

副テーマ レポート

後方確認を考慮した交通流シミュレーション

- 渋滞を減らす運転のしかた -

指導教官 橋本敬 助教授

北陸先端科学技術大学院大学
知識科学研究科知識システム基礎学専攻

050059 中田 豊久

2001年3月

目次

第1章	研究の目的、レポートの構成.....	2
第2章	研究の動機.....	3
第3章	これまでの交通流の研究について.....	4
第4章	提案するモデル.....	7
第5章	シミュレーション方法.....	9
第6章	シミュレーション結果と考察.....	12
第1節	実測データとシミュレーションデータの比較.....	12
第2節	揺らぎの発生する確率 P_{VD} と渋滞の関係.....	14
第3節	後方確認確率 P_{LB} の影響.....	18
第4節	後方確認するセル数の影響.....	24
第5節	各種パラメータと渋滞の関係のまとめ.....	27
第7章	結論.....	29
第8章	議論.....	30

第1章 研究の目的、レポートの構成

この研究の目的は、次の2つである。

1 単線高速道路の交通流をシミュレーション出来るモデルを開発する。

そのモデルを使い、運転者の行動が渋滞に与える影響を考察する。

結論として、「 といった運転のしかたは、渋滞を緩和させる（または、渋滞を大きくする）」といった知見を導き出すことを目標とした。

このレポートは次の構成で作成されている。

章	タイトル	内容
1	研究の目的、レポート構成	研究の目的と、このレポート構成
2	研究の動機	なぜこの研究をしたのかという動機を説明する
3	これまでの交通流の研究について	これまでの交通流の研究を、シミュレーション研究を重点的にレビューする。そして本研究の位置を明らかにする。
4	提案するモデル	目的の1つめである、交通流シミュレーションモデルを提案する。
5	シミュレーション方法	シミュレーションをどのように行ったのかを明確にする。
6	シミュレーション結果と考察	シミュレーション結果を表示し、その内容を考察する。目的2の、結果から渋滞緩和の知見導き出すことをここでやる。
7	結論	本研究をまとめ、結論を記述する。
8	議論	シミュレーションからは明らかに出来ない点を明示し、交通流解析において今後必要なことを議論する。また今後の研究の方向を明らかにする。

表 1-1 レポート構成

第 2 章 研究の動機

この章では、なぜこの研究を始めたのかという研究の動機を説明する。

東名高速道路を夜に 1 人で運転している時に、ふとある現象に気が付いた。その時は、渋滞は発生していなく、しかし、交通量は比較的多い状態であった。2 車線の道路の走行車線には等間隔で車が並び、追い越し車線にも多くの車が比較的多くいた。その気づいた現象とは、自分の周りを走っている車の殆ど、他の車に影響をうけ車のスピードを上げる、といった現象起こしていることである。その現象は、無意識のうちに自分でもしていた。車のスピードを上げることは、渋滞には直接影響しない。しかし車の群れに揺らぎを発生させてしまう。例えば、走行車線を等間隔で走行している車が数台居たとする。追い越し車線の後ろから、この車の群れを追い抜こうとする車が来るとする。バックミラーを見て、その追い越す車の存在に気づいた走行車線の車は、無意識に車のスピードを上げてしまう。このスピードを上げる現象によって、走行車線の車の群れに揺らぎが発生する。この揺らぎが渋滞を発生させる原因となっていないだろうか、という疑問を持った。この疑問を解決したく、交通流シミュレーションによって解析することを始めた。

第3章 これまでの交通流の研究について

この章では、交通流シミュレーションを中心にこれまでの交通流の研究でどのようなことが行われてきたのかを説明する。また、その中で本研究の位置を明らかにする。

車の交通理論は 1950 年代から広範に研究されてきた。これらを大まかに分類すると、流体、車追従、そして最近のセルオートマトン法モデルがある。

流体モデルとは、交通流を、定常状態ならば流体流量のように $j = v \rho$ と表現するモデルである。 j は交通量 (台/h, 単位時間あたりの車の通過数)、 ρ は密度 (台/km, 道路の単位長さあたりの車の数)、 v は車の速度 (km/h) である。しかし、このままでは時間的な変化による動的現象を表現できない。そこで、1995 年に Lighthill と Whitham は、流体力学の連続の式と運動量保存の基本式をベースに、これらを簡略化することで、動的モデルを表現した[Lighthill 55]。

車追従モデルとは、流体モデルよりミクロに扱い、個々の車は前方の車の動きに影響されるとするモデルである。多くのモデルは以下の形で表される。

$$a(t+T) = -v(t)^m / (x(t))^l - v(t) \quad (3-1)$$

ここで、 a と v は加速度と速度を、 x と v は前方の車との距離と速度差を、 m と l は定数である。 T は運転者と車の両方の反応遅れ時間を表現している。このようなモデルは、物理的には多数の車のつながりの安定性についての知見を与えるものである。

セルオートマトン法モデル (以下 CA 法モデル) とは、道路を多くのセルを繋げた帯として表し、個々のセルには最大 1 台の車が入ることが出来る、といったモデルである。CA 法モデルは、車を粒子のように扱うので、粒子モデルとも呼ばれる。車追従モデルと CA 法モデルの違いは、前者が空間と時間について連続であるのに対して、後者は不連続であることである。

最初の CA 法モデルは、Gerlough によって 1956 年に提案され[Gerlough 56]、Gremer によって改良された[Cremer 86]。これらのモデルには、細かな運転規則が組み込まれ、演算を高速化し実時間計算が出来るよう 1 ビットでコーディングされている。しかし、このことがかえって汎用性を損なう結果となっている。

92 年には、CA 法モデルの開発に統計物理の分野の研究者も加わり、Biham らが速度は 1 種類の 1 次元と 2 次元モデルを開発した[Biham 92]。ここで、1 次元とは、複数の車線を

持つ場合も含めた 1 本の道路を、2 次元とは多数の道路が縦横につながった都市の道路網を意味している。

一方、Nagel と Schreckenberg は最高速度 $V_{\max}=5$ まで許容する多速度モデルを提案し [Nagel 92]、その後、改良モデルが多数提案されてきた。これらのモデルは実際の交通特性をよく再現することから、ドイツやアメリカを中心とした国の多数の高速道路網で大規模交通シミュレーションに適用されている。

本レポートで紹介する交通流モデルは、CA 法モデルである Nagel と Schreckenberg の多速度モデルを改良したものである。そこで以下で Nagel と Schreckenberg の多速度モデルの詳細を記述する。

Nagel と Schreckenberg の多速度モデルは、以下のルールによって車の動きを制御する [Nagel 96]。

- 加速：車は最高速度 V_{\max} になるまで 1 つの時間ステップで 1 つ速度を上げる
- 減速：前の車との車間距離が小さくなりすぎると、追突しないように減速する
- 揺らぎ：運転速度は揺らぎを持つ。確率 P_{vd} で速度 0 でなければ、速度を 1 つ下げる
- 走行：車は 1 つの時間ステップで速度分だけ前方に移動する。

車の速度は $0 \sim V_{\max}$ までと整数化される。 V_{\max} は、例えば 5 と設定され、実際の 120km/h に対応させる。このモデルは、上記ルールに確率（揺らぎ）が入ることより、決定論的な CA と比べて、確率論的道路交通 CA（Stochastic traffic cellular automation 以下 STCA）と呼ばれる。

次の図は、ある地点での車の平均速度（km/h）と交通量（台/h）の関係についてシミュレーション結果とカルフォルニアの高速道路での実測データの比較を示している [Rickert96]。左の図が実測データで、右の図がシミュレーションデータである。両者が良く一致していることから、上記のような単純なモデルで渋滞の自然発生が模擬できることが分かる。

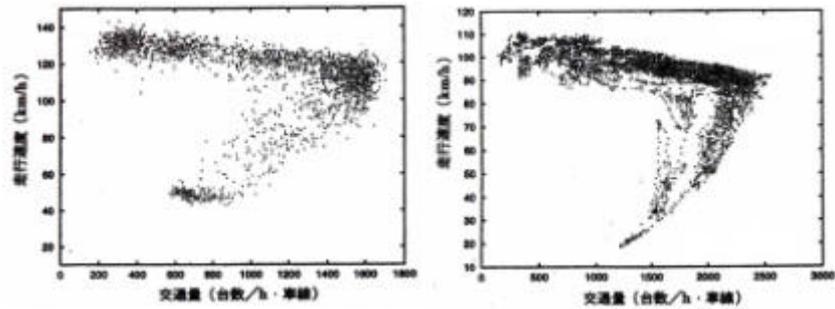


図 3-1 左はカルフォルニアのハイウェイにおいて収集された実測データ。交通量（1 時間に計測ポイントを通過した車の数）と走行速度の関係を示している。右は STCA モデルによって取得したシミュレーションデータ。

