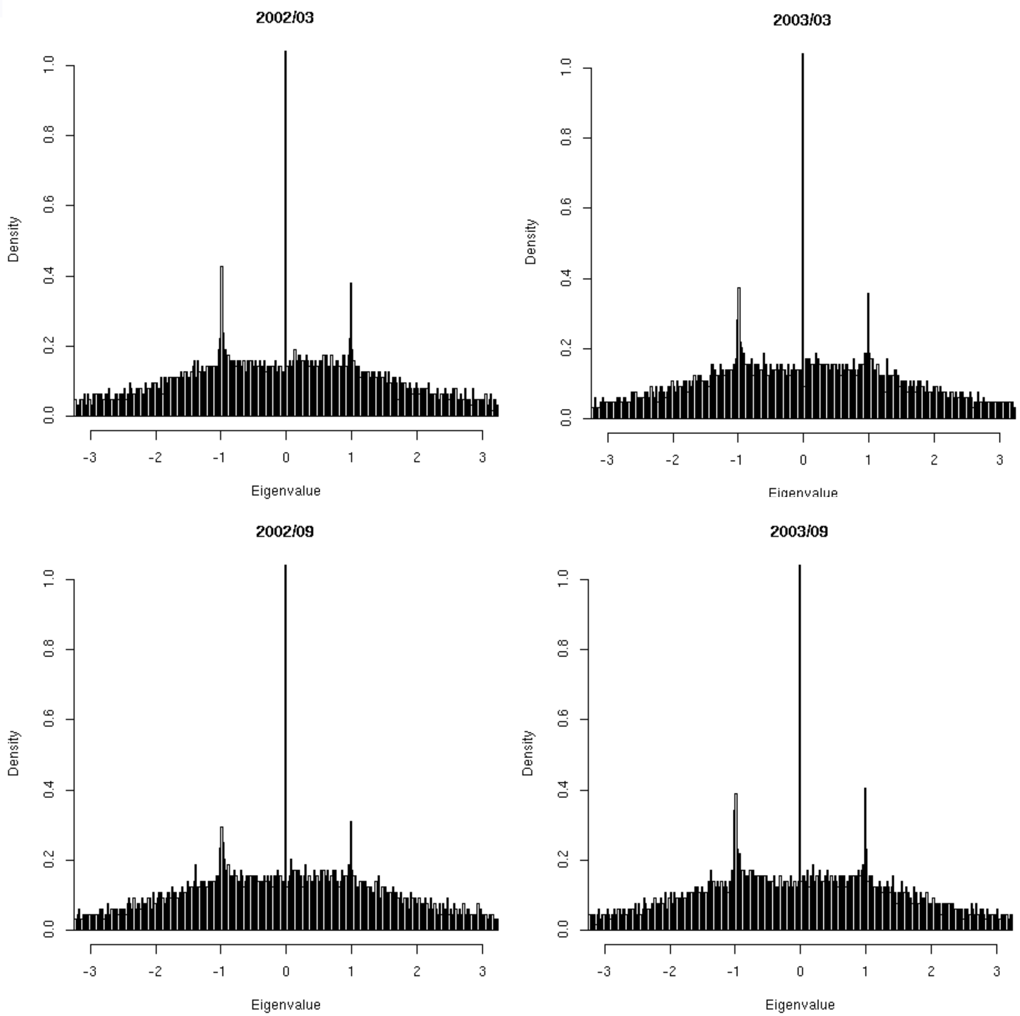
2003年9月

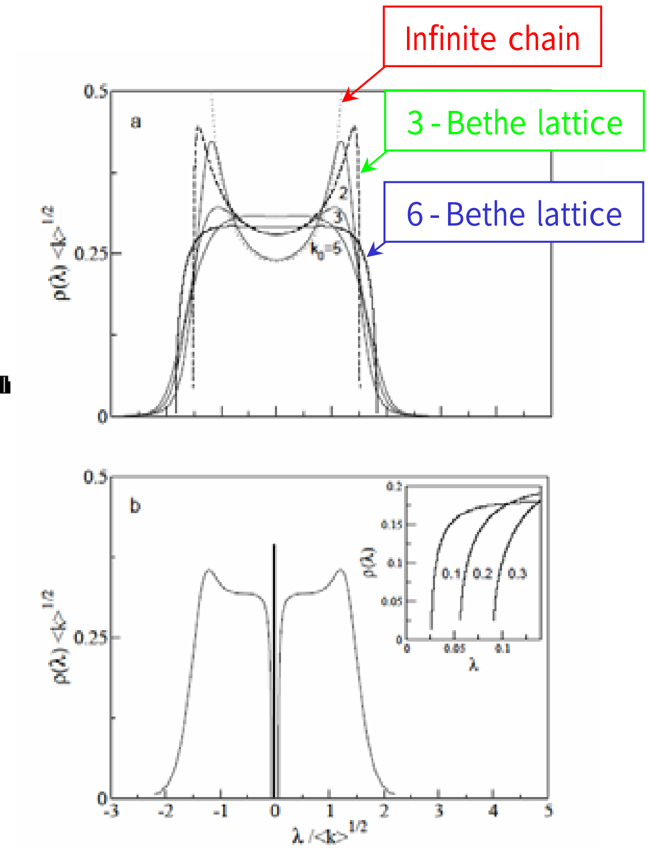


経済構造：次数分布



経済構造：固有値分布

