

副テーマ課題報告書

題名：太陽黒点と FLUX のカオス性判定と予測

担当教官：橋本 敬

学生番号：950096 番

山本 明久

a-yamamo@jaist.ac.jp

2000 年 9 月

目次

第 1 章、序論	1
第 2 章、カオス解析	3
第 1 節、太陽黒点数とその変動 3
第 2 節、容量次元の計算 3
第 3 節、情報次元の計算 5
第 4 節、相関次元の計算 6
第 5 節、相関積分の計算 6
第 6 節、佐藤・佐野・沢田の方法による最大リアプノフ数の計算 8
第 7 節、ウォルフの方法による最大リアプノフ数の計算 10
第 3 章、局所ファジィ再構成法	12
第 1 節、短期予測と埋め込み 12
第 2 節、局所ファジィ再構成法 12
第 3 節、予測結果（太陽黒点数と Flux） 20
第 4 節、討論 23
第 4 章、将来への展望	24
謝辞	24
感想	24
参考文献	25
付録資料	27

1 章、序論

地球上に住む人類にとって、太陽がいかに重要な存在かは言うまでもない。また、太陽は人類が観測の出来る唯一の恒星でもある。1610年にガリレオを初めとして、J.ファブリチウス、C.シャイナ - らが太陽黒点を観測してから以後、現在までに約 250 年間の太陽黒点の観測データが得られている。太陽黒点は太陽の活動状態を示す重要なパラメータである。ドイツの薬剤師 H.S.シュワ - ベは水星の内側に未知の惑星を見つけるために、邪魔な太陽黒点を十数年間念入りに観測しつづけた。惑星を見つける事は出来なかったが、黒点の現れ方に周期性があることに気がついた。更に、もう一人のドイツの学者 A.フムボルトは 1852 年に著した「宇宙」の中で 1826 年から 50 年までの完全に 2 周期以上にわたるシュワ - ベの観測結果を紹介した。

ねじれない細い糸で長い磁石を水平に吊るすとほぼ南北を指し示す事は古くから知られているが、1722 年ロンドンの器機製造業者 G.グラハムは、磁石の向く方向は一日のうちでわずかながら変動することを発見した。いまでは、磁石の方向だけではなく、引っ張る力も一日周期の変動を示す、これらは地磁気の日変化と呼んでいる。1740 年頃、スウェーデン・ウプサラ大学の A.セルジウスと O.P.ヒオルターはオーロラが輝き始めると水平に吊るした磁石の向きが大きく狂い出し、2, 3 日で元に戻る磁気嵐現象を見つけた。そして、19 世紀に入るとフムボルトの示唆により、地磁気の変化の記録が始められた。一ヶ月の平均をとって並べてみるとほぼ十年ごとに極大・極小が繰返される。1951 年イギリスの E.サバインは黒点数と地磁気の変動はほぼ平行している、それから極大・極小がほぼ一致していることを確かめたのである。2 世紀から 17 世紀までの中国の記録によると肉眼で黒点が認められた事例が 95 回もあり、やはり 10 数年の周期を示唆している。これを踏まえて、スイス・チューリッヒ天文台の R.ウォルフは黒点の増減周期を平均 11.1 年と導いたが、短い周期は 7 年 (1830 年 ~ 1837 年) 長い周期は 16 年 (1788 年 ~ 1804 年) とかなりの開きがある。太陽活動の極大期に当たる 1859 年 9 月 1 日、黒点を観測していたイギリスの R.C.カリントンは、一つの黒点群の中で、二つの狭い領域が急に輝き始めたことに気がついた。太陽面上の閃光と同時に原因不明の地磁気の変動が観測され、18 時間後には非常に激しい磁気嵐と見事なオーロラが発生した。これを太陽表面爆発現象 (フレア) とよんでいる。[17, 24]

太陽の活動は直接に地球に伝わり、磁気嵐、或いは電波障害などを引き起こす。すでに電波障害による列車の衝突事故が発生した例[17]があり、また現代社会に飛び交っている多くの電波、携帯電話や無線、或いは通信衛星や観測衛星、宇宙ステーションや人工衛星の軌道にも影響を及ぼすと考えられる[8]。さらに、太陽の活動状態が地球の気候変動の原因とする考え[21]もあるので、エルニ - ニョによる異常気象にも密接な関係があると考えられている[18, 20]。太陽の活動を示す太陽黒点数 (Sunspot Numbers) 太陽からの水素原子の放出する電波強度である太陽 10.7cm 流量[16] (Solar 10.7cm flux, 以下 Flux と略す)

地磁気変動の強度を示す地磁気 aa 指数 (geomagnetic aa Index) のデータがほぼ並行して、また極大・極小もほぼ一致している[24]。よって、太陽黒点数を予測する事は磁気嵐、気候変動、気候変動と関連する食糧生産[18]、経済活動[19]、生態系のバランスなどの予測[21]にもつながると考えられるので、極めて重要である。

太陽黒点を予測する方法は色々考えられており、多くの予測は過去のデータの変動パターンから将来を予測する方法である。この方法では、時系列データの過去のデータを教師信号とした学習方式がとりやすいので、イギリスの A.J.Conway 博士らは Flux のデータの予測をニューラルネットワークと遺伝的アルゴリズムを用いた[12]。6-6-1BP (入力層 6、中間層 6、出力層 1 のニューラルネットワークである。バックプロパゲーションは誤差逆伝播法「Back Propagation」で、略して BP と記している) を用いて予測を行ったところ、予測データが実データより最大 5 ヶ月の遅れ (Delay) を観測した。そして、GA (遺伝的アルゴリズム) を用いる方法で時間のずれ について極小にする手法で遅れを克服したが、いずれの場合でも、RMS (root mean square) error が比較的に大きい[12]。

最近、いろんな文献で太陽黒点の変動周期がカオスであることが示唆されている[12, 22]。また、時系列の予測において、もしその時系列がカオス性を持っているならば、五百旗頭正らが提唱した「局所ファジィ再構成法 (Local Fuzzy Reconstruction) 」[4]は極めて有効である事が示されている。本実験では、太陽活動を示す時系列データとして太陽黒点と Flux を用いて、その時系列がカオス性を持つかどうかを判別するため、容量次元、情報次元、相関次元を計算し、時系列データの乱雑度としての特性を持つ次元数を特定する。得られた次元数に基づいて時系列を埋め込んでアトラクターを作る。そして、佐藤、佐野、沢田の方法 [1] とウォルフの方法[2]を用いて最大リアプノフ数を計算する (第 2 章参照) 。それから局所ファジィ再構成法が太陽黒点時系列での有効性を再確認する (第 3 章参照) 。 (なお、実際の計算では、局所ファジィ再構成法のアイデアを借りて、独自のファジィ推論を行っている) 。

第2章、カオス解析

第1節．太陽黒点数とその変動

太陽黒点 (Sunspot) とは光球 (太陽表面) に出現する低温低密度で 2000 ~ 4000 ガウスの強い磁場のある領域を言う。一般的には暗部 (umbra) とその周辺を取り巻く半暗部 (penumbra) から構成されている。太陽全体に観測されるいろいろなタイプの黒点を総合評価したのが黒点相対数である。一般的に黒点数 (Sunspot Numbers) と呼んでいる。黒点数が増えるとフレア (太陽表面爆発現象) が起こるので、太陽活動が活発になる。言い換えれば、黒点数は太陽活動状態 (Solar Activity) を示す重要なパラメーターである[13]。

スイス・チューリッヒ天文台の R.ウォルフは黒点の増減周期を平均 11.1 年と導いたが、短い周期は 7 年 (1830 年 ~ 1837 年)、長い周期は 16 年 (1788 年 ~ 1804 年) とかなりの開きがある。さらに、日ごとのデータの時系列はもっと変動が激しく、大変複雑であると考えられる (付録資料 1 参照)。つまり、従来の統計学での手法による推測では黒点数の変動に対応しきれない状態であるではないかと考えられる。

Flux は正確に言うと Solar 10.7Cm Flux であり、太陽から放射される電波の一種で、水素原子の出すマイクロ波である。その中で波長が 10.7Cm が太陽活動の動きに最も対応して変化しているという事から、Flux の強弱変動は太陽活動を示していると考えられている。また、Flux の強弱変動は黒点数とほぼ並行であるが、全体の動きとしては黒点数よりいくらか滑らかである。学部時代の指導教授宮川先生を經由して国立天文台太陽活動世界資料解析センター乗鞍観測所の入江誠教授から太陽黒点数月平均データ (1749 年 1 月 ~ 1998 年 9 月で、2988 個) と Flux データ (1947 年 2 月 ~ 1997 年 5 月で、604 個) を入手した。

第2節．容量次元(Capacity dimension)の計算

ある集合の次元を計測する時には、最も簡単な方法はその集合の容量次元を測定することである[25]。容量次元は別名 Box-counting dimension と呼ばれている通り、一辺の長さを ϵ として箱を作り、ある集合あるいはデータ列がこの箱に入っていれば 1 としてカウントする。容量次元は式 2 - 1 で与えられている。

$$D_0 = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\ln N(\epsilon)}{\ln \left(\frac{1}{\epsilon} \right)} \quad \dots \text{ (式 2 - 1)}$$