この他に、複数車線のモデル化や、道路網のモデル化が多数行われている。森下、板垣は、交差点や信号をセルで表現し、その一般的な構成をパレットとして作成した。そのパレットを組み合わせることにより、複雑な道路システムをすばやく表現することを可能にしている[森下、板垣 2000]。基本パレットを組み合わせ直すことにより、様々な環境をシミュレーションすることが可能となる。

第4章 提案するモデル

この章では、3章において紹介したセルオートマトン方式の交通流シミュレーションである、STCAモデル[Nagel 92]をベースにした、新しい交通流モデルを提案する。それを、後方確認を考慮した交通流モデル、と呼ぶことにする。

セルオートマトン方式のモデルとは、多くのセルによって道路を表現したモデルのことである。セル上には車が居る、居ないの2つの値のみを持つようになっている¹。セルは近傍セルの現在の状態によって、次の時間の状態を決定する。

STCAモデルは、1992年にNagelとSchreckenbergによって提案されたモデルであり、速度を持った車を表現出来るモデルとなっている。車は、最大速度(論文上では5に設定されている)を持っており、障害がなければ最大速度まで加速してその速度を維持する。さらにある確率により車の速度を1つ下げる、というルールがある。その確率性が入ることから、決定論的なモデルと区別され、確率論的道路交通CA(Stochastic traffic cellular automation)、STCAモデルと呼ばれている。

本研究にて提案するモデルは、後方確認を考慮した交通流モデル(Rear confirmation cellular automation 以下 RCCAモデル)と呼ぶが、これはSTCAモデルを拡張したものである。

このRCCAモデルは以下のルールによって車の動きを制御する。

- 加速：車は最高速度 V_{max} になるまで1つの時間ステップで1つ速度を上げる
- 減速：前の車との車間距離が小さくなりすぎると、追突しないように減速する
- 揺らぎ：運転速度は揺らぎを持つ。確率 P_{vd} で速度0でなければ、速度を1つ下げる
- 走行：車は1つの時間ステップで速度分だけ前方に移動する。
- 後方確認：確率 P_{fb} で後方セルを確認し、もし車が居る、かつ最大速度でない場合、速度を一つ上げる

加速、減速、揺らぎ、走行は、STCAモデルとまったく同じである。STCAモデルに、後方確認を追加したものが、RCCAモデルである。

なぜ、後方確認を追加したのかは、2章 研究の動機のところでも述べたように、多くの車が後方の車の影響を受けている、という仮説を持っているからである。この仮説を実装したルールが、「後方確認」ルールである。

¹ 最近の研究では、信号、道路ではない所、などを表現するセルもある[森下, 板垣 2000]。

後方確認のセル数は、まず 6 セルでシミュレーションを行った。これは、45m の区間が後方確認対象となるように、と計算している。STCA モデルは 1 セルの長さを 7.5m とした時に現実のデータと等しい結果がもたらされる事が指摘されている[Nagel 96]。その 1 セル 7.5m を計算に使用して、6 セル 45m とした。しかし、この後方確認するセル数と渋滞の関係を調べたいことから、この値はパラメータとしてシミュレーション上では扱うようにした。

セルの更新方法は、一斉に更新する方法を採用している。ランダムに車を選び、1 つずつ更新する方法は、ノイズ削減が期待されることが指摘されているが[Nagel 96]、この研究では、揺らぎ、後方確認と渋滞の関係を明らかにすることが目的であり、確率的要素であるランダム更新は採用しなかった。しかしこの方法の違いによって交通流の動的振る舞いが大きく変わることが指摘されていることから、今後検討していく必要があるであろう。

このモデルにおいて確率的要素は 3 つある。1 つは、揺らぎの発生する確率 P_{vd} 、2 つ目に後方を確認する確率 P_{lb} 、3 つめは、シミュレーションの初期車の配置をランダムで行っている。しかし、3 つめの初期車の配置は、シミュレーション結果を 1000 ステップから 2000 ステップまでとして、最初の 1000 ステップを捨てていることから考察では無視できるものとして扱っている。

揺らぎの発生する確率 P_{vd} は、常に同じ最大速度ではない、ブレーキのオーバーアクション²、常に同じ加速を行っていないの 3 点を表している[Nagel96]。

車の最大速度は 5 にしている。5 は現実世界の 120 km/h に対応させる[Nagel 96]。シミュレーション上の速度と実際の速度との対応は以下の表である。

シミュレーション速度	実世界の速度
0	0 km/h
1	24 km/h
2	48 km/h
3	72 km/h
4	96 km/h
5	120 km/h

表 4-1 シミュレーション上での速度と実世界の速度の対応表

² 前の車がブレーキをかけた時に、必要以上にブレーキをかけてしまう現象

第5章 シミュレーション方法

この章ではシミュレーションの仕方を説明する。Cell Automata のパラメータやデータの計測方法を明らかにする。

シミュレーションの諸情報は、以下の表にまとめている。

セルの幅	100 セルあり 1 つの時間ステップを表現している
セルの高さ	100 セルあり一番下のセルが一番新しい時間を表現している。
収集ステップ	1000 ~ 2000 ステップの 1000 ステップ
入力パラメータ	density : 車の台数を決定する。例えば 0.1 と指定するとセルの幅が 100 セルなので 10 台の車となる。 P_{vd} : 揺らぎの発生する確率 0 から 1 の間で指定する。 P_{lb} : 後方確認の確率 0 から 1 の間で指定する。
車の進む方向	右に進む
セルの外に出た車の扱い	セルは循環していることにして、右端から出た車は、左端から入ってくる。

表 5-1 シミュレーションの諸情報 (シミュレーション中に変更することのない固定値)

シミュレーションアプリケーションの概観は以下のようなものである。画面上部にセル、下部にパラメータ入力フィールド、シミュレーションを制御するためのボタンがある。セルは、色の塗られている個所が車の居る所である。

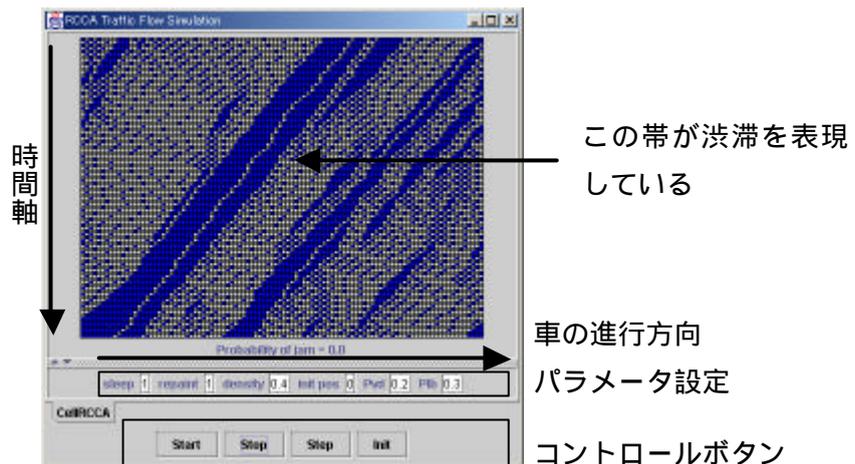


図 5-1 シミュレーションプログラムの概観

計測したデータを、以下の表に示す。

データ	計測タイミング	内容
車の速度	1つの時間ステップ毎	時間ステップごとに車がいくつの速度で走っているかを計測する。
計測ポイントを通じた車の数、速度	計測ポイントを車が通過した毎	実測データは、計測ポイントにおいて通過した車の量、速度から密度、車の間隔、平均速度等を計算している。この計測は実測データとの比較を行うために、同じ計測方法によって収集したデータである。
渋滞の数と長さ	1つの時間ステップ毎	時間ステップごとに、渋滞の数と長さを計測する。ここでの渋滞とは、2台以上が隣り合っている状態をいう。
渋滞から抜け出す車の数と渋滞を抜けるまでの時間	事象が発生する毎	車が渋滞を抜けた時に、渋滞から抜け出す車の数をカウントアップして、渋滞を抜けるまでにかかった時間を記録する。ここでの車が渋滞を抜けた時とは速度0で止まっていた状態から動き出す状態のことをいう。