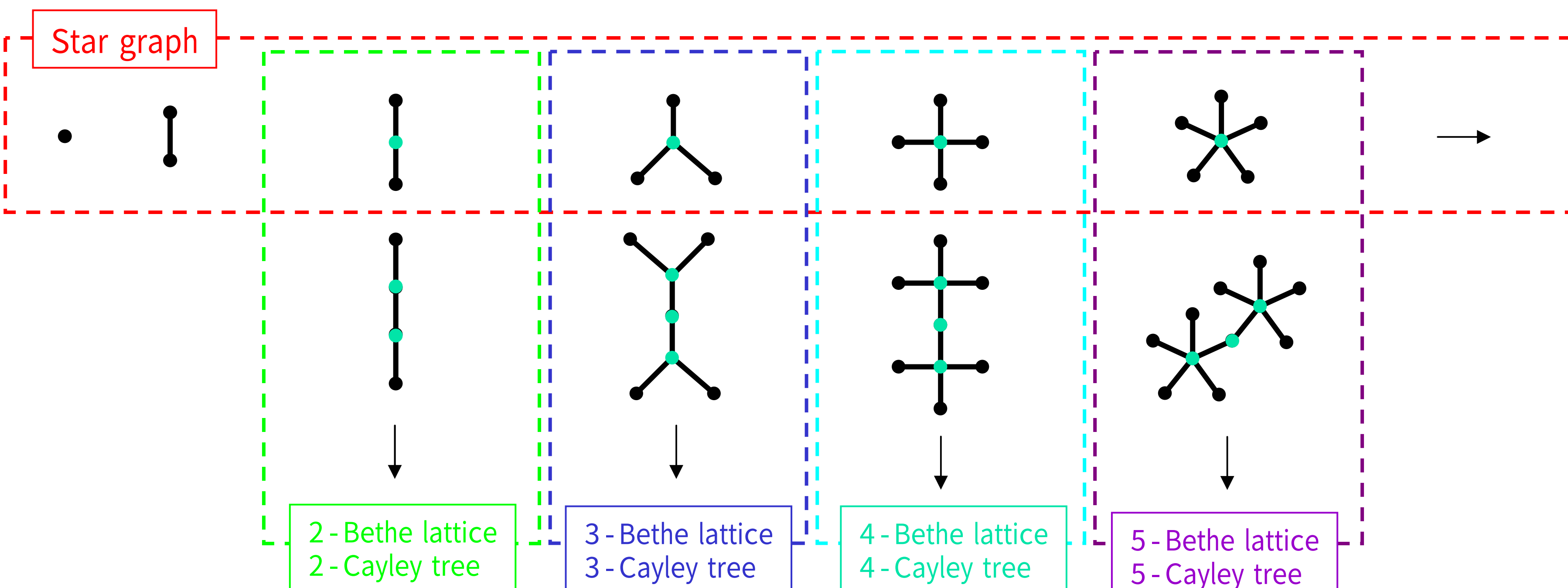




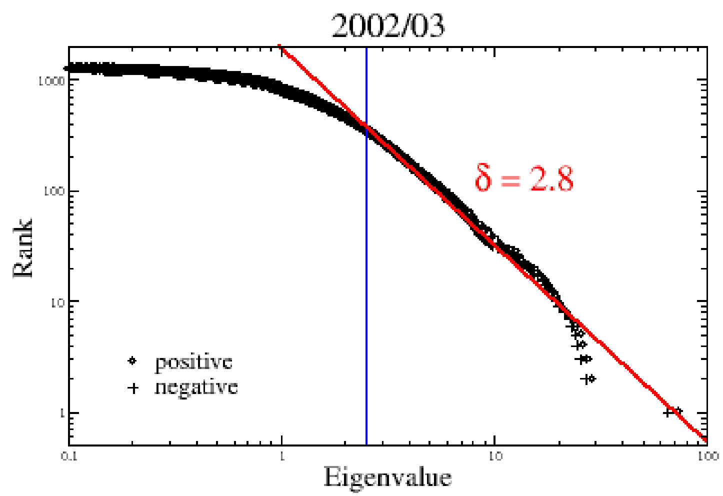
S.N.Dorogovtsev, et al.
Phys. Rev. E68, 046109 (2003)