D_0 : 容量次元

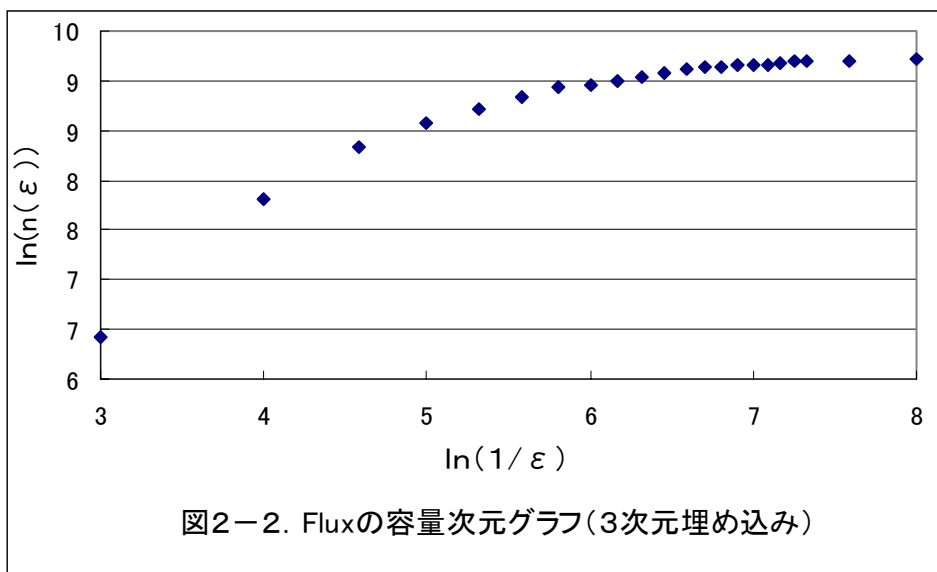
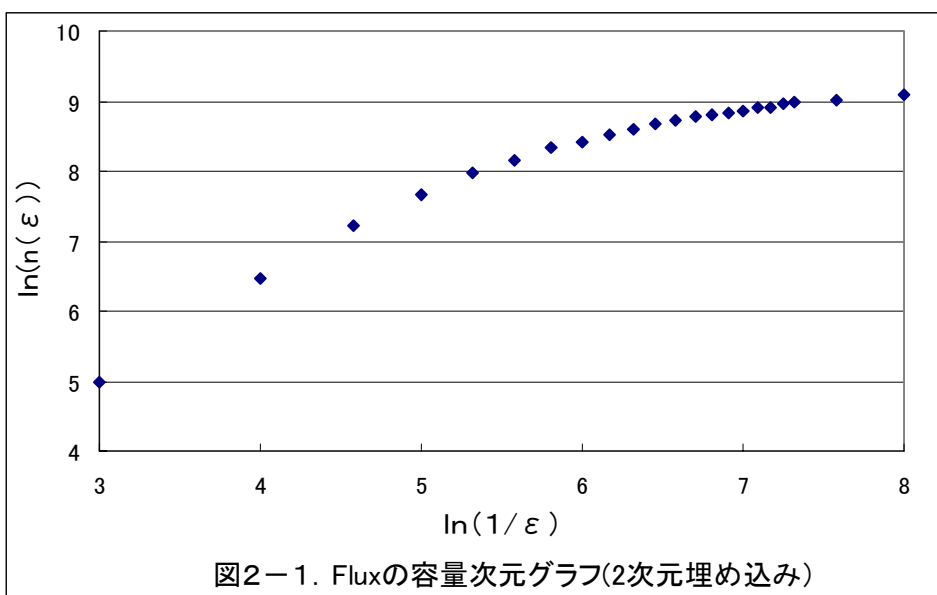
$N(\epsilon)$: カウントした箱の総数 ;

ϵ : 一辺の長さ

上記の式が意味するのは、容量次元は横軸に一辺の長さの逆数として、縦軸に箱の総数

として、Log-Log グラフを描いたときに傾きを求めると言うことを示している。これにより、 n 次元の集合データの全要素をカバーするには、どれだけの箱が必要なのかを求めることができる。

図 2-1 と図 2-2 がそれぞれ Flux データの容量次元の 2 次元埋め込みと 3 次元の埋め込みの計算結果を示している。グラフが非線形をしていたので、最小二乗法(The method of Least Squares)「文献 23」で傾きを求めると大きく誤差が生じるため、よって、容量次元による Flux の次元数を特定することは困難である。なお、3 次元までの埋め込みは同じ傾向を示していた。容量次元計算ソースプログラムは付録資料 2 を参照する事。



第3節．情報次元(Information dimension)の計算

容量次元はその集合の点が箱に入っていれば1とカウントするという手法を取っていたが、情報次元は、それぞれの箱に入っている点を集合全体の数で割って、その確率を計算する。さらにその確率の合計を計算するという手法である。この手法では、それぞれの箱に入っている情報量の合計を調べることでその集合の乱雑度を特定するという手法である。

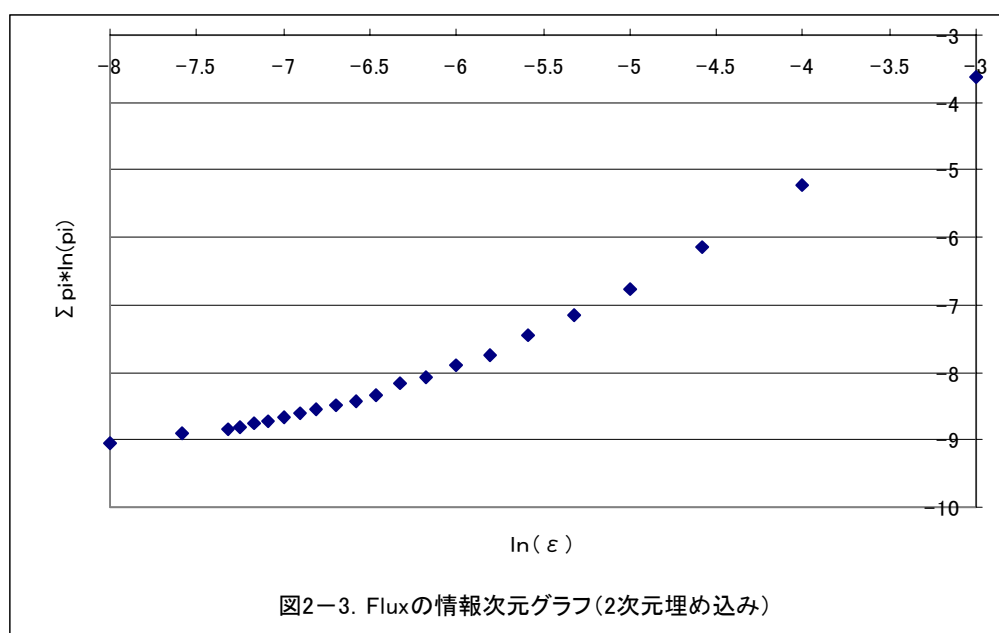
情報量(エントロピー)は $p_i \log p_i$ というで表現している。 p_i は事象の確率であるが、ここでは、それぞれの箱に入っている点を集合全体の数で割っている。情報次元は式 2 - 2 で与えられている。

$$D_1 = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^{n(\epsilon)} p_i \ln p_i}{\ln \epsilon} \quad \dots \text{ (式 2 - 2)}$$

D_1 : 情報次元

情報次元を計算する時の注意点として、 $p_i = 0$ の時を外してから計算する事。もし、正規化した集合ならば、分子分母ともに負なので、よって、計算される傾き(次元)は正になる。計算ソースプログラムは付属資料3を参照する事。

図2 - 3は Flux の情報次元グラフを示している。ここで注意しておきたいのは横軸が一邊の長さの Log 座標で、縦軸は情報量の総和である。情報次元は容量次元と同様に非線形の傾向を示していたために、次元数を特定することは困難である。



第4節．相関次元(correlation dimension)の計算

相関次元の計算はそれぞれの箱の確率 p_i を2乗し，そして，足したものである。相関次元は容量次元や情報次元で計算されないそれぞれの箱に入っている集合の点数の分布を計算することができる。相関次元は式2-3で与えられている。

$$D_2 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ \frac{\ln \left(\sum_{i=1}^{n(\varepsilon)} p_i^2 \right)}{\ln \varepsilon} \right\} \quad \dots \text{(式2-3)}$$

D_2 : 相関次元

図2-4が示しているように相関次元も容量次元と情報次元と同様，次元数を特定する事は困難である。計算ソースプログラムは付録資料4を参照する事。

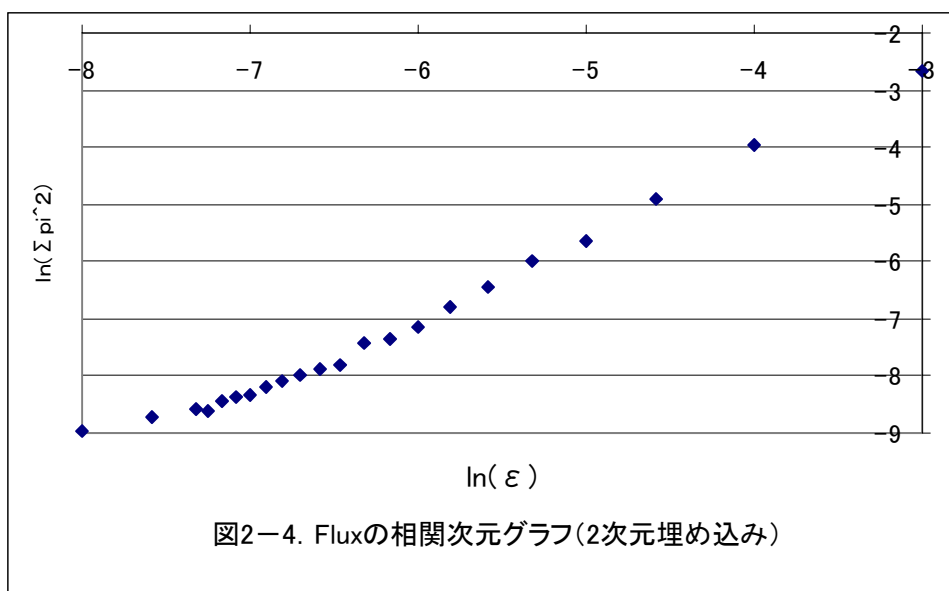


図2-4. Fluxの相関次元グラフ(2次元埋め込み)

第5節．相関積分の計算

時系列の相関次元は相関積分を利用して求めることもできる。相関積分は次の式が与えられている。

$$C(\varepsilon) = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N H(\varepsilon - |x_i - x_j|) \quad \dots \text{(式2-4)}$$