表 5-2 計測したデータの種類とその計測方法

シミュレーションは density (車の密度)、 P_{lb} (後方確認の確率)、 P_{vd} (揺らぎの発生する確率) を以下の幅で変化させデータを取得した。

density (車の密度)	0.01 - 0.6
P_{lb} (後方確認の確率)	0 - 1.0
P_{vd} (揺らぎの発生する確率)	0 - 0.6

表 5-3 車の密度、後方確認の確率、揺らぎの発生する確率の変更範囲

density の 0.6 以上は、車の数が多すぎて現実的ではないので排除した。

また、 P_{vd} が 0.6 以上は、 $P_{vd}=0.6$ の特徴と変わらない結果が得られた。 $P_{vd}=0.6$ までとは一定ではない関係を出力するが、 $P_{vd}=0.6$ 以上は $P_{vd}=0.6$ と同じ特性をもっていたので、 $P_{vd}=0.6$ までを考察用として使用した。

各データの最小変化値、最小分解能は、目的に応じて変えた。概要を知りたい時には大きく分割し、詳細を見たいときには小さく分割した。

データは、最低で 5 回以上計測してその平均を分析に使用した。各データは、配車の初期状態を、別シードによる乱数発生で作成し、取得したデータである。

評価する指標には、速度の割合（以下 速度割合）を使用することにした。この速度割合は、 $R(v)$ の形で表現され、以下のようにして計算される。

$$R(v) = \text{速度が } v \text{ の車ののべ台数} / (\text{セルの幅} * \text{時間ステップ}) \quad (5-1)$$

全時空間の総セルに対する速度 v の車の割合が $R(v)$ である。例えば、 $R(0) = 0.2$ の場合、計測時間中 20%の車は速度 0 であった、ということになる。

$R(v)$ は速度 v の車の、車全体の中の割合ではないことに注意して頂きたい。全てのセルの中での割合のことである。例えば、100 セルの幅に 2 台の車が走っているとすると、この内 1 台が速度 0 や 1 のような低速で走った時と、50 台の車が走っていて 25 台が低速で走っている時では、渋滞を評価する上で区別しなければいけない。前者は渋滞とはいえないが、後者は渋滞が発生していると見るのが自然であろう。この違いを明確にするために上記のような全ての（時間を含めた）セル数で割ることにした。

シミュレーション結果を考察するにあたり、渋滞の定義が必要となる。渋滞の定義は、日本道路公団では 40 km/h 以下の速度と定義されている[JH]。しかしこの定義も完全なものではなく、渋滞の定義に対する研究も行われている[Matsui, Fujita97]。

この研究では、速度 1 以下の車を渋滞に巻き込まれている車と仮に定義した。実世界の速度では 24 km/h 以下となる。この定義は、速度毎の特性を調べ、特に特徴のた速度が速度 0 である、という結果から導き出した。

しかし、次章のシミュレーション結果と考察や、8 章の議論において記述するが、渋滞の評価の仕方によって結果は大きく異なる。渋滞の評価は、何のために渋滞分析をしているのか、という目的に依存する。この点は、8 章の議論において詳しく述べる。

第6章 シミュレーション結果と考察

この章では、まず、実世界において取得されたデータと、シミュレーションデータを比較して、シミュレーション自体の有効性を確認する。そして、揺らぎの発生する確率 P_{vd} 、後方確認確率 P_{lb} 、後方確認するセル数の各種パラメータと渋滞の関係を、シミュレーション結果を表示しながら考察する。

第1節 実測データとシミュレーションデータの比較

ここでは、実測データとの比較から、シミュレーションの有効性を確認する。実測データはすべて、計測ポイントでの車の通過量、その車の速度を計測する、という方法を取っている。そして、その測定値から密度や車間距離を計算している。シミュレーションにおいても同じ計測方法によりデータ取得を行った。

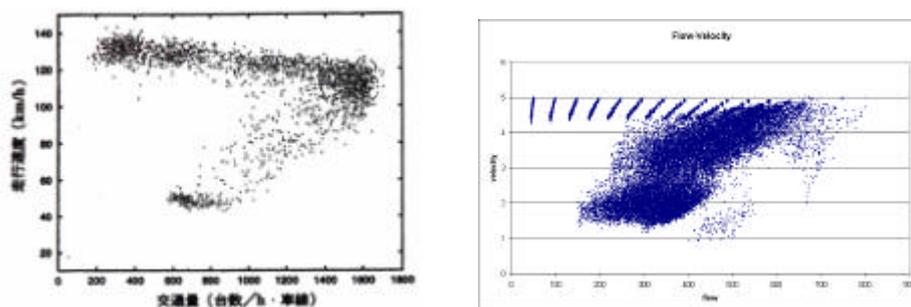


図 6-1 交通量と走行速度の関係図。左がカリフォルニア ハイウェイで計測されたデータ。右は、本シミュレーションにおいて取得したデータ。

まず、交通量と走行速度の関係である。左が実測データ[Rickert 96] であり右はシミュレーション結果である。実測データは、カリフォルニア ハイウェイにおいて計測されたデータである。

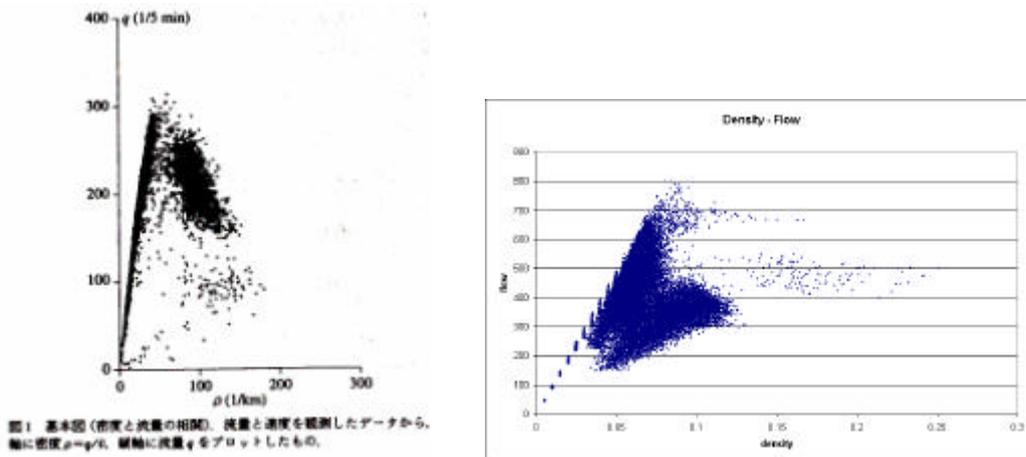


図 6-2 車の密度と流量の関係図。左は 1996 年 8 月に東名高速道路の日本坂トンネル付近の上り線で観測されたデータ。右は、本シミュレーションで取得したデータ。

次に、車の密度と流量の関係であり、左が実測データ[只木 2000]、右がシミュレーションである。実測データは、1996 年 8 月に東名高速道路の日本坂トンネル付近の上り線で観測されたデータである。

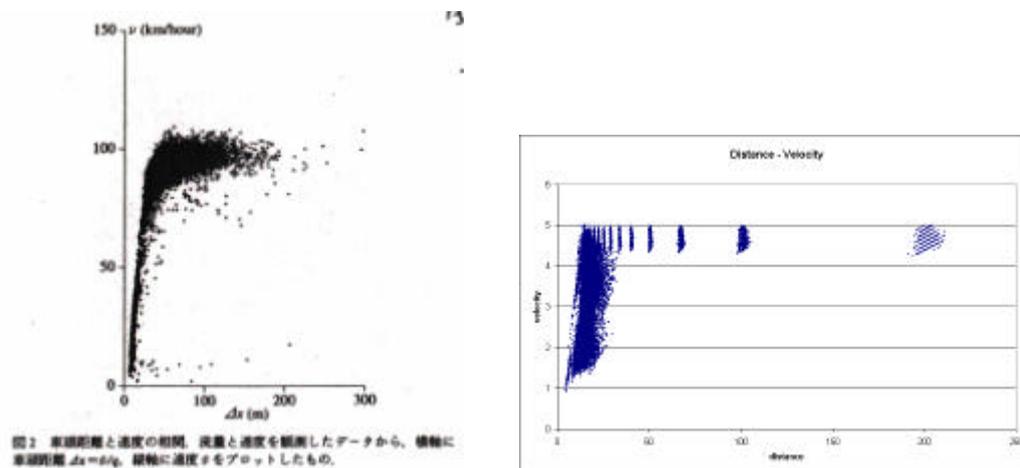


図 6-3 車間距離と走行速度の関係図。左は、1996 年 8 月に東名高速道路の日本坂トンネル付近の上り線で観測されたデータ。右は、本シミュレーションで取得したデータ。