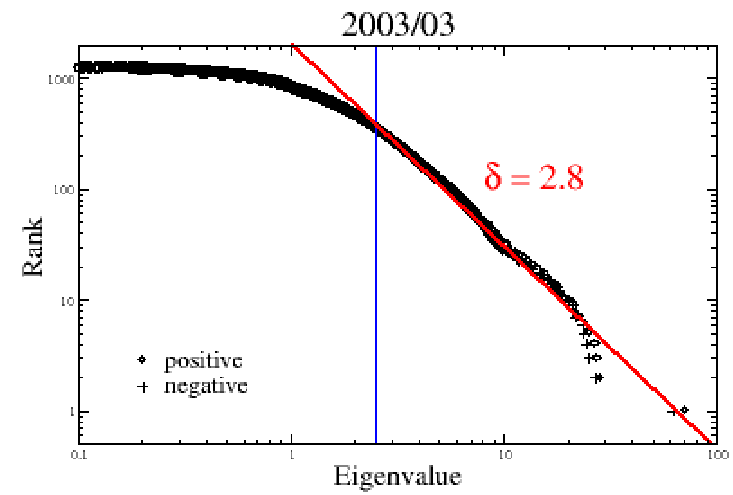
付録：Bethe lattice, Cayley tree

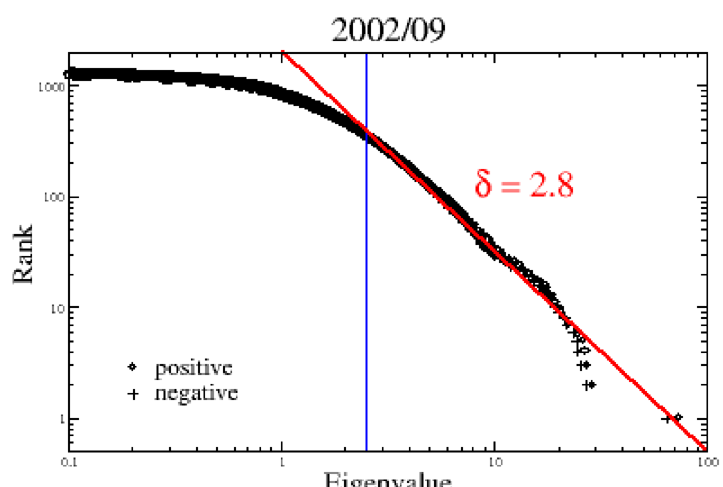
- **木** (tree) **では、エッジ数＝ノード数－1**
- Star graph: The unique *n*-Cayley tree on *n+1* nodes
- 2-Cayley trees (also called Path graph)
- 3-Cayley trees (also called trivalent trees, binary trees, or boron trees)
- Dead-end vertices (**下図の ●、次数1の点**)

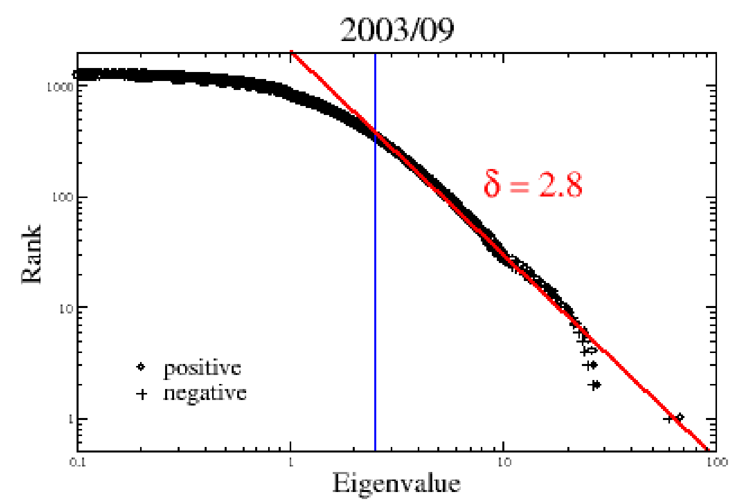


経済構造：固有値分布 (裾野)