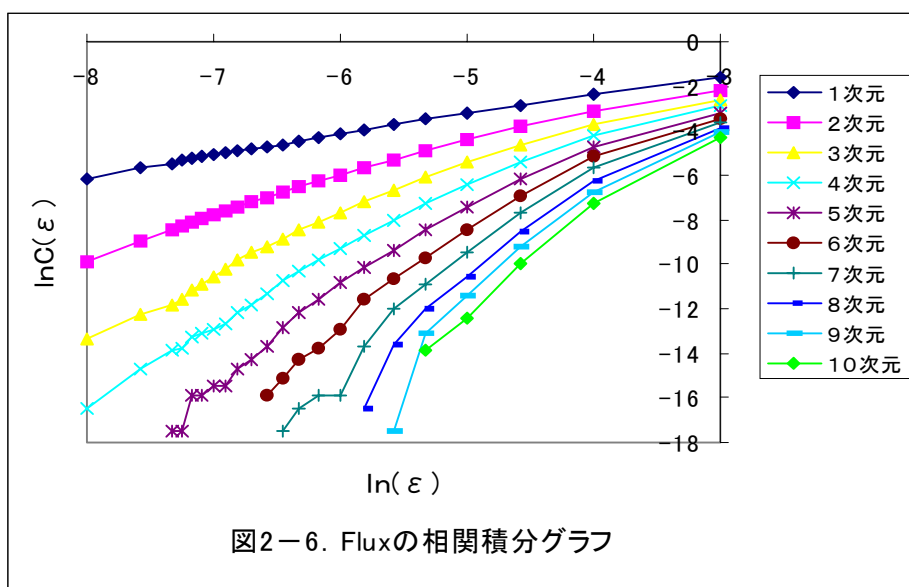
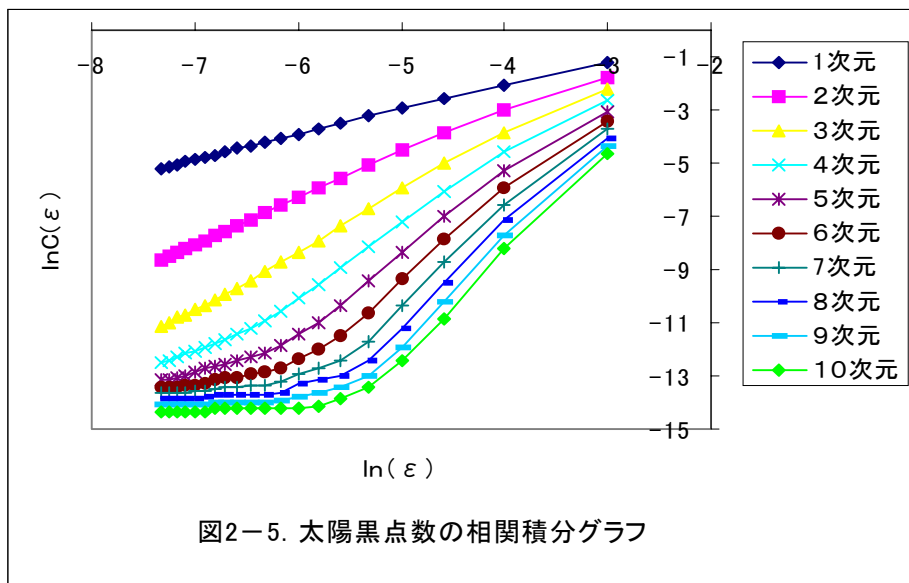
ここで，式2-4の $H(\bullet)$ は，ヘビサイド(Heviside)関数で，

$$H(x) = \begin{cases} 1 & (x \geq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$$

相関次元 D_2 は式 2 - 5 で求められる。

$$D_2 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln C(\varepsilon)}{\ln \varepsilon} \quad \dots \text{ (式 2 - 5)}$$

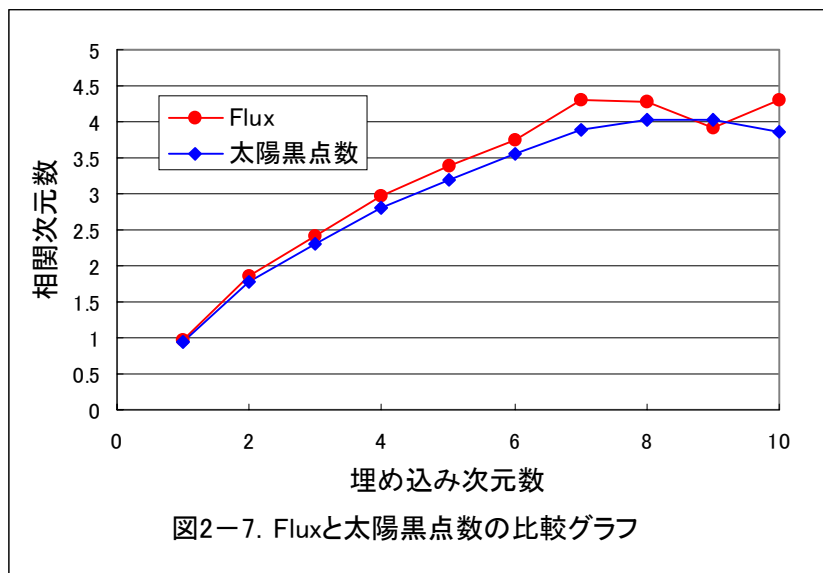
相関積分と言う方法を用いて、 $C(\varepsilon)$ と ε の比を線形近似し、埋め込み次元 n の時の次元数を特定する。この n は 1 から 10 まで取った。図 2 - 5 と図 2 - 6 がそれぞれ太陽黒点と Flux の相関積分の計算結果を示している。



埋め込み次元数を横軸に取り、特定した次元数を縦軸に取った。それぞれ埋め込み次元数と特定した次元数の比を、最小二乗法を用いて時系列の乱雑度を調べる。図 2 - 7 が最小二乗法で求めた次元数を示している。この図から Flux と太陽黒点の最大次元数は約

4であることが読み取れる。また、Fluxはやや上下する変動は見られたが、太陽黒点数はFluxと比べて比較的スムーズになっている。これは、データの数の多いか少ないかに起因しているのではないかと考えられる。

相関積分の計算ソースプログラムは付録資料5を参照する事。



第6節．佐藤，佐野，沢田の方法による最大リアプノフ数の計算

リアプノフ数とは、初期値からすこしだけ離れた点がどのように拡大するかを数値的に示す数値である。最大リアプノフ数を求める前には、時系列の埋め込みを行わないといけない（第3章の第1節参照）。時系列の埋め込みは次の式で行えばよい。

$$x_i^p = (x(t), x(t+\tau), x(t+2\tau), \dots, x(t+(m-1)\tau)) \quad \dots \text{ (式 2 - 6)}$$

m は埋め込み次元である。Fluxや太陽黒点数の埋め込み次元は、相関積分で計算されたものを使う。よってここでは $m=4,5,6$ として計算を行う。（計算の都合上、太陽黒点数は $m=4,5$ のみ計算）

最大リアプノフ数を計算する方法は、佐藤，佐野，沢田の方法[1]とウォルフの方法[2]がある。佐藤，佐野，沢田の方法は、埋め込みによって再構成されたアトラクタの軌道のなるべく近い2点 x_i, y_i のペアが、時間後どの程度になっているかを調べる方法である。

$$R_i(t, \tau) = \frac{|x_i(t+\tau) - y_i(t+\tau)|}{|x_i(t) - y_i(t)|} \quad \dots \text{ (式 2 - 7)}$$

そして、同様に多くのペアを取り、その平均を取る。

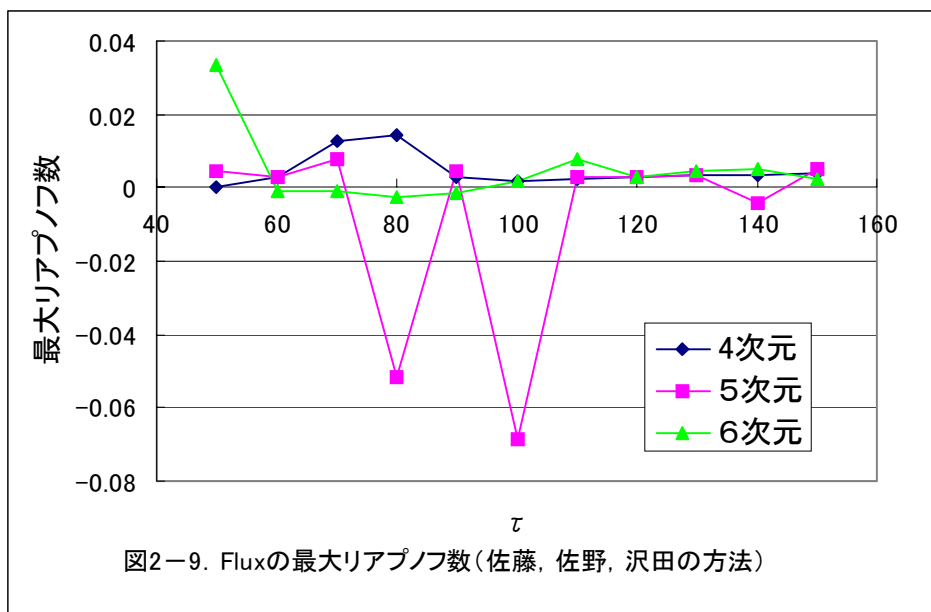
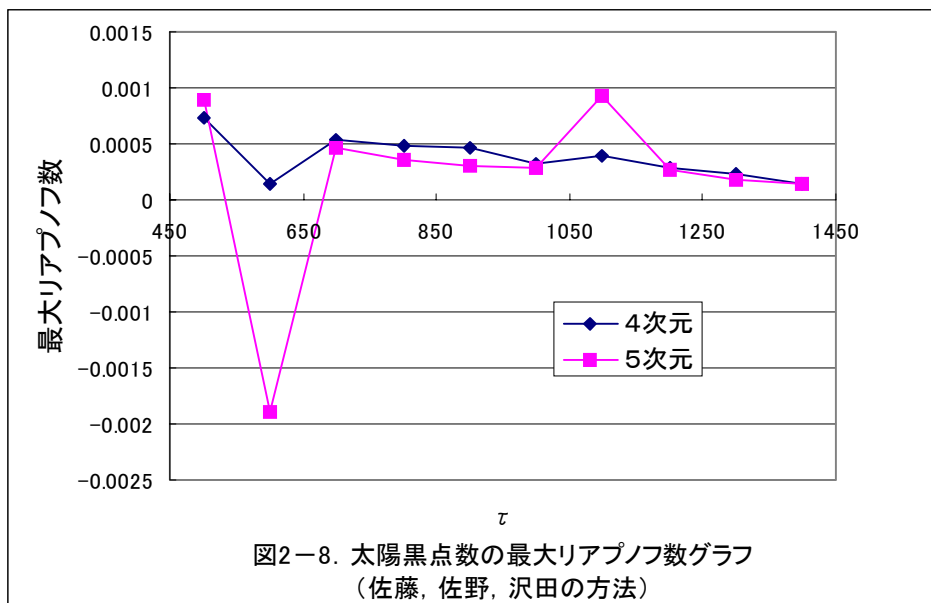
$$\langle \ln R_i(t, \tau) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln R_i(t, \tau) \quad \dots \text{ (式 2 - 8)}$$