最後に、車間距離と速度である。左が実測[只木 2000]で右がシミュレーションである。この実測データも、車の密度と流量の関係と同じく、1996 年 8 月に東名高速道路の日本坂トンネル付近の上り線で観測されたデータである。

シミュレーションデータにおいて、離散的な個所があるのは、車の密度の最小値の荒さに問題があるからである。今回のシミュレーションでは、100 セルの幅の道路に車を配置し

でシミュレーションしている。最小の密度は、0.01 であるが、この最小分解能が大きい
ため、図が離散的になっている。

図が似ているという判断は、直感的で評価しにくいだが、少なくとも、実測データの特徴
はシミュレーションで表現されていることが確認できる。上の 3 つのグラフは、どれもリ
ニアな関係でなく、状態を分岐させるポイントが存在する。例えば、車間距離と速度では、
車間距離が増えれば、速度が上がるという関係の部分と、車間距離と速度は無関係という
部分が図に含まれている。これがシミュレーションにおいても表現できているので、特徴
を表現できるとしている。

このようにシミュレーションが特徴を示すことが出来るので、シミュレーションとして
の妥当性は、確認された。

第 2 節 揺らぎの発生する確率 P_{vd} と渋滞の関係

ここでは、揺らぎの発生する確率 P_{vd} と渋滞の関係について分析する。この確率は、常
に同じ最大速度ではない、ブレーキのオーバーアクション、常に同じ加速を行って
いないの 3 点を表している[Nagel96]。

まず、各密度の速度 0, 1 の割合と P_{vd} の関係を次の図に示す。横軸は P_{vd} 、縦軸は、全
セル空間内でのその速度の割合（以下 $R(v)$ 、 v は速度を表す）である。 $R(v)$ の計算方法につ
いては、5 章 シミュレーション方法を参照のこと。

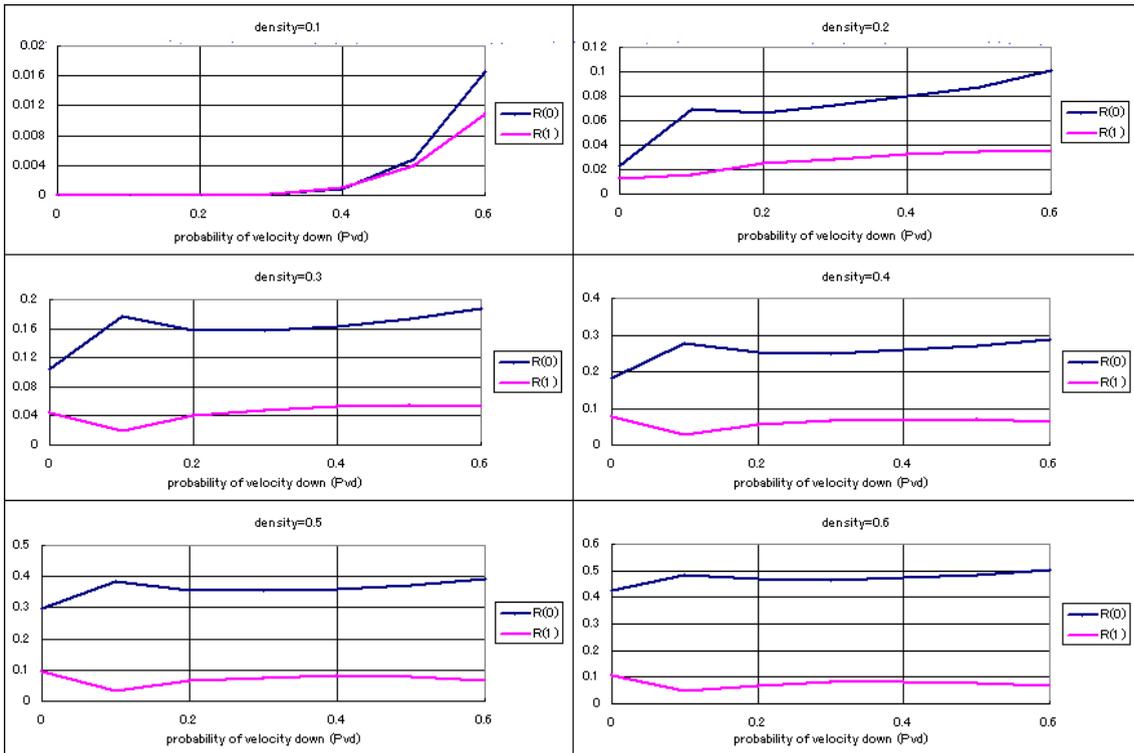


図 6-4 揺らぎの発生する確率 P_{vd} と $R(0), R(1)$ の関係図。左上、右上、左中、右中、左下、右下の順に、密度は 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6 である。

密度 0.1(density=0.1 左上の図)では、 P_{vd} が上がると $R(0), R(1)$ が上がっている。 P_{vd} は速度を下げる確率なので、これは直感と合っているグラフとすることが出来る。 $P_{vd}=0.3$ 付近までは P_{vd} の影響はグラフ上に現れないが、 $P_{vd}=0.3$ 以降はその確率を上げるごとに $R(0), R(1)$ が増加している。このグラフからは、 $P_{vd}=0.3$ 付近を境に渋滞の全くない状態と渋滞の所々発生している状態と分けることが出来る。渋滞の全くない状態では、 P_{vd} の数値を変化させても何の反応もないが、渋滞が発生し始める状態では、 P_{vd} と渋滞の関係は、 P_{vd} が増えれば渋滞が増えるという関係を示している³。

次に密度 0.2~0.6 のグラフ(右上、中段、下段の図)を見てみる。 $R(0)$ は、一度増加したあとに、減少し、また増加している⁴。

³ グラフでは、指数関数的に増えているように見える。この点についての更なる分析が必要である

⁴ 密度 0.2 のみ他とは違うように見えるが、これは特徴の現れる過渡状態と判断し、他と同じ特徴を持っていると判断している

ここで、 P_{vd} 、 $R(0)$ と密度の関係を以下の表でまとめる。

密度 = 0.1	P_{vd} が増えると $R(0)$ が増える。
密度 = 0.2 ~ 0.6	P_{vd} が増えた時に、共通的に以下の特徴を持っている。 $P_{vd}0.0 \sim 0.1$ $R(0)$ は増える $P_{vd}0.1 \sim 0.3$ $R(0)$ は減る $P_{vd}0.3 \sim 0.6$ $R(0)$ は増える

表 6-1 密度毎の P_{vd} と $R(0)$ の関係

密度 = 0.2 ~ 0.6 の P_{vd} と $R(0)$ の関係について、なぜこのような現象が発生するのかを調べるために、さらに深いデータ収集を行った。これ以降は特徴の良く出ている密度 0.4 のみに着目して分析を行う。また、 $R(1)$ に関しては $R(0)$ の逆の形をしていることから、 $R(0)$ と $R(1)$ は同じ原因による結果と見て、 $R(0)$ の分析のみに焦点を当てている。

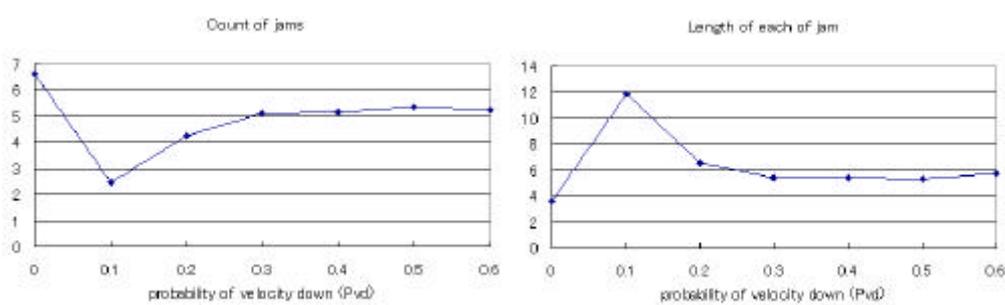


図 6-5 左は P_{vd} と渋滞の個数の関係図。右は P_{vd} と個々の渋滞の長さの関係図。共に車の密度は 0.4 である。

まず見て頂きたいグラフは、セル上に現れた渋滞の数とその個々の渋滞の長さを表示したものである。ここで言う渋滞とは、2 つ以上の車が速度 0 で隣り合っている減少のことを指す。 $P_{vd}=0.0$ から 0.1 に関しては渋滞の数が減り、渋滞の長さが増えていることが見て分かる。つまり渋滞の集中化が進んでいると言える。これが $P_{vd}0.0 \sim 0.1$ の $R(0)$ が増えている理由である。