経済構造：スケーリング則

- **次数分布：**

$$p(k) \approx Ak^{-\gamma}, \quad \gamma = 1.9$$

- **固有値分布：**

$$\rho(\lambda) \approx B|\lambda|^{-\delta}, \quad \delta = 2.8$$

- **スケーリング則：**

$$\delta = 2\gamma - 1 \quad \leftarrow$$

WWWなどでも観測されている
普遍的な性質？

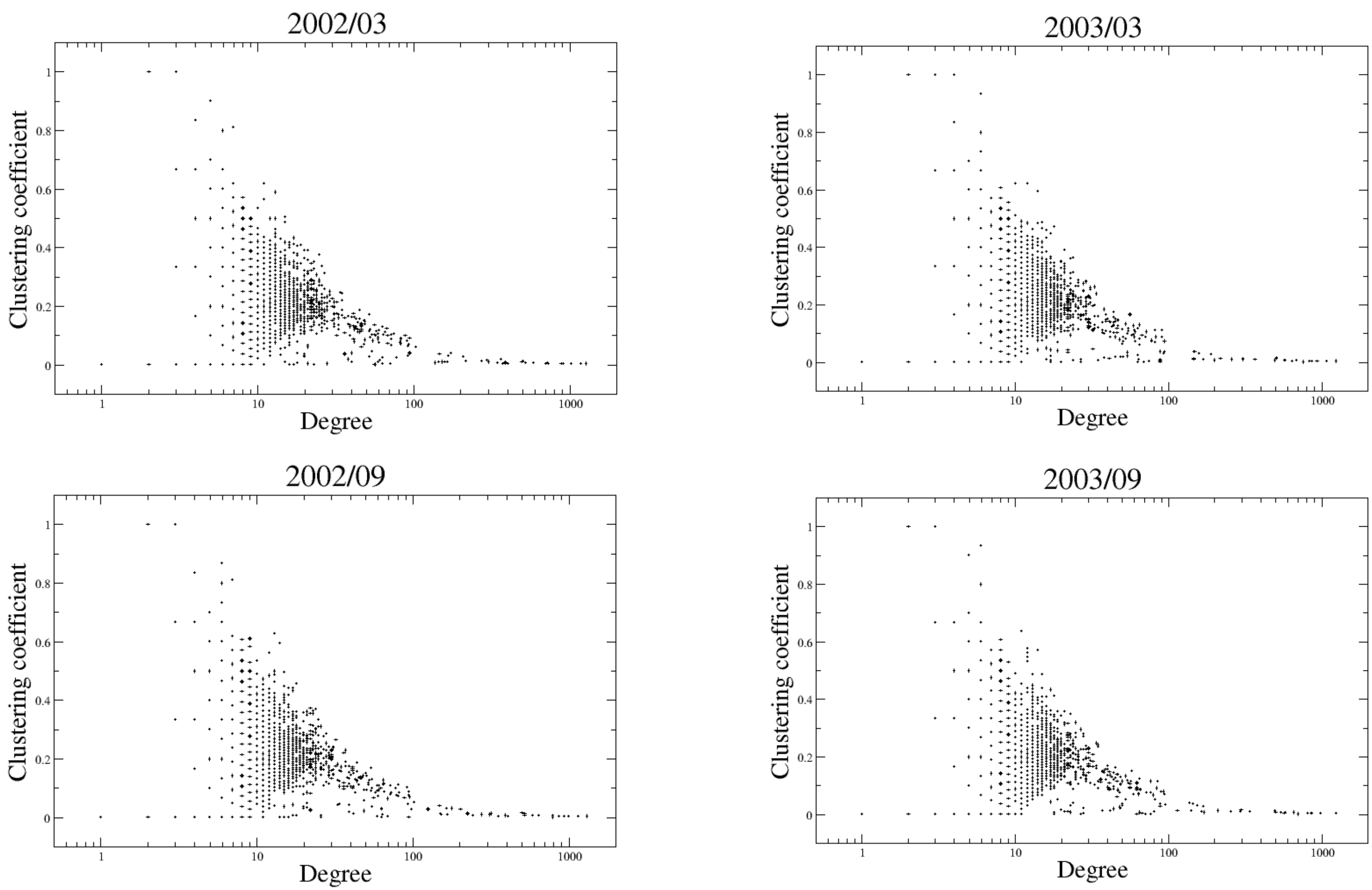
経済構造：樹状ネットワーク

- **ネットワークが樹状**(tree - like)**ならば、**

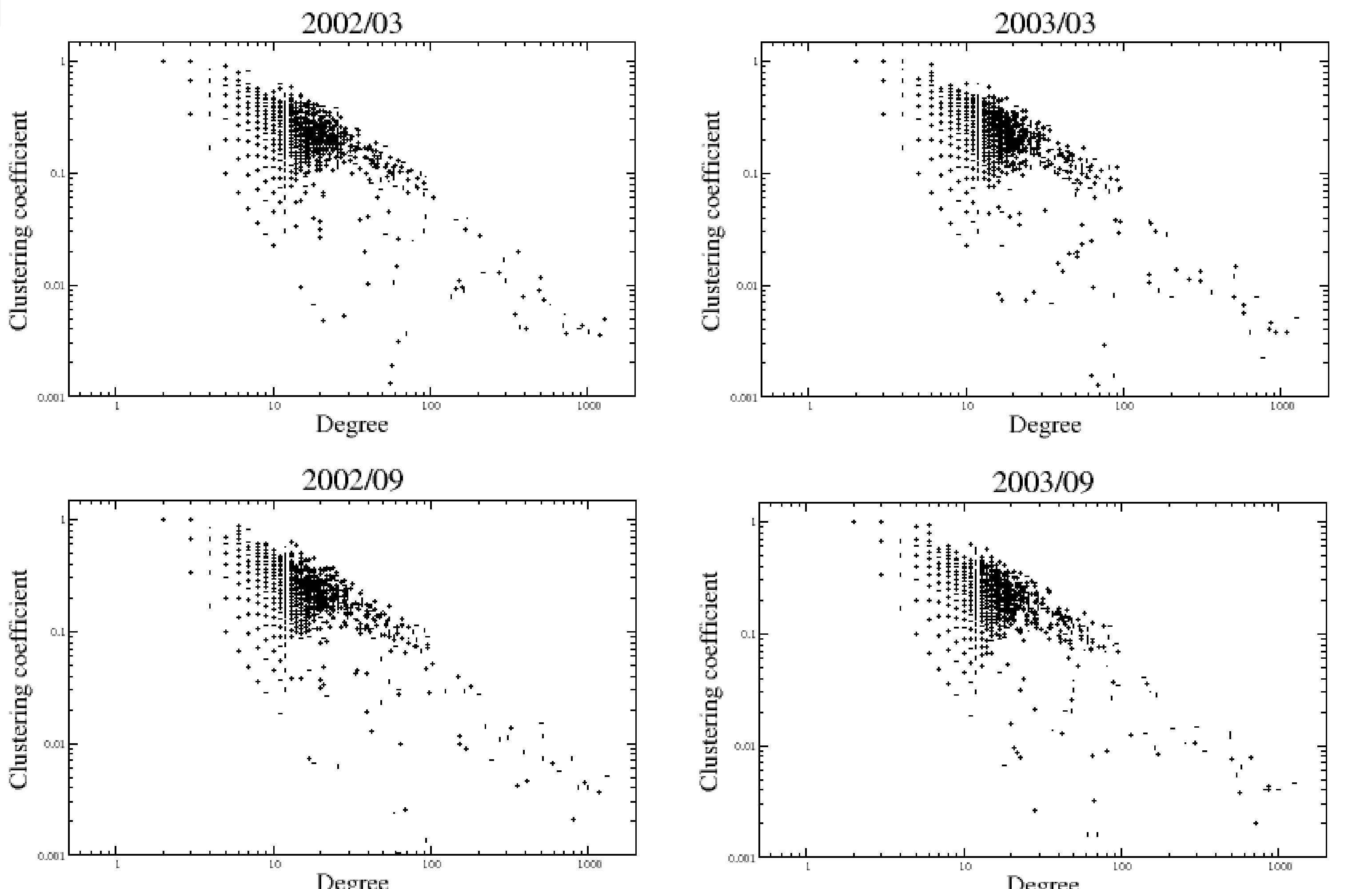
$$\rho(\lambda) \cong 2|\lambda| p(\lambda^2)$$