最後に時間間隔 τ で割る。

$$\lambda(t, \tau) = \frac{1}{\tau} \langle \ln R_i(t, \tau) \rangle \quad \dots \text{ (式 2 - 9)}$$

式 2 - 9 で最大リアプノフ数が推定される。

図 2 - 8 と図 2 - 9 がそれぞれ太陽黒点数と Flux の最大リアプノフ数を示している。



グラフの横軸は時間間隔 Δt を取り、縦軸はその時の最大リアプノフ数を取った。太陽黒点数と Flux のデータ数が違うので、太陽黒点数の時間間隔 Δt を 500 から 100 刻みで 1400 まで、最大リアプノフ数を計算した。Flux の時間間隔 Δt を 50 から 10 刻みで 150 まで、最大リアプノフ数を計算した。

計算の結果から、最大リアプノフ数の値が非常に小さくかつ正であったことから、太陽黒点や Flux の動きはカオス的であると考えられる。そして、値の大きさから準周期に近いとも考えられる。計算ソースプログラムは付録資料 6 を参照する事。

第 7 節．ウォルフの方法による最大リアプノフ数の計算

最大リアプノフ数を計算するもうひとつの方法としては、ウォルフの方法である「文献 2」²。ウォルフの方法は、まず、アトラクタの内にある点 $x_0(t_0)$ を起点として決める。次に、この起点と最も近い点 $y_0(t_0)$ を探す。そして、二つの軌道の時間発展を見る。ここで、両軌道をあらかじめ決めた値 ε を越えないところまで発展させる。(ここでは、 x_0 と y_0 の時間間隔を 10 以上離すように仕込む。) その時の両軌道の距離を求める。

$$L'_0 \equiv |x_0(t_1) - y_0(t_1)| < \varepsilon \quad \dots \text{ (式 2 - 10)}$$

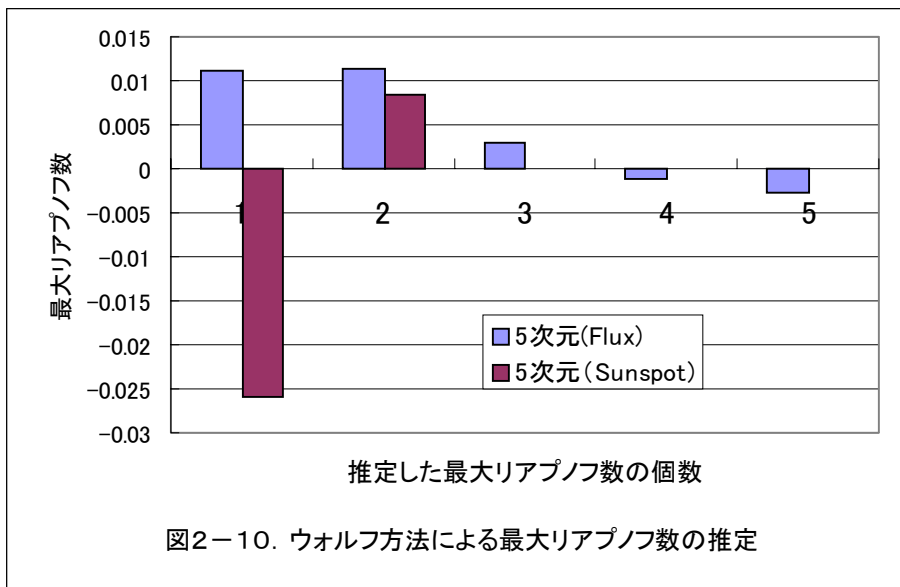
今度は、 $x_0(t_1)$ を基準として、これに近い点のベクトルを計算し、 $y_0(t_1)$ と向きが最も近く、かつ $x_0(t_1)$ との距離も近い点 $y_1(t_1)$ を取る。その時の距離を L_0 とする。そして、軌道 x_0 と軌道 y_1 を ε の範囲内の時間発展を見る。このようにして、時系列がある限り、次々とこの過程を繰り返す。最大リアプノフ数は次の式で求められる。

$$\lambda = \frac{1}{t_N - t_0} \sum_{j=0}^{N-1} \ln \frac{L'_j}{L_j} \quad \dots \text{ (式 2 - 11)}$$

ここでは、実際の計算において工夫した所があった。それは、 $y_1(t_1)$ を検索する時に、もうひとつ制限値 ε_2 を加えると言う方法を取ったのである。つまり、向きと距離をトレードオフする時に、距離の方を固定するような方法を取っていた。そういう工夫をしないと次々と点を発展することができなかった。また、向きを制限する方法を試みたが、失敗した。ウォルフの方法では最大リアプノフ数を推定するのに非常に困難であると感じた。そして、条件とループによって、あるサイクルでぐるぐる回るという解もあった。また、2 回で終了する解もあるので、制限値 ε_1 や ε_2 を上手く調整する必要があつて、そして、3 回以上のループを回った時のみ、リアプノフ数として推定を行った。この方法では、確実にリアプノフ数が得られるとは限らないので、図 2 - 10 は、推定されたリアプノフ数のみをグラフで表示している。

Flux データでは 5 個、太陽黒点データでは、2 個を推定した。その結果としては、佐藤、佐野、沢田の方法で推定された値と大差がないので、改めて推定されたリアプノフ数の値

がほぼ正確であると考えられる。また、太陽黒点数において、計算が非常に時間がかかるため、試験的に解を 2 個のみを推定した。計算ソースプログラムは付録資料 7 を参照する事。



第3章．局所ファジィ再構成法

第1節．短期予測と埋め込み

ある時系列データから、そのデータが持っている決定論的規則性を見つけ出し、ある時点のデータから、それが十分に影響を及ぼす程度の近未来のデータの予測を目標とするのが、短期予測である[10]。この予測は「高次元力学形の軌道はその中の任意の1成分座標(変数)の情報(時系列データ)だけから再構成できる」というタケンスの定理(Takens Embedding Theorem)を使う事になる。タケンス定理より下記の式を用いて時系列の埋め込みを行えば良い。

$$x = (x(t), x(t+\tau), x(t+2\tau), \dots, x(t+(m-1)\tau)) \quad \dots \text{(式 3 - 1)}$$

ここで、 m は埋め込み次元であり、 τ は時間間隔(Delay)である。

太陽黒点の時系列データにおける短期予測は、前に紹介した NN や GA の他に、カオス解析手法として、タケンスの定理により m 次元空間に埋め込みを行ってから予測を行う方法としては、テセレーション法という試みがあった[9]。時系列の短期予測を行う方法としては、五百旗頭正らが提唱した「局所ファジィ再構成法(Local Fuzzy Reconstruction)」は極めて有効である事が示されている[3,4]。しかし、この方法を用いて、太陽黒点数や Flux の変動時系列データの予測はまた行われていないと考えられる[3]。本実験は太陽黒点数と Flux を用いて、局所ファジィ再構成法の有効性を再確認すると共にテセレーション法と比較する。

第2節．局所ファジィ再構成法

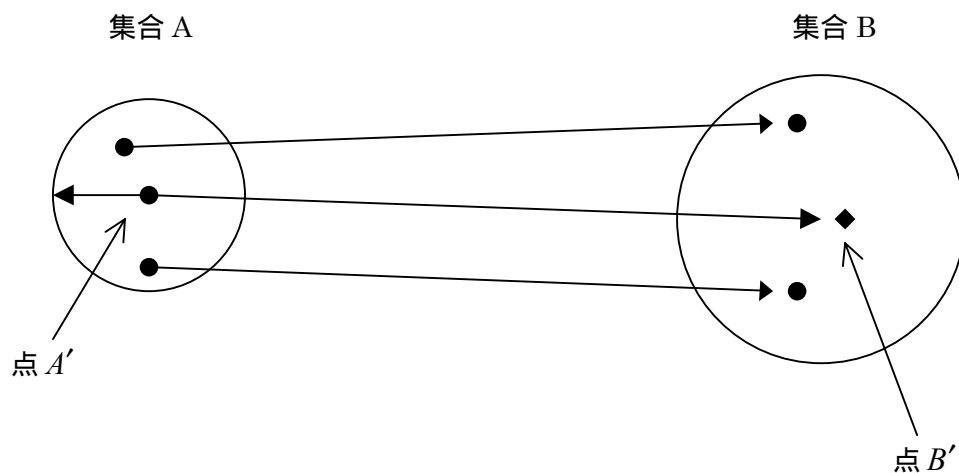


図3 - 1．局所ファジィ再構成法予測モデル

準備として、 m 次元の埋め込みを行う。今回は、この次元数は相関積分で計算された最大次元数を用いることにする。埋め込み次元数 $m = 4, 5$ を中心に予測を行なう。

元の時系列を $x(t)$ とすると、 $\mathbf{x}(t)$ は次のように表される。

$$\mathbf{x}(t) = (x(1), x(2), x(3), \dots, x(T)) \quad (t = 1, 2, 3, \dots, T) \quad (\text{式 3 - 2})$$

すると埋め込んだ点の列 $\mathbf{y}(t)$ は次のようになる。

$$\mathbf{y}(t) = (x(t), x(t+1), \dots, x(t+m-1)) \quad (t = 1, 2, 3, \dots, T-m+1) \quad (\text{式 3 - 3})$$

ここで最後のベクトル $\mathbf{y}(T-m+1)$ を \mathbf{Y} とする。予測ステップを s とし、予測データベク

トル $\mathbf{y}(T-m+1+s)$ を \mathbf{P} とする。埋め込み次元 $m = 3$ とすると、それぞれのデータベクトル次のように表すことにする。

$$\mathbf{Y} = (Y^1, Y^2, Y^3) \quad (\text{式 3 - 4})$$

$$\mathbf{P} = (P^1, P^2, P^3) \quad (\text{式 3 - 5})$$

\mathbf{Y} の埋め込み空間中の近傍の N 個データベクトルを考える。近傍データベクトルを \mathbf{a}_i と

し、それぞれの近傍点の s ステップ後のデータベクトルを \mathbf{b}_i とする。

$$\mathbf{a}_i = (x(t_{a_i}), x(t_{a_i} + 1), x(t_{a_i} + 2)) \quad (i = 1, 2, 3, \dots, N) \quad (\text{式 3 - 5})$$

$$\mathbf{b}_i = (x(t_{a_i} + s), x(t_{a_i} + 1 + s), x(t_{a_i} + 2 + s)) \quad (i = 1, 2, 3, \dots, N) \quad (\text{式 3 - 6})$$