次に、 $P_{vd}=0.1$ から 0.3 に関しては渋滞の数は増えていて渋滞の長さは減ってきている。これは渋滞が分散化していることを示している。これは、車が渋滞に入る前に、 P_{vd} の確率で速度を落とし、新しい渋滞を作っていると言う事が出来る。新しい渋滞が発生しているので、渋滞の個数は増える。しかし、渋滞の個数が増えるので、1 つ 1 つの渋滞の長さは小さくなる、といったところである。

さらに $P_{vd}=0.3$ から 0.6 は、渋滞の数、渋滞の長さ共にすこし増えている。数が増え、長さが増せば $R(0)$ の数が増加するのは当然である。しかし、 $P_{vd}=0.0$ から 0.1 の区間の $R(0)$ の増加とは違う現象である、ということは注意すべき点である。 $P_{vd}=0.0$ から 0.1 の区間は、

渋滞の数は減るが長さが増えるので $R(0)$ が増えている。 $P_{vd}=0.3$ から 0.6 は渋滞の数も長さも増えている。

また、注目すべき 2 つのグラフを表示する。

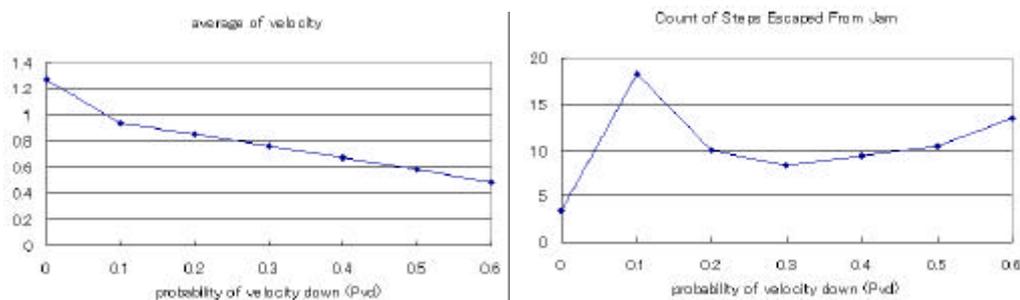


図 6-6 左は P_{vd} と平均速度の関係図。右は、 P_{vd} と渋滞から抜けるのにかかった時間の関係図。共に車の密度は 0.4 である。

左のグラフは、車の平均速度である。右のグラフは、渋滞を抜けるのにかかった時間である。これは車が渋滞を抜けた時に、抜けるまでにかかった時間を計測時間中記録して、それを渋滞を抜けた車の総数で割ったものである。今までの分析は、 $R(0)$ と P_{vd} の関係について行っていた。 $R(0)$ は P_{vd} が大きくなると、一度大きくなり、次に小さくなり、また増加する。しかしこの現象も、車の平均速度のグラフで見ると単純に平均速度は下がっているだけである。つまり、渋滞評価を車の流量で測ろうとした場合、単純に P_{vd} は小さいほうが良い、という結果になる。

しかし、渋滞を抜ける時間のグラフ、渋滞の個数を参照すると $P_{vd}=0.1$ は渋滞に入るとは少ないが、一度入ったらなかなか出て来ることが出来ない。 $P_{vd}=0.3$ では、渋滞に入る回数は増えるが、 $P_{vd}=0.1$ に比べ早く渋滞から抜けることができる。 $P_{vd}=0.3$ 以降は、渋滞はひどくなるだけ、とすることが出来る。

これらの渋滞の評価方法の違いは、8 章議論において詳細に記述する。

$P_{vd}=0.0$ について触れておくと、これは最も渋滞を起こさない値とすることが出来る。揺らぎなし、は現実的な数値ではないことは否めないが、揺らぎなしの状態は、理想的に渋滞を緩和させる状態であるということは間違いない。

以上、密度 0.4 での P_{vd} と $R(0)$ の関係をまとめたものが以下の表である。

$P_{vd}=0.0 \sim 0.1$	P_{vd} が増えると渋滞が一つに固まっていく
$P_{vd}=0.1 \sim 0.3$	P_{vd} が増えると渋滞の分散化が進む
$P_{vd}=0.3 \sim 0.6$	P_{vd} が増えると渋滞の数、長さが増える。

表 6-2 P_{vd} と $R(0)$ の関係。車の密度 0.4 の時。

この現象をシミュレーション上で見た場合の図を以下に示す。

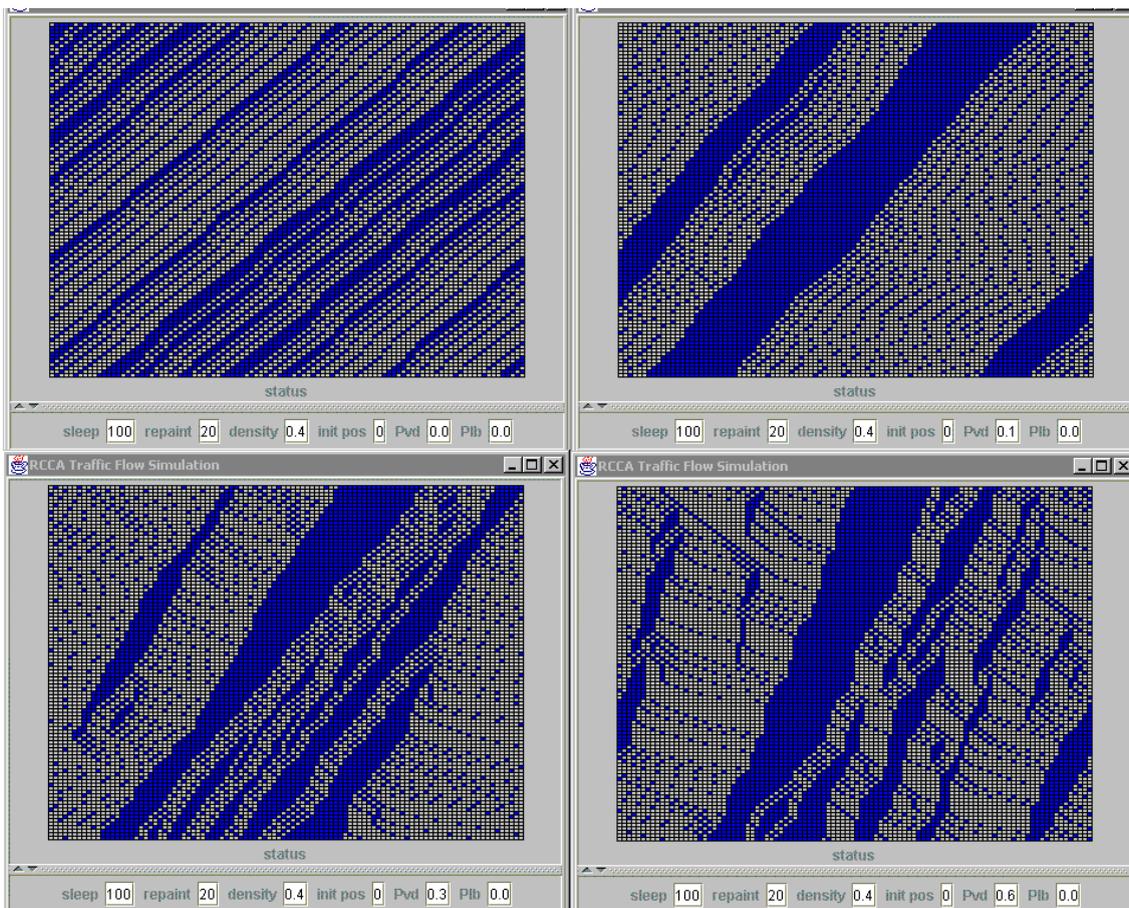


図 6-7 P_{vd} を変化させた時のシミュレーション上の違い。すべて車の密度は 0.4 で、左上、右上、左下、右下の順に、 P_{vd} は 0.0, 0.1, 0.3, 0.6 である。

すべて同じ密度で、左上が $P_{vd}=0.0$ 、右上が $P_{vd}=0.1$ 、左下が $P_{vd}=0.3$ 、右下が $P_{vd}=0.6$ である。色の塗られた部分が、車である。すべて右肩上がりの帯が渋滞を示している。