S.N.Dorogovtsev, et al. Phys. Rev. E68, 046109 (2003)

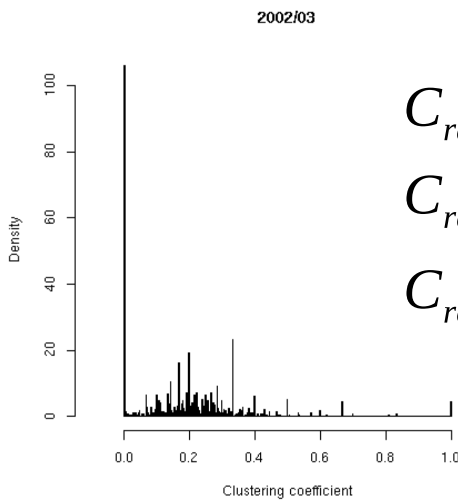
経済構造：クラスター構造



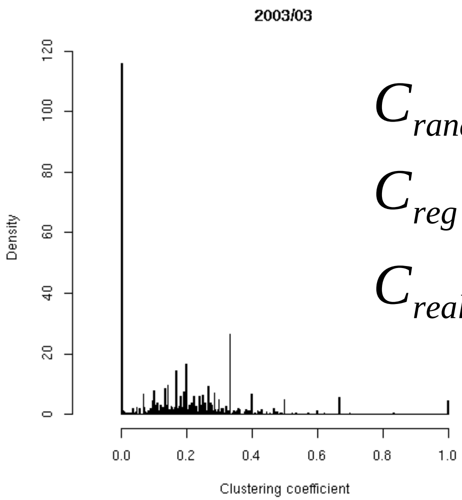
経済構造：階層的ネットワーク？



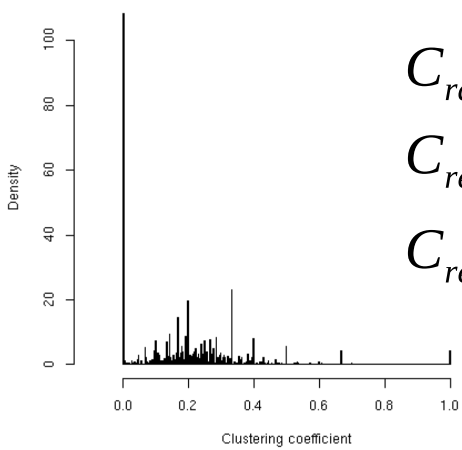
経済構造：クラスター係数



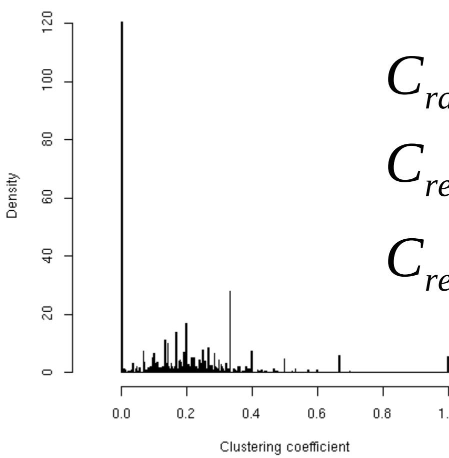
$$C_{rand} = 0.0047$$
$$C_{reg} = 0.6957$$
$$C_{real} = 0.1926$$