ここで $N = 3$ とし、以下の2つの予測方法を適用する。

方法(1). 重み付き重心法

この方法は、データベクトル \mathbf{Y} のそれぞれの成分(軸)が常に近傍範囲の中心となるように近傍を定める。そして、その s ステップ後の予測データベクトル \mathbf{P} のそれぞれの成分(軸)も中心であるとして重み付き重心法を適用した予測法である。

上付きの番号は軸の番号を表し、それぞれのデータに対応するメンバーシップ関数は z を変数として $f_\mu(z)$ と表す。ここで、 $\mu = (a_1^1, a_2^1, a_3^1)$ である。それぞれのデータベクトルの第1成分を第1軸、第2成分を第2軸、第3成分を第3軸と呼ぶことにする。それぞれの軸の近傍範囲 $\varepsilon^1, \varepsilon^2, \varepsilon^3$ を下記の式により求められる。また、その様子は図3-2を参照すること。

$$\varepsilon^1 = \max(|Y^1 - a_1^1|, |Y^1 - a_2^1|, |Y^1 - a_3^1|) \quad (\text{式 3 - 7})$$

$$\varepsilon^2 = \max(|Y^2 - a_1^1|, |Y^2 - a_2^1|, |Y^2 - a_3^1|) \quad (\text{式 3 - 8})$$

$$\varepsilon^3 = \max(|Y^3 - a_1^1|, |Y^3 - a_2^1|, |Y^3 - a_3^1|) \quad (\text{式 3 - 9})$$

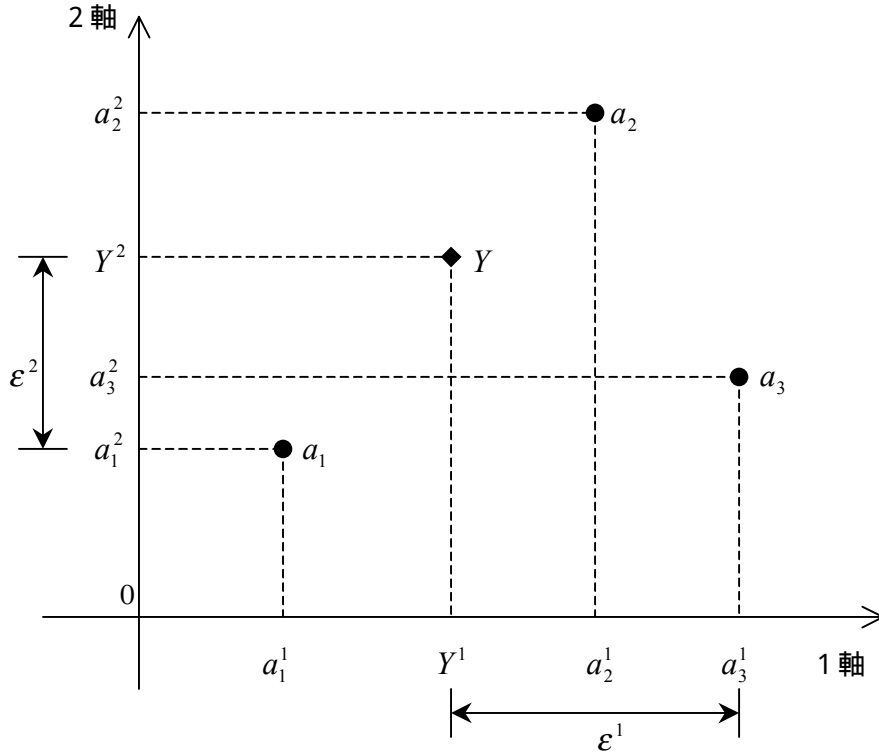


図3 - 2 . 重み付き重心法の近傍範囲の求め方

近傍データベクトル \hat{a}_i^U の第1軸に注目し、それぞれの成分のメンバーシップ関数は下記の式で表される。図3 - 3は、メンバーシップ関数が求められる様子を示している。

$$f_{a_1^1}(z) = \begin{cases} \frac{z - a_1^1}{a_1^1 - Y^1 + \varepsilon^1} + 1 & (z \leq a_1^1) \\ \frac{z - a_1^1}{a_1^1 - Y^1 - \varepsilon^1} + 1 & (z > a_1^1) \end{cases} \quad (\text{式 3 - 10})$$

$$f_{a_2^1}(z) = \begin{cases} \frac{z - a_2^1}{a_2^1 - Y^1 + \varepsilon^1} + 1 & (z \leq a_2^1) \\ \frac{z - a_2^1}{a_2^1 - Y^1 - \varepsilon^1} + 1 & (z > a_2^1) \end{cases} \quad (\text{式 3 - 11})$$

$$f_{a_3^1}(z) = \begin{cases} \frac{z - a_3^1}{a_3^1 - Y^1 + \varepsilon^1} + 1 & (z \leq a_3^1) \\ \frac{z - a_3^1}{a_3^1 - Y^1 - \varepsilon^1} + 1 & (z > a_3^1) \end{cases} \quad (\text{式 3 - 12})$$

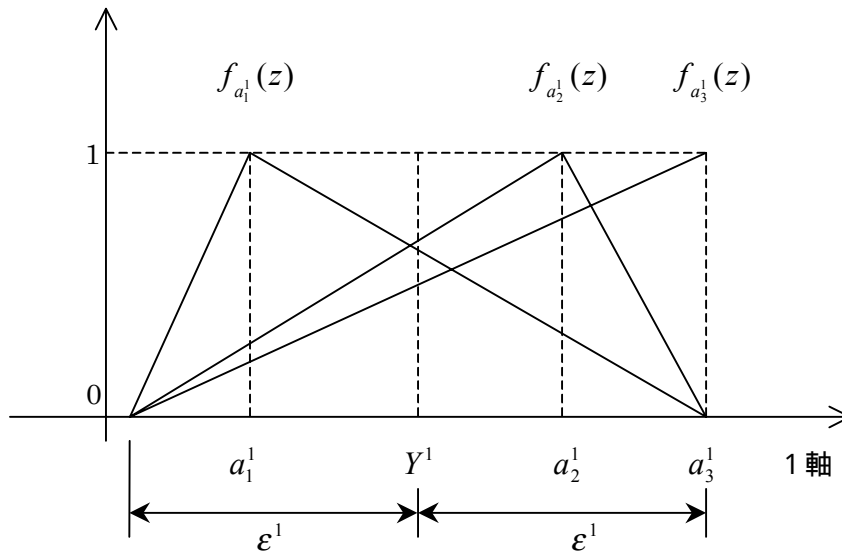


図3 - 3 . 重み付き重心法のメンバーシップ関数の与え方

ここで $z = Y^1$ を上記の式に代入するとファジィ行ベクトルが求まる。このファジィ行ベクトルを \hat{V}^1 とおくと、 \hat{V}^1 は次のようになる。

$$\hat{V}^1 = (\hat{Y}_{a_1^1}^1, \hat{Y}_{a_2^1}^1, \hat{Y}_{a_3^1}^1) \quad (\text{式3 - 13})$$

重み付き重心法により予測データベクトル P の第1軸の予測値 $x(T-2+s)$ は下記の式により求められる。

$$P^1 = \frac{\sum_{i=1}^3 \hat{Y}_{a_i^1}^1 \cdot b_i^1}{\sum_{i=1}^3 \hat{Y}_{a_i^1}^1} \quad (\text{式3 - 14})$$

同様に第2軸や第3軸を求めると次のようになる。

$$P^2 = \frac{\sum_{i=1}^3 \hat{Y}_{a_i^2}^2 \cdot b_i^2}{\sum_{i=1}^3 \hat{Y}_{a_i^2}^2} \quad (\text{式3 - 15})$$

$$P^3 = \frac{\sum_{i=1}^3 \hat{Y}_{a_i^3}^3 \cdot b_i^3}{\sum_{i=1}^3 \hat{Y}_{a_i^3}^3} \quad (\text{式3 - 16})$$

このようにして、予測データベクトル P のそれぞれの軸の予測値が求められたことになる。

方法(2). ファジィ推論を使った重み付き重心法

この方法の特徴として、近傍データベクトル a_i とその s ステップ後のデータベクトル b_i のそれぞれの成分（軸）の最大値と最小値を使って、それぞれの軸の近傍範囲を定める。これにより、近傍範囲の変化に着目することで予測誤差を抑えられると考えられる。

説明の便宜上、近傍データベクトル a_i と s ステップ後のデータベクトル b_i のそれぞれの第1成分（軸）の最大値をそれぞれ L_a^1, L_b^1 として表し、最小値をそれぞれ S_a^1, S_b^1 として表す。