P_{vd} が上がると共に渋滞が集中 - 分散 - 集中していることが見て取れる。また、渋滞の帯の水平線に対する角度が上がっている。これは、平均速度が遅くなっていることを示している。

第 3 節 後方確認確率 P_{lb} の影響

ここでは、後方確認確率 P_{lb} と渋滞の関係について記述する。

まず、揺らぎ確率 P_{vd} を除いた ($P_{vd}=0$) の時の、後方確認確率 P_{lb} と渋滞の関係を簡単に考察する。次のグラフは、密度 0.1~0.6 の P_{lb} と速度 0 の速度割合 $R(0)$ 、速度 1 の速度

割合 $R(1)$ の関係を図示している。

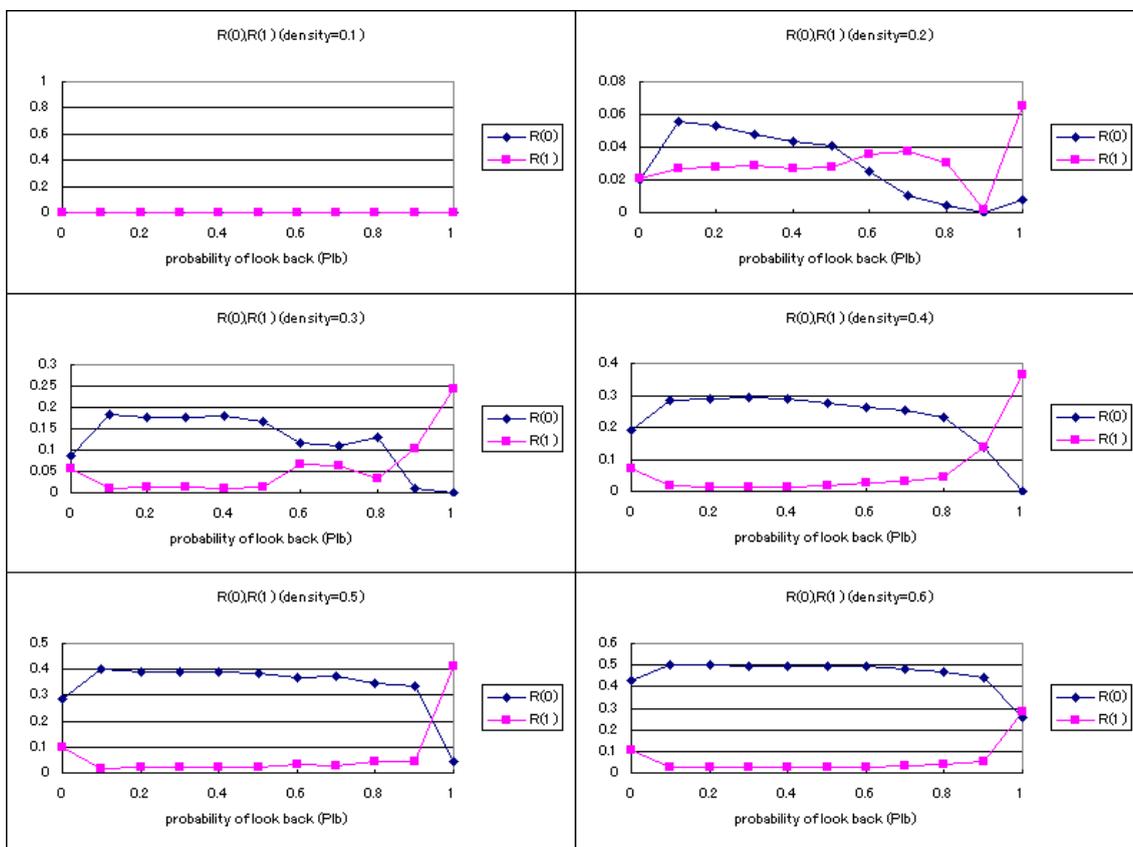


図 6-8 後方確認確率 P_{lb} と $R(0), R(1)$ の関係図。左上、右上、左中、右中、左下、右下の順に、密度は 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6 である。

密度 0.1 では P_{lb} の影響は $R(0), R(1)$ に対して全くない。

密度 0.2 ~ 0.6 は基本的な動きは、 $R(0)$ は P_{lb} が大きくなると値を小さくする。 $R(1)$ はその逆である⁵。

この結果により得られる知見は、まず後方確認確率が上がると、渋滞は緩和する方向に動く、ということである。

そこで、前回の P_{vd} と渋滞の関係に P_{lb} が入るとどう変化するかを考察する。まず各密度において P_{vd} と $R(0)$ の関係を P_{lb} を変化させて表示したグラフを示す。

⁵ 密度 0.2 が不規則な動きをしている。平均するデータ数が少ないためか、それとも本質的に不規則な動きをするのかの更なる分析が必要である。

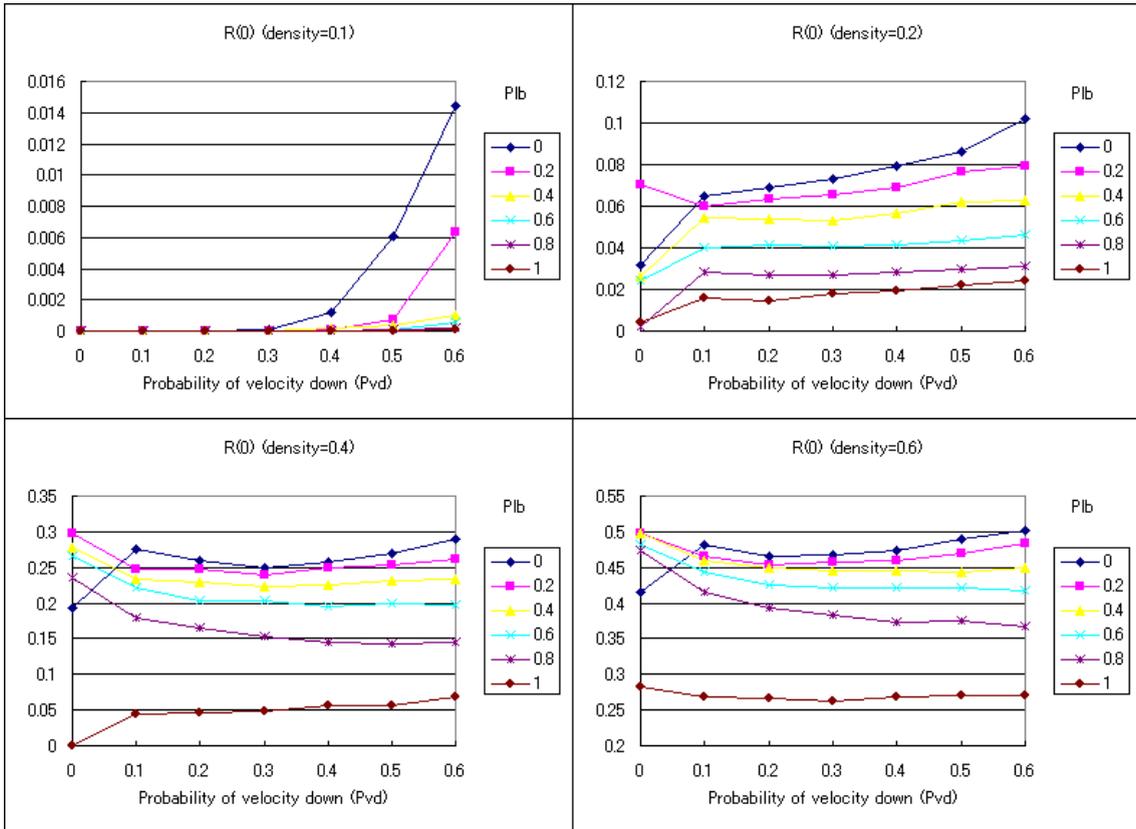


図 6-9 P_{ib} を変化させた時の、 P_{vd} と $R(0)$ の関係図。左上、右上、左下、右下の順に車の密度は 0.1, 0.2, 0.4, 0.6 である。1 つのグラフに、 $P_{ib}=0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0$ の 6 本の線が描かれている。

上図の横軸は P_{vd} で縦軸は $R(0)$ である。 P_{ib} を 0.0 ~ 1.0 まで 0.2 間隔で 6 本の線を書いている。

密度 0.1 は P_{vd} の考察で述べたように $P_{vd} = 0.3$ 付近を境にして渋滞でない状態と渋滞のある状態が分離している。 P_{ib} は渋滞のない状態では、全く変化を起こしていない。 $P_{vd} = 0.3$ 以上の渋滞の発生区間では、 P_{ib} の数が大きくなると渋滞は減る傾向を示す。