$$C_{rand} = 0.0044$$
$$C_{reg} = 0.6920$$
$$C_{real} = 0.1861$$



$$C_{rand} = 0.0045$$
$$C_{reg} = 0.6945$$
$$C_{real} = 0.1920$$



$$C_{rand} = 0.0042$$
$$C_{reg} = 0.6895$$
$$C_{real} = 0.1832$$

経済構造：まとめ

- **次数分布**： $p(k) \approx Ak^{-\gamma}, \quad \gamma = 1.9$
- **固有値分布**：
  - **原点付近**：Bethe lattice, Cayley tree
  - **裾野部分**： $\rho(\lambda) \approx B|\lambda|^{-\delta}, \quad \delta = 2.8$
- **スケーリング則**： $\delta = 2\gamma - 1$
  - **ローカル樹状構造**
- **樹状構造とハイクラスターは矛盾しない**
- **階層的ネットワーク？** $C(k) \propto k^{-\eta} \quad f(\gamma, \delta, \eta)$
- **固有ベクトル：企業集団**

金融市場：相関行列

- 対数リターン

$$r_i(t_1) = \ln[s_i(t_1)] - \ln[s_i(t_0)]$$

- 規格化、線形回帰

マーケットまたは
C_{ij} の最大固有値

$$g_i(t) \equiv \frac{r_i(t) - \langle r_i \rangle}{\sigma_i}, \quad g_i(t) = \alpha_i + \beta_i M(t) + \varepsilon_i(t)$$

- 相関行列

$$C_{ij} \equiv \langle g_i(t) g_j(t) \rangle, \quad \tilde{C}_{ij} \equiv \langle \varepsilon_i(t) \varepsilon_j(t) \rangle$$

金融市場：相関行列

1.00E+00	3.16E-01	1.85E-01	-8.69E-02	-5.43E-02	2.49E-01	-2.33E-02	1.12E-01	-1.05E-01	-4.21E-02
3.16E-01	1.00E+00	1.64E-01	-9.03E-02	-3.27E-02	2.13E-01	-8.92E-03	1.32E-01	-9.56E-02	-2.02E-02
1.85E-01	1.64E-01	1.00E+00	-5.20E-02	-3.02E-02	1.55E-01	-1.61E-02	1.02E-01	-2.85E-02	9.41E-03
-8.69E-02	-9.03E-02	-5.20E-02	1.00E+00	-3.61E-02	-7.87E-02	1.05E-01	-1.01E-01	3.01E-02	7.78E-02
-5.43E-02	-3.27E-02	-3.02E-02	-3.61E-02	1.00E+00	-4.49E-02	-5.68E-02	1.29E-02	2.54E-03	-5.87E-02
2.49E-01	2.13E-01	1.55E-01	-7.87E-02	-4.49E-02	1.00E+00	-2.00E-02	1.12E-01	-2.85E-02	2.08E-02
-2.33E-02	-8.92E-03	-1.61E-02	1.05E-01	-5.68E-02	-2.00E-02	1.00E+00	-8.69E-02	3.75E-02	1.88E-02
1.12E-01	1.32E-01	1.02E-01	-1.01E-01	1.29E-02	1.12E-01	-8.69E-02	1.00E+00	-2.08E-02	1.15E-02
-1.05E-01	-9.56E-02	-2.85E-02	3.01E-02	2.54E-03	-2.85E-02	3.75E-02	-2.08E-02	1.00E+00	-1.48E-02
-4.21E-02	-2.02E-02	9.41E-03	7.78E-02	-5.87E-02	2.08E-02	1.88E-02	1.15E-02	-1.48E-02	1.00E+00
-7.54E-02	-5.14E-02	-1.91E-02	1.69E-02	-3.68E-02	2.54E-03	-6.48E-02	3.48E-02	2.80E-02	1.89E-01
-1.86E-02	-2.71E-02	2.86E-03	5.44E-02	-6.79E-02	3.87E-02	-6.79E-03	3.32E-02	2.84E-02	2.30E-01
1.05E-01	4.22E-02	5.34E-02	-7.75E-03	-4.15E-02	1.05E-01	7.44E-03	7.23E-02	2.13E-02	1.51E-01
-1.44E-02	-2.23E-02	2.27E-02	2.41E-02	-6.69E-02	6.30E-02	-3.38E-02	1.97E-02	1.03E-02	2.21E-01
-2.61E-02	-4.90E-02	-1.58E-02	1.13E-01	-4.64E-02	-3.13E-02	9.92E-02	-7.23E-02	4.42E-02	1.94E-01
2.99E-01	2.06E-01	1.27E-01	-6.39E-02	-6.94E-02	1.68E-01	-4.04E-02	1.30E-01	-7.17E-02	1.82E-02
-1.66E-02	-5.50E-02	-1.56E-02	5.35E-02	-5.93E-02	8.01E-03	3.72E-02	-5.85E-02	4.34E-02	8.07E-02
-7.91E-02	-6.78E-02	-1.31E-02	8.09E-02	-3.89E-02	-9.84E-03	3.80E-02	-2.22E-02	4.68E-03	2.35E-01
-5.90E-02	-8.16E-02	-5.97E-02	7.53E-02	-1.64E-02	-1.01E-01	3.56E-02	-5.01E-02	4.14E-02	1.58E-01
-4.66E-02	-7.08E-02	-7.38E-02	1.01E-01	-6.87E-02	-8.13E-02	1.05E-01	-1.01E-01	1.80E-02	4.76E-02
-1.62E-01	-1.45E-01	-8.22E-02	8.59E-02	-7.23E-03	-9.27E-02	1.55E-02	-5.52E-02	3.78E-02	1.76E-01
6.63E-02	1.65E-03	-2.00E-03	5.93E-02	-5.94E-02	2.72E-02	3.24E-02	4.93E-03	-1.85E-03	1.09E-01
-1.13E-01	-1.10E-01	-7.61E-02	8.07E-02	-1.05E-02	-6.88E-02	5.75E-03	-5.56E-02	1.50E-03	1.86E-01
4.20E-02	-5.12E-03	-1.31E-02	5.79E-02	-3.67E-02	1.26E-02	5.25E-02	-3.27E-03	2.68E-02	1.41E-01