それらは次の式で求められる。

$$L_a^1 = \max(a_1^1, a_2^1, a_3^1) \quad (\text{式 3 - 1 7})$$

$$L_b^1 = \max(b_1^1, b_2^1, b_3^1) \quad (\text{式 3 - 1 8})$$

$$S_a^1 = \min(a_1^1, a_2^1, a_3^1) \quad (\text{式 3 - 1 9})$$

$$S_b^1 = \min(b_1^1, b_2^1, b_3^1) \quad (\text{式 3 - 2 0})$$

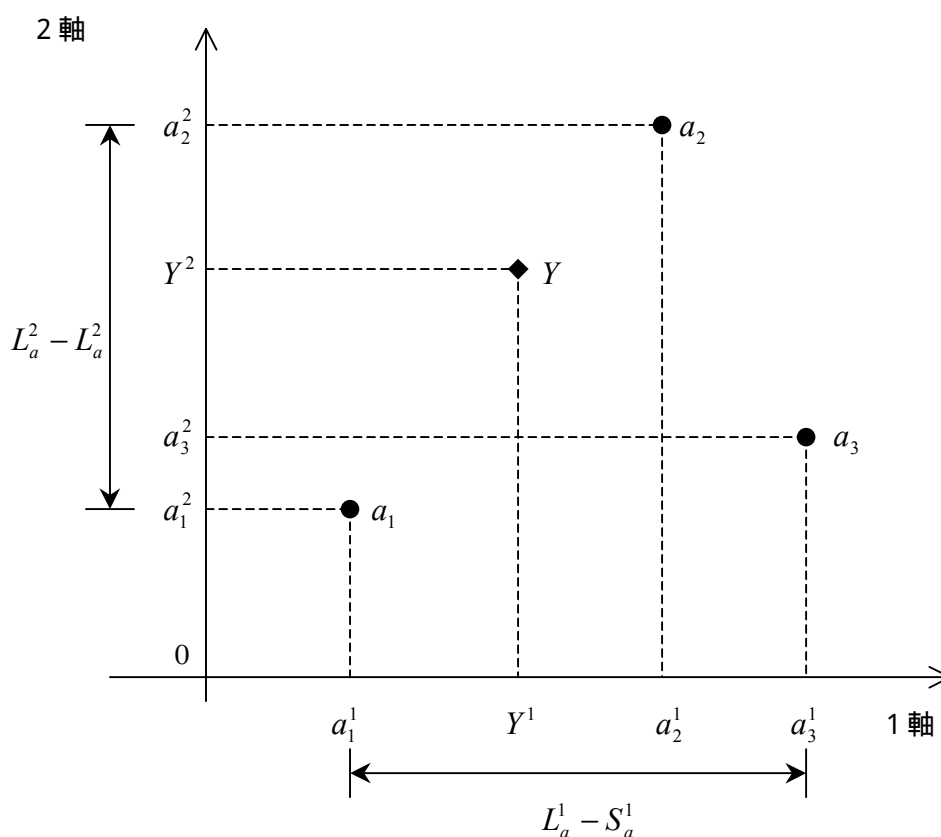


図 3 - 4 . ファジィ推論を使った重み付き重心法の近傍範囲の求め方

次に近傍データベクトル a_i^1 のそれぞれの成分に対してメンバーシップ関数を与えること

によりメンバーシップ値を求める。z は変数とする。

$$f_{\mu}(z) = \begin{cases} \frac{z - \mu}{L_a^1 - S_a^1} + 1 & (z \leq \mu) \\ \frac{z - \mu}{S_a^1 - L_a^1} + 1 & (z > \mu) \end{cases} \quad \mu = (a_1^1, a_2^1, a_3^1) \quad (\text{式 3 - 2 1})$$

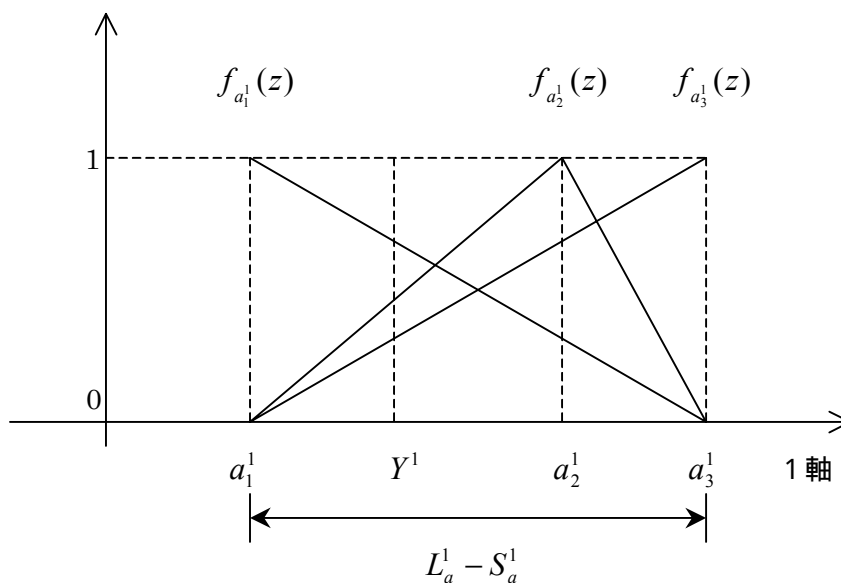


図 3 - 5 . ファジィ推論を使った重み付き重心法のメンバーシップ関数の与え方

ここで $z = (a_1^1, a_2^1, a_3^1)$ を入力としてそれぞれの要素のメンバーシップ値を求める。このメンバーシップ値をファジィ集合 A とすると、ファジィ集合 A は次のようになる。

$$A = \begin{pmatrix} f_{a_1^1}(a_1^1) & f_{a_1^1}(a_2^1) & f_{a_1^1}(a_3^1) \\ f_{a_2^1}(a_1^1) & f_{a_2^1}(a_2^1) & f_{a_2^1}(a_3^1) \\ f_{a_3^1}(a_1^1) & f_{a_3^1}(a_2^1) & f_{a_3^1}(a_3^1) \end{pmatrix} \quad (\text{式 3 - 2 2})$$

同様にして、 s ステップ後のデータベクトル b_i のそれぞれの成分のメンバーシップ関数は次のようになる。

$$f_{\mu'}(z) = \begin{cases} \frac{z - \mu'}{L_b^1 - S_b^1} + 1 & (z \leq \mu') \\ \frac{z - \mu'}{S_b^1 - L_b^1} + 1 & (z > \mu') \end{cases} \quad \mu' = (b_1^1, b_2^1, b_3^1) \quad (\text{式 3 - 2 3})$$

ここで、 $\mu' = (b_1^1, b_2^1, b_3^1)$ であるから、それぞれのメンバーシップ関数を集合 B とすると、

ファジィ集合 B は次のようになる。

$$B = \begin{pmatrix} f_{b_1^1}(b_1^1) & f_{b_1^1}(b_2^1) & f_{b_1^1}(b_3^1) \\ f_{b_2^1}(b_1^1) & f_{b_2^1}(b_2^1) & f_{b_2^1}(b_3^1) \\ f_{b_3^1}(b_1^1) & f_{b_3^1}(b_2^1) & f_{b_3^1}(b_3^1) \end{pmatrix} \quad (\text{式 3 - 2 4})$$

ファジィ集合 A とファジィ集合 B の継承関係を R として、継承計算はルカシービッチの含意の式を用いる。 R は次のように表される。

$$R_{A \rightarrow B} = \min(1 - A + B, 1) \quad (\text{式 3 - 2 5})$$

従って、各要素は次のようになる。

$$R_{A \rightarrow B} = \begin{pmatrix} \min(1 - A_{11} + B_{11}, 1) & \min(1 - A_{12} + B_{12}, 1) & \min(1 - A_{13} + B_{13}, 1) \\ \min(1 - A_{21} + B_{21}, 1) & \min(1 - A_{22} + B_{22}, 1) & \min(1 - A_{23} + B_{23}, 1) \\ \min(1 - A_{31} + B_{31}, 1) & \min(1 - A_{32} + B_{32}, 1) & \min(1 - A_{33} + B_{33}, 1) \end{pmatrix} \quad (\text{式 3 - 2 6})$$

ここの A 、 B の添え字はファジィ集合 A とファジィ集合 B の行列成分の番号を表している。式 3 - 2 1 において、 $z = Y^1$ を代入すると Y^1 のファジィ行ベクトル (fuzzy row vector) A' が定まる。ファジィ行ベクトル A' は次のようになる。

$$A' = (\hat{Y}_{a_1^1}^1, \hat{Y}_{a_2^1}^1, \hat{Y}_{a_3^1}^1) \quad (\text{式 3 - 2 7})$$

図 3 - 6 は簡単なファジィ推論システムを表し、式 3 - 28 はファジィルールである [5][6]。

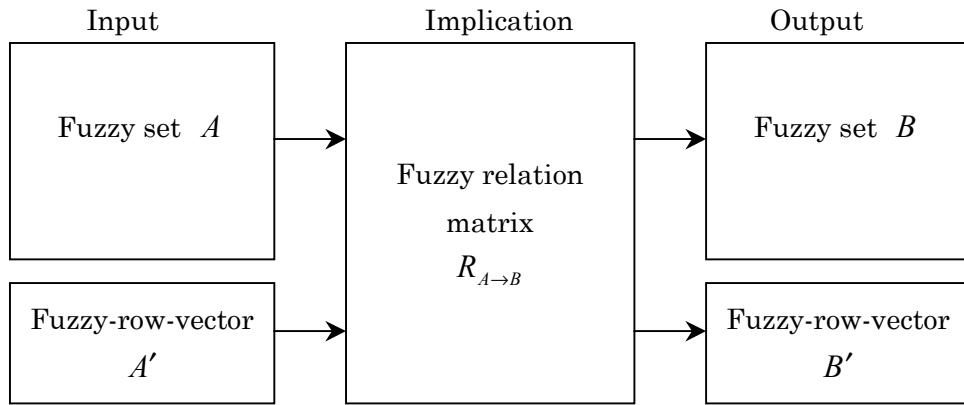


図 3 - 6 . ファジィ推論システム

$$IF A \text{ is } B \text{ THEN } A' \text{ is } B' \quad (\text{式 3 - 28})$$

ここでファジィ行ベクトル A' を入力として、ファジィ関係行列 $R_{A \rightarrow B}$ を利用して出力ファジィ行ベクトル B' を求める。

$$B' = A' \circ R = (A'_1, A'_2, A'_3) \circ \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{pmatrix} \quad (\text{式 3 - 29})$$

出力ファジィベクトル $B' = (\hat{P}_{b_1}^1, \hat{P}_{b_2}^1, \hat{P}_{b_3}^1)$ とおくと、このファジィ行ベクトル B' のそれぞれの成分は次のように求められる。

$$\hat{P}_{b_1}^1 = \max(\min(A'_1, R_{11}), \min(A'_2, R_{21}), \min(A'_3, R_{31})) \quad (\text{式 3 - 30})$$

$$\hat{P}_{b_2}^1 = \max(\min(A'_1, R_{12}), \min(A'_2, R_{22}), \min(A'_3, R_{32})) \quad (\text{式 3 - 31})$$

$$\hat{P}_{b_3}^1 = \max(\min(A'_1, R_{13}), \min(A'_2, R_{23}), \min(A'_3, R_{33})) \quad (\text{式 3 - 32})$$

ファジィ行ベクトル B' のそれぞれの成分は予測値と近さの度合を表していることから、重み付き重心法により予測値 P^1 は次のようになる。

$$P^1 = \frac{\sum_{i=1}^3 \hat{Y}_{b_i}^1 \cdot b_i^1}{\sum_{i=1}^3 \hat{Y}_{b_i}^1} \quad (\text{式 3 - 33})$$

同様に第2軸や第3軸を求めると次のようになる。

$$P^2 = \frac{\sum_{i=1}^3 \hat{Y}_{b_i}^2 \cdot b_i^2}{\sum_{i=1}^3 \hat{Y}_{b_i}^2} \quad (\text{式 3 - 34})$$

$$P^3 = \frac{\sum_{i=1}^3 \hat{Y}_{b_i}^3 \cdot b_i^3}{\sum_{i=1}^3 \hat{Y}_{b_i}^3} \quad (\text{式 3 - 35})$$

従って、予測データベクトル P のそれぞれの軸の予測値が求められたことになる。

第3節．予測結果（太陽黒点数と Flux）

予測するためのパラメータの設定は以下のように示されている。

埋め込み次元（Embedding dimension）=4.