密度 0.2 ~ 0.6 は同じ特徴をもっている⁶。

$P_{vd} = 0.0$ 、 $P_{ib} = 0.0$ の点は、他の点とは明らかに違う特性を示している

$P_{ib} = 1.0$ は他の P_{ib} に比べ極端に、 $R(0)$ の値が小さい

P_{vd} が大きくなるほど、 P_{ib} の影響を受け渋滞が減っている。例えば、密度 0.6 の $P_{ib} = 0$ のラインは $P_{vd} = 0.3$ 以降は上昇しているが、 $P_{ib} = 0.8$ では上昇していないばかりか、下降している。

$P_{vd} = 0.0$ 、 $P_{ib} = 0.0$ の点は、他の点とは明らかに違う特性を示している、を分析する。

⁶密度 0.2 は、他とは違うグラフを表示している部分もある。これは、特徴の現れる過渡状態と理解して、同じ特徴と言っている。

この特別に渋滞が発生していない点は、 P_{vd} の考察で述べた揺らぎの全くない状態であるからである。揺らぎが全くない状態は、理想的に渋滞を発生させない状態である。この状態なのは、上図の点においては、 $P_{vd} = 0.0$ 、 $P_{lb} = 0.0$ の時だけである。 $P_{vd} = 1.0$ は計測範囲外であり、 $P_{lb} = 1.0$ は後方を確認する確率が100%であるだけで、実際に後方に車がいるか、いないかの確率性が残っている。

しかし、密度が増えると、 $P_{lb} = 1.0$ のときも確率的要素が入らなくなる。例えば、密度0.4では全セルの40%に車は配置されている。平均的な車の間隔は、1.5セルであり、後方確認のセル数が6セルであることから殆ど決定的であるということが出来る。

このことから、 $P_{lb} = 1.0$ は他の P_{lb} に比べ極端に、 $R(0)$ の値が小さい、の疑問も解決することが出来る。つまり、 $P_{lb} = 1.0$ も実質、揺らぎの全くない状態であると言えるからである。この揺らぎの全くない状態は、他の状態比べ渋滞が発生しにくいことは P_{vd} の考察において既に述べている。

そこで、確率的要素が入るところと、入らないところの境目を探してみることにする。密度0.4、 $P_{lb} = 0.0$ において、 $P_{vd} = 0.0 \sim 0.1$ までの間を詳細にプロットした図を下に示す。

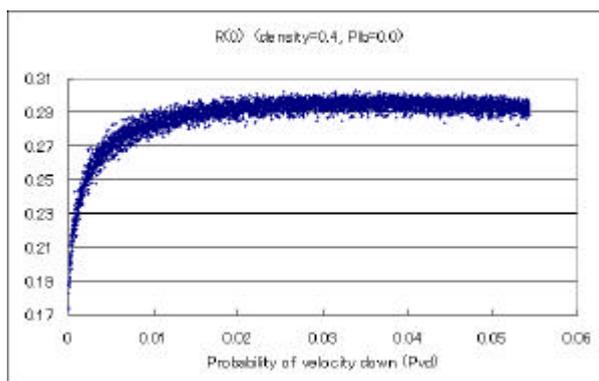


図 6-10 P_{vd} が微小の時の $R(0)$ との関係図

P_{vd} は、0.00001 間隔で計測している。これは、100 個のセルを 1000 回計算する間に 1 回のみ P_{vd} の確率が発生する、という計算で値を出している。つまり最小分解可能な数値である⁷。

この図から、 $P_{vd} = 0.0$ が特別ではないことが確認できる。また、 $R(0)$ の最大値は、 $P_{vd} = 0.03$ 付近で現れることも確認することができる。

次に P_{vd} が大きくなるほど、 P_{lb} の影響を受け渋滞が減っている、を分析する。この分析のために、密度 0.4 の $P_{vd} = 0.2$ の個所でグラフを縦に切り、分解してみることにする。

⁷ これは密度に依存しない、最小に分解できる数値である。密度 0.4 を考慮すると、0.000025 が最小に分解できる数値である。

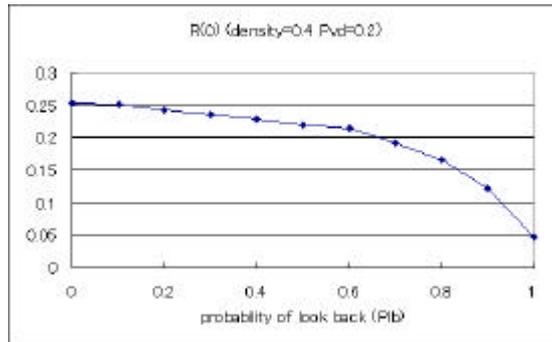


図 6-11 P_{lb} と $R(0)$ の関係図。車の密度 0.4、 $P_{vd}=0.2$ の時。

上の図は、密度 0.4 の $P_{vd} = 0.2$ の個所でグラフを縦に切りとったグラフである。 P_{lb} を増加すると、指数関数的に、 $R(0)$ の値が減少しているのが確認できる。

次に、上図の現象の時に、渋滞の個数、渋滞を抜けるのにかった時間、渋滞の長さ、平均速度がどうなっているかを以下の図で表示する。

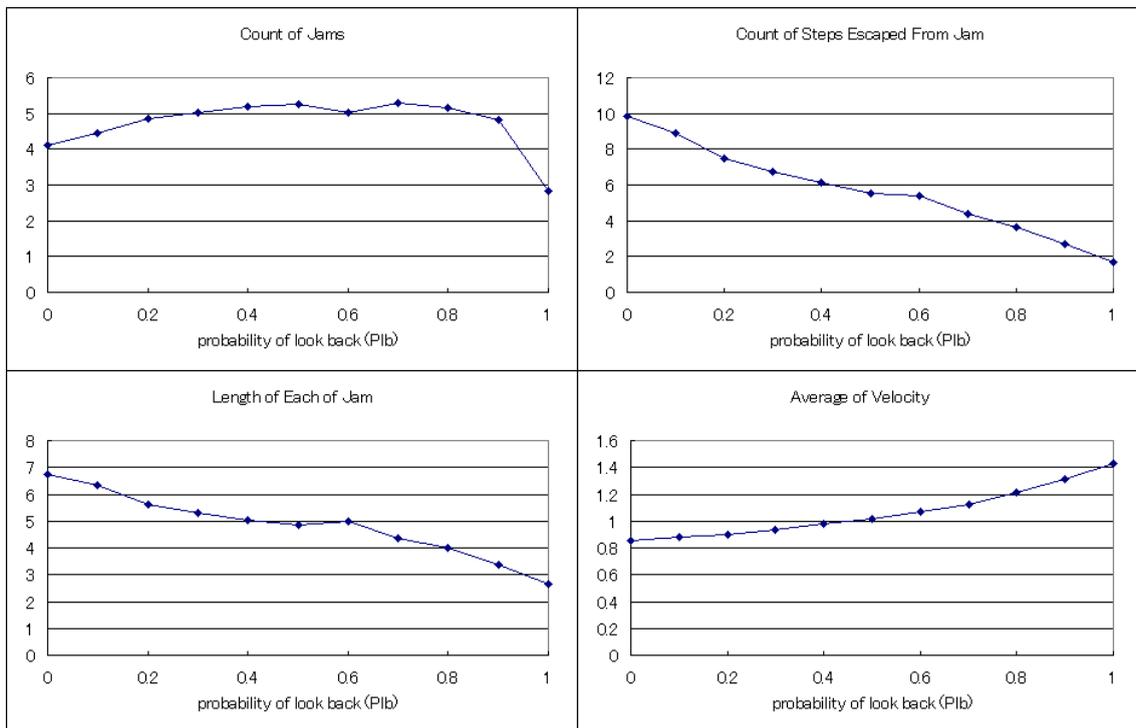


図 6-12 左上は、 P_{lb} と渋滞の個数の関係図。右上は、 P_{lb} と渋滞を抜けるのにかった時間の関係図。左下は、 P_{lb} と個々の渋滞の長さの関係図。右下は、 P_{lb} と平均速度の関係図。すべて車の密度 0.4、 $P_{vd}=0.2$ の時。