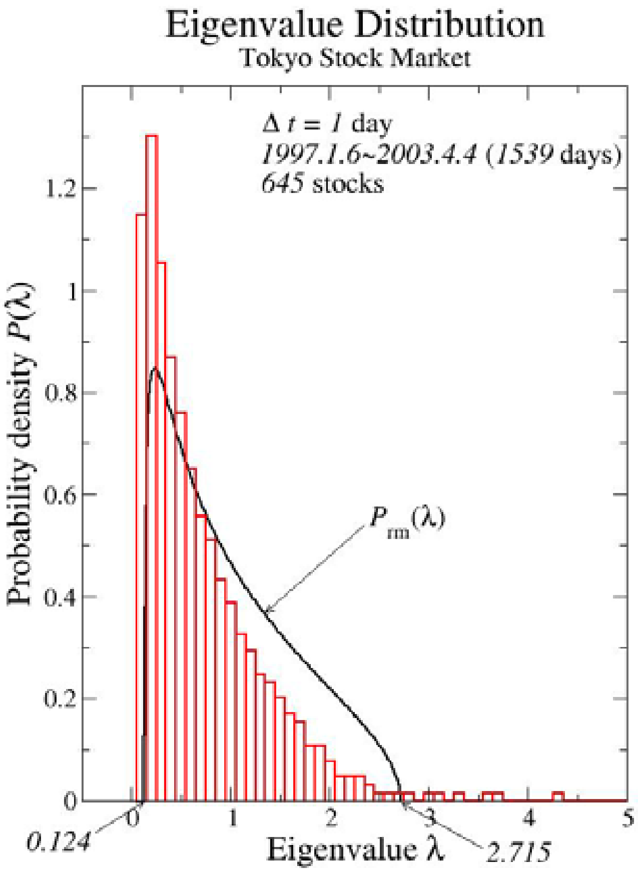
金融市場：固有値分布

- **ランダム行列理論**

$$P_{rm} = \frac{Q}{2\pi}\frac{\sqrt{(\lambda_+ - \lambda)(\lambda - \lambda_-)}}{\lambda}$$

$$Q = \frac{L}{N} > 1$$

$$\lambda_\pm = 1 + \frac{1}{Q} \pm 2\sqrt{\frac{1}{Q}}$$

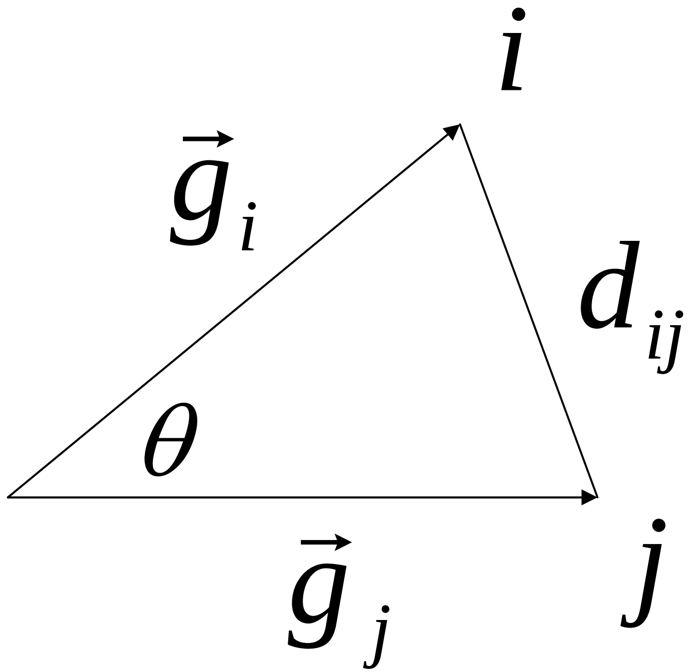


金融市場：有効相関行列

$$V^T C V = \Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \lambda_n \end{bmatrix} \Rightarrow \Omega \equiv \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & & & & \vdots \\ \vdots & & \lambda_k & & & \vdots \\ \vdots & & & 0 & & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$$V \Omega V^T = \tilde{A}_C = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & \cdots & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \Rightarrow A_C \equiv \begin{bmatrix} 1 & a_{12} & \cdots & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & 1 & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & \cdots & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