近傍データベクトル数（Number of neighbor vectors）=8.

予測ステップ（Prediction steps）=1,3,5,10.

検証用データ区間（Test time-span）:

太陽黒点数（January 1980 - September 1997の間）

Flux（December 1988 – March 1997の間）

図3 - 7が太陽黒点数の予測結果を時系列で表したものである。横軸が時間、縦軸が黒点数をそれぞれ表している。この図は予測ステップが1の時の結果である。予測値は実測値より変動の具合が滑らかであったことから、この手法で実測値のノイズを取り除いたではないかと推測される。一方、この予測値の時系列は実測値より一ヶ月遅れているようであった。Dr . Conway がニューラルネットワークで予測を行なったときにも同様な現象が見られた[12]。図3 - 8が太陽黒点数の予測結果を、予測値と実測値の相関図を示している。横軸が予測値で、縦軸が実測値を表している。予測ステップは1で、この時の予測値と実測値の相関係数が0.93であった。テセレーション法[9]の相関係数[23]が0.9に達していなかったため、この方法はテセレーションより Performance が高いと考えられる。

図3 - 9、図3 - 10では、それぞれ Flux 予測結果の時系列と相関図を表している。予測ステップは同じく1で、予測値と実測値の相関係数[23]は0.94であった。但し、Fluxの時系列が太陽黒点より短いので、検証用のデータも減らした。Fluxの場合において、サイクルの頂上周辺において、変動が激しく、谷周辺では変動が緩やかであるため、若干の予測のばらつきは起きた[図3 - 10参照]。

図3 - 11が太陽黒点と Flux の予測ステップを1、3、5、10の時の相関係数の変化を示している。

相関係数 r は下記の式で求められる。

$$r = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2} \sqrt{\sum (y - \bar{y})^2}} \quad \dots (式3 - 36)$$

x : 計算値

\bar{x} : 計算値 x の平均値

y : 予測値

\bar{y} : 予測値 y の平均値

r : 相関係数

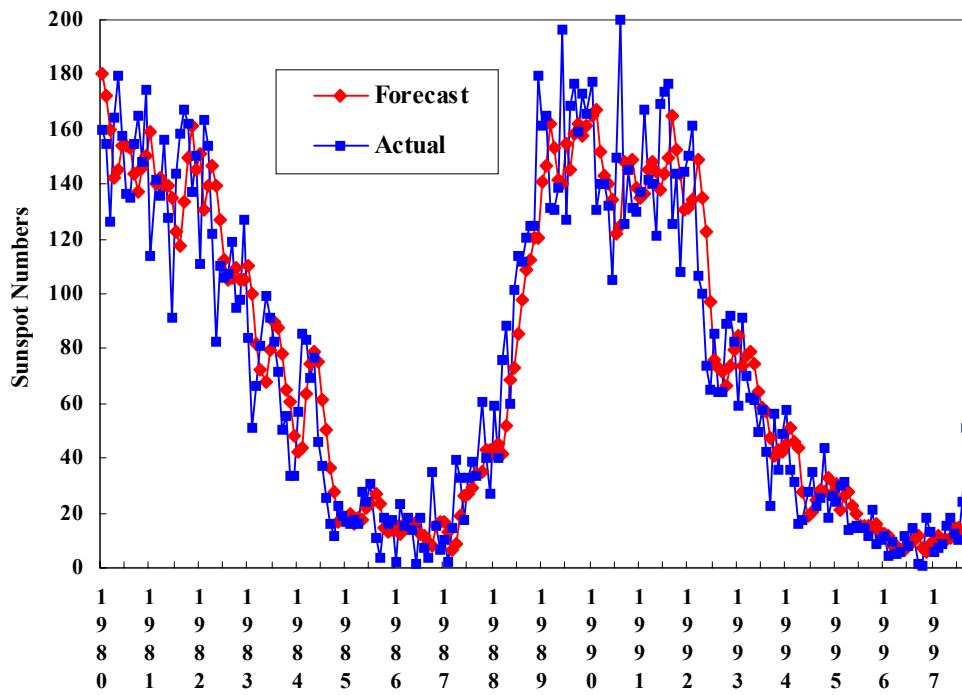


圖 3 - 7 . 太陽黑点数予測結果 (時系列)

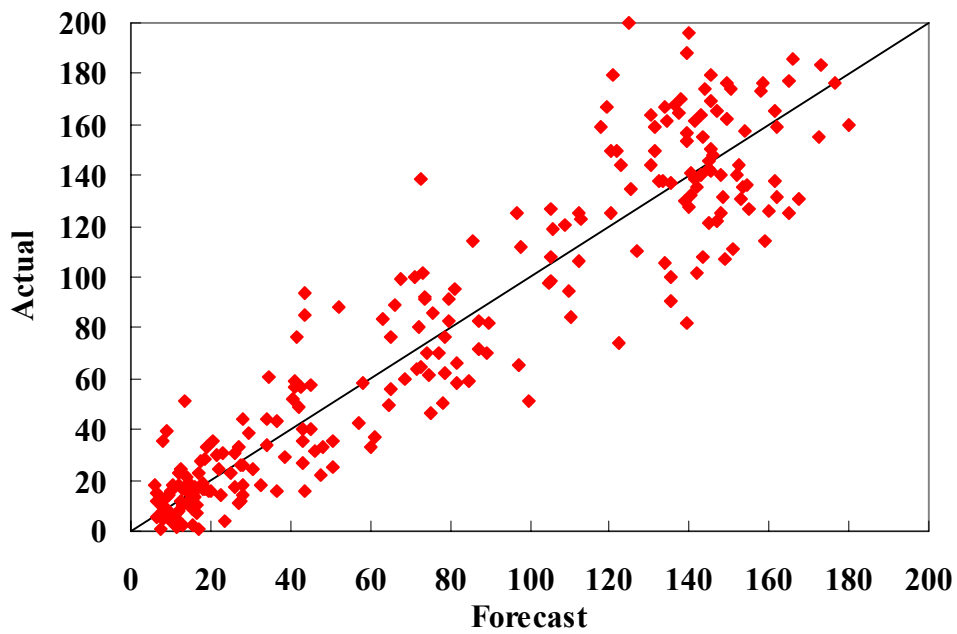


圖 3 - 8 . 太陽黑点予測結果 (相關圖)

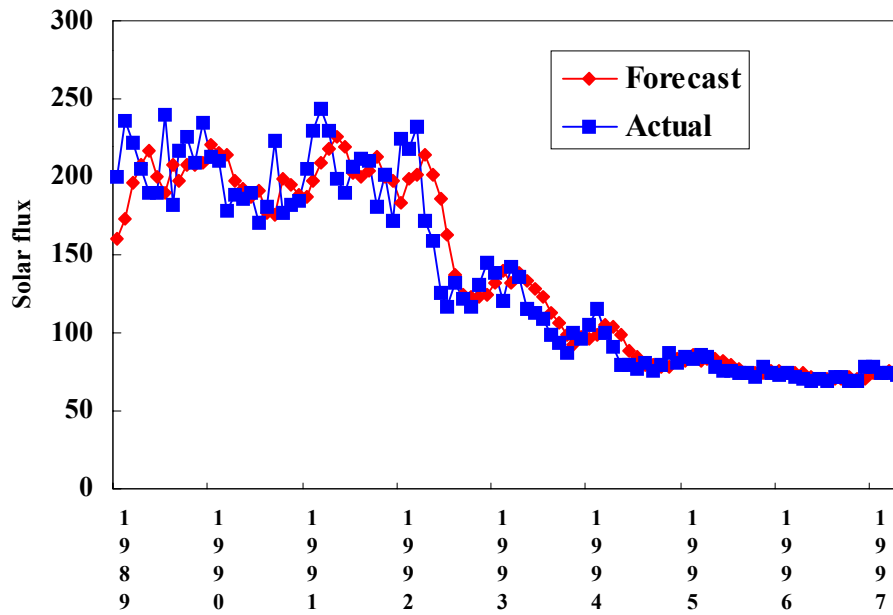


図 3 - 9 . Flux の予測結果 (時系列)

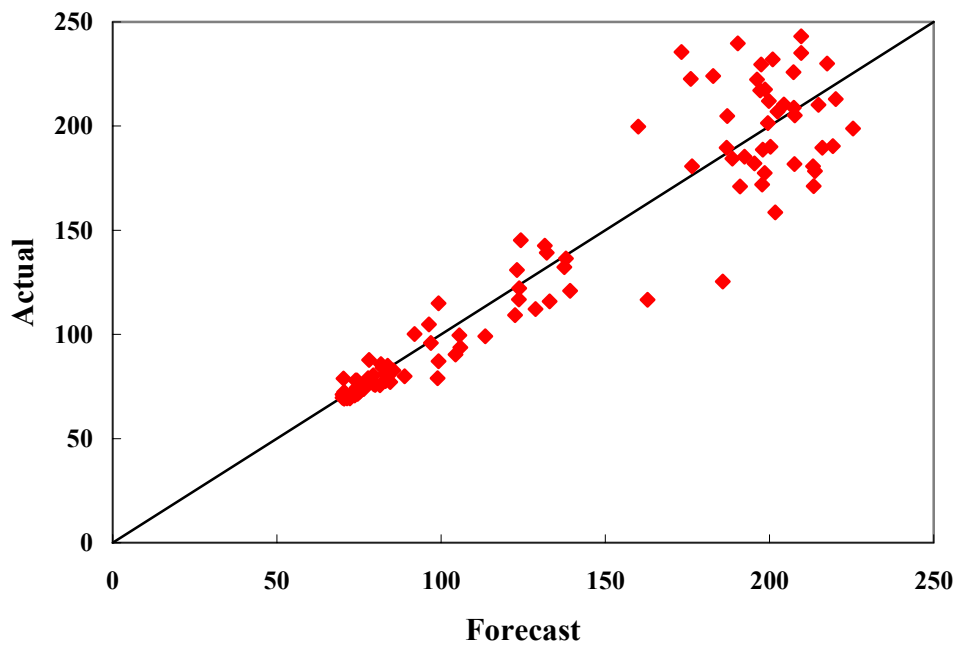


図 3 - 10 . Flux の予測結果 (相関図)