金融市場：距離行列



$$d_{ij}^{\ 2} = g_i^{\ 2} + g_j^{\ 2} - 2 g_i g_j \cos(\theta)$$

$$= 1 + 1 - 2C_{ij}$$

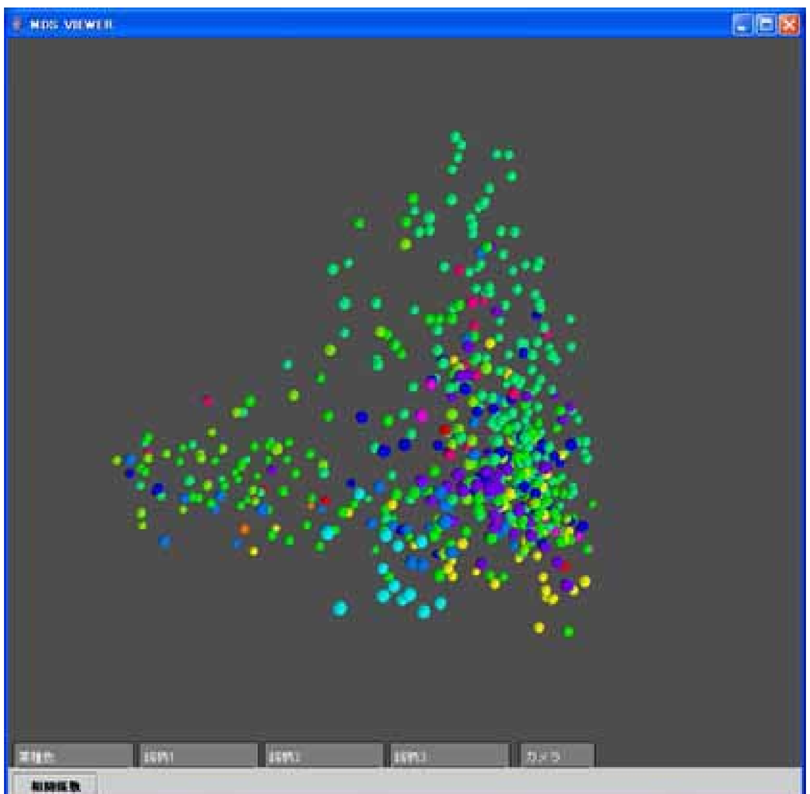
$$\therefore \quad d_{ij} = \sqrt{2(1-C_{ij})}$$

$$(d_C)_{ij} = \sqrt{2(1-(A_C)_{ij})}$$

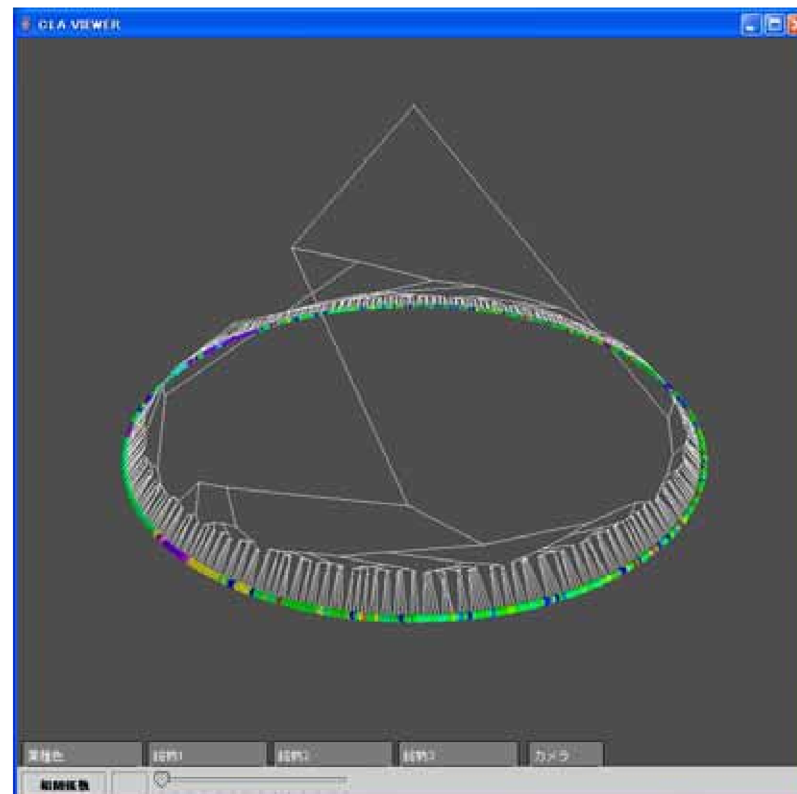
$$(d_{\tilde{C}})_{ij} = \sqrt{2(1-(A_{\tilde{C}})_{ij})}$$

金融市場：銘柄配置

多次元尺度構成法



クラスター分析



謝辞

- 本研究は通信・放送機構の研究委託により実施したものである。
- 本研究は、科研費　基盤研究Ａ（１）から援助を受けています。
- 本研究は、ＩＰＡ「未踏ソフトウエアプロジェクト」から援助を受けています。