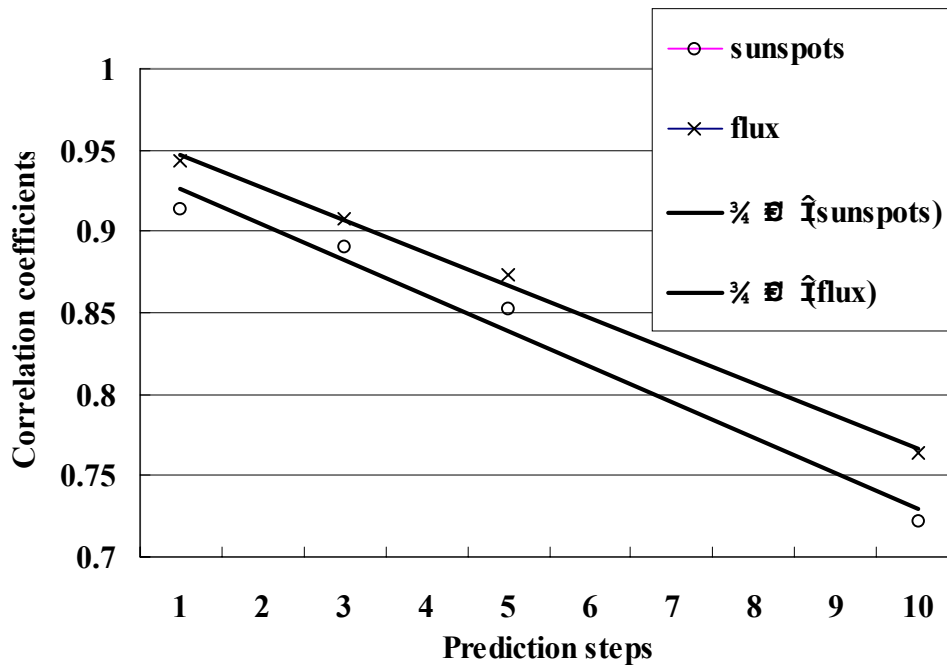


図 3 - 1 1 . 黒点数と Flux の相関係数の変動図

横軸を実測値，縦軸を予測値として取り，その相関係数(Correlation Coefficient)[23]を計算した結果，Flux と太陽黒点は共にステップが大きくなると予測値と実測値の相関係数が小さくなった。横軸は予測ステップを取っており，縦軸にはその予測ステップの相関係数を取っている。表 3 - 1 は太陽黒点予測のパラメータを表している。N は近傍データ数を、mは埋め込み次元をそれぞれ表している。N=8,m=4 の時、相関係数が最も高い値を示していたことから、予測値の最適解が求まることになる。

Sunspots established parameters	Correlation coefficient of prediction steps			
	1	3	5	10
N=15,m=5	0.913417			
N=10,m=5	0.913561			
N=8,m=5	0.913698	0.8903	0.8521	0.722
N=5,m=5	0.913315			
N=4,m=5	0.912625			
N=3,m=5	0.912249			
N=8,m=4	0.931881	0.8992	0.8669	0.732

表 3 - 1 . 太陽黒点予測のパラメータ

Flux はステップ 10 になると相関係数が約 0.72 になってしまったが，太陽黒点では，相関係数が 0.79 であったことから，太陽黒点数の予測ステップによる相関係数の降下傾向は

Flux よりも緩やかであるという事が考えられる。いずれの場合でも、相関係数が下がっている事から、この手法はもっと先の時系列のデータを予測しようとする不確実な結果になってしまう。この現象はカオスの定義の「長期予測不可能性」に当たるのではないかと推測することができる[10]。また、ステップ 3 までの予測値と実測値の相関係数が共に 0.96 以上であったことから予測は極めて正確であるとして考えられる。よって、Flux 及び太陽黒点の時系列データに関して、その将来予測について、短期予測を行う場合は、局所ファジィ再構成法は極めて有効であると考えられる。ちなみにテセレーション法では、いずれの予測ステップの相関係数が 0.9 まで届いていなかった[9]。予測結果から推測すると局所ファジィ再構成法がテセレーション法より優れてると言える。計算ソースプログラムは付録資料 8 を参照する事。

第 4 章．将来への展望

- 1．太陽黒点は太陽活動の様子を示しているため、太陽黒点数の少なかったマウンダー期では地球は寒かったという記録がある[14]。太陽活動は地磁気の擾乱、地球気候、エルニーニョ（南方振動）、衛星の軌道の微変動などに影響を与えている。そのため、これらの観測データを用いて、気候をモデル化するには太陽活動を考慮する必要があり、それらの研究成果が期待されている。なお、先に挙げた黒点数と太陽定数の関係によって予測の有効性は、専門家による鑑定や議論を期待する。
- 2．日、週ごとの太陽黒点数や Flux 時系列の変動予測（電波予報）。
- 3．これに関連するパラメータとして、地磁気の変動予測。（地磁気の変動予測は地震の予測に役立つと考えられている[17]）
- 4．炭素 C の濃度変動と黒点の関係を明らかにすることによって、歴史的な経緯から太陽活動が地球の環境への影響が明らかになると考えられる[20]。
- 5．太陽活動が地球の気候にどのように影響するかメカニズムの解明。

謝辞：

この研究は橋本敬助教授の丁寧な指導と助言を戴きました。ここで厚く御礼を申し上げます。また、グー教授、中森教授にも御助言を戴きました。ここで感謝の意を表す。

感想：

カオス解析手法全体を通じて、結局、人の直感とプログラム試行錯誤の連続でした。ま

た、コンピュータの性能に限界があるため、いくつかの所で妥協していました。時間とのトレードオフをしなければならないということを実感しました。また、プログラムの見直しにより、予測プログラムの計算時間は大幅に短縮し、多くのパラメータの試みができる。残念ながら、これ以上に良い結果は得られませんでした。今後の課題として、機会があれば再挑戦したいと思います。

参考文献：

- 1 . 長島弘幸・馬場良和共著：カオス入門 現象の解析と数理，培風館，p95-p110 (1992)
- 2 . A.Wolf, J. B. Swift, H.L.Swinney, and J. A. Vastano, Determining Lyapunov exponents from a time series, *Physica* **16D**, p285-p315(1985)
- 3 . 五百旗頭 正，カオスとその工学的応用，北陸先端科学技術大学院大学知識科学研究科複雑系セミナーテキスト (1999 . 5 . 19)
- 4 . 五百旗頭 正，菅家正康，藤本泰成，鈴木新悟，カオスの時系列の短期予測のための局所ファジィ再構成法，*日本ファジィ学会誌*，Vol . 7 , No. 1 , p186 p194 (1995)
- 5 . 田中英夫・市橋秀友共著：やさしいファジィ，C & C文庫，p16-p43 (1992)
- 6 . 安信誠二著：ファジィ工学，昭晃堂，p34 - p38 (1991)
- 7 . <http://www.sunspotcycle.com/>
- 8 . <http://www.dxic.com/solar/>
- 9 . A.I.Mees : Dynamical Systems and Tesselations: Detecting Determinism in Data, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, Vol.1,No.4, p777-794(1991)
10. 合原一幸・徳永隆治監修：カオス応用戦略，オーム社 p 7,125 - 130 (1993)
11. 合原一幸、銅谷賢治、松葉郁雄、市橋秀友、林 勲、徳永隆治共著：ニューロ・ファジィ・カオス - 新世代アナログコンピューティング入門 -、オーム社、 p 19、 p 36、 p70、 p 184
- 12 . A.J.Conway,K.P.Macpherson,J.C.Brown: Delayed time series predictions with neural network. *Neurocomputing* , Vol.**18** , p81-p89 (1998)
- 13 . 高倉達雄著：現代天文小事典、講談社、 p 18 ~ p 31
- 14 . 武者利光編：ゆらぎの科学2、 p 53 - p 69、森北出版株式会社
- 15 . 臼井支朗、岩田 彰、久間和生、浅川和雄編著：基礎と実践ニューラルネットワーク、コロナ社、 p 38- p 48
- 16 . 畑中武夫編：電波天文学、恒星社版、 p 118
- 17 . 斎藤尚生著：オーロラ、彗星、磁気嵐，共立出版株式会社、 p 221-228、 p 245- p 274
- 18 . 高橋浩一郎編：気候変動と食糧、大明堂発行、 p56- p 61
- 19 . 朝倉 正、赤津邦正、奥山和彦著：経済活動と気象、朝倉書店、 p 19- p 39
- 20 . 山本義一編：気候変動、東京大学出版社、 p 56- p 59

- 21 . 住 明正、安成哲三、山形俊男、増田耕一、阿部彩子、増田富士雄、余田成男著：気候変動論、岩波書店、p 36- p 67
- 22 .Michael D.Mundt, W.Bruce Maguire II, And Robert R.P.Chase: Chaos in the Sunspot Cycle: Analysis and Prediction. *Journal of geophysical research*, Vol **96**,p1705-p1716(1991)
- 23 . Richard A.Johnson, Gouri K. Bhattacharyya: *Statistics: Principles and Methods ,Third Edition*, John Wiley and Sons, Inc. p99-p104
- 24 . 守山史生著：太陽、その謎と神秘、誠文堂新光社、p 3 - p 1 7
- 25 . Paul So, Emest Barreto, and Brian R.Hunt, Box-counting dimension without boxes: Computing D_0 from average expansion rates, *Physical Review E*, Vol.**60**,Number 1,p378-p385(July 1999)

付録資料一覧表

付録資料 1 . Sunspot Index	...2 枚
付録資料 2 . 容量次元の計算ソースプログラム	... 4 枚
付録資料 3 . 情報次元の計算ソースプログラム	... 2 枚
付録資料 4 . 相関次元の計算ソースプログラム	... 2 枚
付録資料 5 . 相関積分の計算ソースプログラム	... 2 枚
付録資料 6 . 佐藤，佐野，沢田の方法による最大リアプノフ数の計算ソースプログラム	...10 枚
付録資料 7 . ウォルフの方法による最大リアプノフ数の計算ソースプログラム	... 10 枚
付録資料 8 . 局所ファジィ再構成法による太陽黒点数の予測ソースプログラム	... 4 枚
付録資料 9 . 局所ファジィ再構成法による Flux の予測ソースプログラム	... 4 枚
付録資料 10 . KSS2000 論文 (Chaos analysis and prediction for solar activity with Local Fuzzy Reconstruction method)	... 6 枚
付録資料 11 . KSS2000 発表資料 (the material for presentation)	... 5 枚