左上の図は渋滞の個数、右上は 1 つの渋滞を抜けるのにかった時間、左下は個々の渋滞の長さ、右下は平均速度である。

個々の渋滞の長さ、渋滞の数から、 $P_{lb} = 1.0$ 以外は、渋滞の数は少しずつ増えていて、個々の渋滞の長さが小さくなっていることが分かる。つまり、渋滞の分散化が起きている。 $P_{lb} = 1.0$ の時だけは、渋滞の長さの関係は同じなのだが、個数が激減している。これは、揺らぎの全くない状態である。揺らぎのない状態では渋滞は激減することは P_{vd} の考察においても説明した。また、渋滞を抜けるのにかかる時間、平均速度は、一定した関係を維持している。

この関係をシミュレーション画面で見たものが以下の図である。

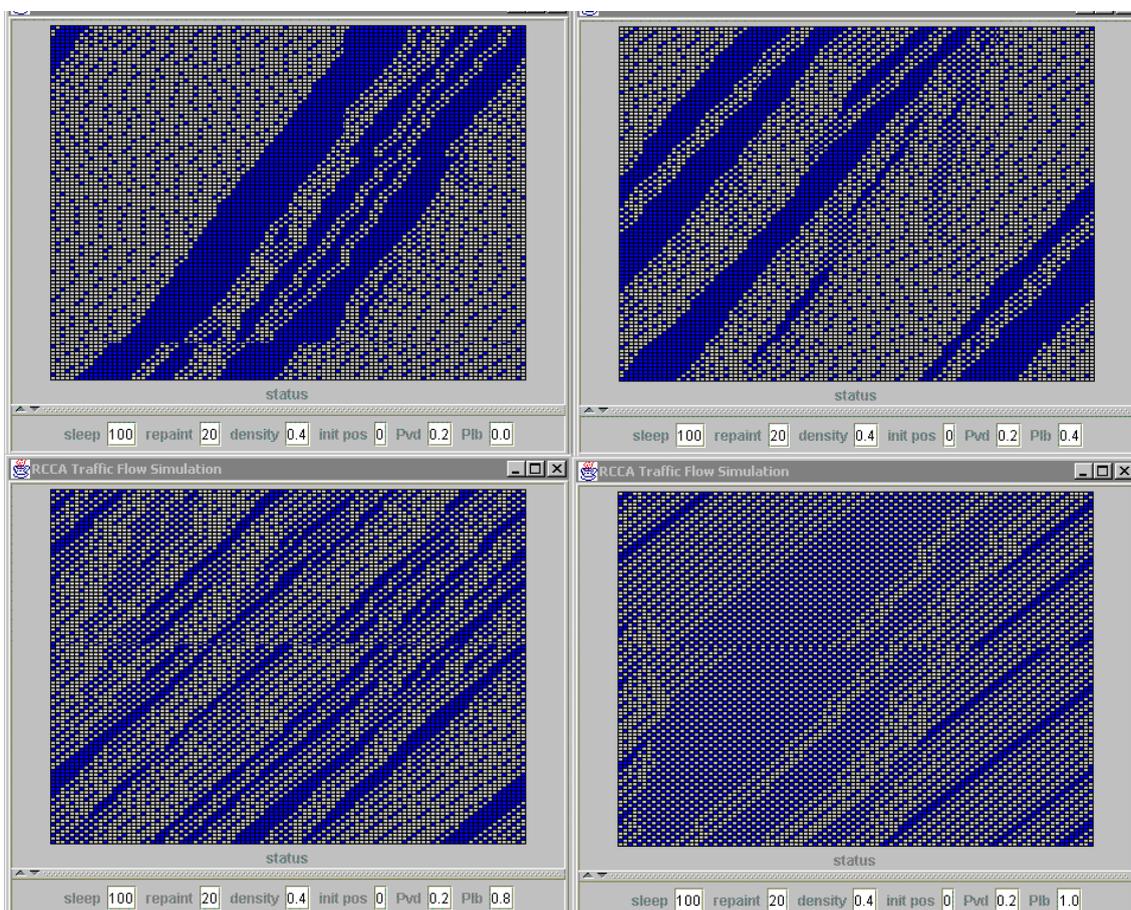


図 6-13 P_{lb} を変化させた時のシミュレーション上の違い。すべて車の密度は 0.4 で、左上、右上、左下、右下の順に、 P_{lb} は 0.0, 0.4, 0.8, 1.0 である

全て同じ密度 0.4、 $P_{vd} = 0.2$ であり、左上は $P_{lb} = 0.0$ 、右上は $P_{lb} = 0.4$ 、左下は $P_{lb} = 0.8$ 、右下は $P_{lb} = 1.0$ である。

渋滞が細くなっていることが一見して分かる。

第4節 後方確認するセル数の影響

ここでは、後方確認するセル数と渋滞の関係を明らかにする。前節の「後方確認確率 P_{lb} の影響」では、後方確認するセル数を6セルとしていた。つまり車の後ろ、6個のセルに車が居るか、居ないかがスピードアップの分かれ目になる。このセル数を変化させると渋滞にどのような影響が出るかを分析する。

ここで、モデルのルールを確認する。以下がこのモデルのルールである。

- 加速：車は最高速度 V_{max} になるまで1つの時間ステップで1つ速度を上げる
- 減速：前の車との車間距離が小さくなりすぎると、追突しないように減速する
- 揺らぎ：運転速度は揺らぎを持つ。確率 P_{vd} で速度0でなければ、速度を1つ下げる
- 走行：車は1つの時間ステップで速度分前方に移動する。
- 後方確認：確率 P_{lb} で後方6セルを確認し、もし車が居る、かつ最大速度でない場合、速度を一つ上げる

最後のルール、後方確認は、「後方確認」と「速度を上げる」という2つの要素が入っている。この分析のもう1つの目的は、この2つの要素を分離して、特に「後方確認」がどう渋滞に影響するかを明らかにすることである。

まず、図6-11の $P_{lb}=0.2$ の1点に焦点を絞り、そのパラメータで後方確認するセル数を0から10まで変化させた図を以下に示す。

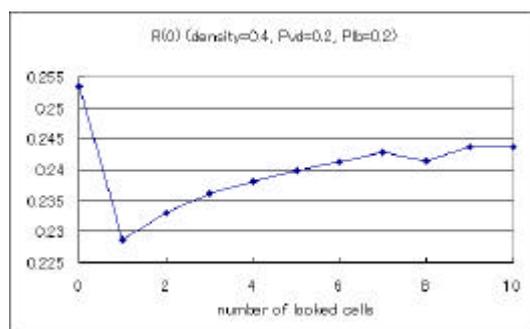


図6-14 後方確認するセル数と $R(0)$ の関係図

後方確認するセル数が0の時 ($P_{lb}=0.0$ と等価) は、これまでの考察で述べたように、速度0の割合(渋滞の割合)は大きい。セル数が1の時が最も渋滞が小さく、セル数が大きくなる毎に渋滞は大きくなり、9程度でその増加は止まる⁸。後方確認は1セルが最も渋滞

⁸ 後方確認のセル数が8の時に一時 $R(0)$ が下がるが、これはデータ収集を多くすることでその特徴が無くなると思っている。このデータの収集個数は、120個のデータを平均して、

を緩和させている。

なぜ、後方確認 1 セルが最も渋滞を緩和させるかを考察する。以下の図は、後方確認するセル数を変化させた時の、渋滞の数と個々の渋滞の長さの平均を図示したものである。

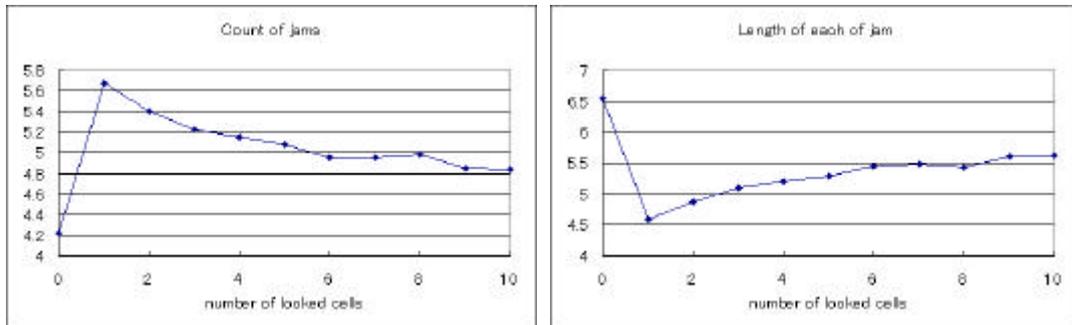


図 6-15 左は、後方確認するセル数と渋滞の個数の関係図。右は、後方確認するセル数と個々の渋滞の長さの関係図。

この図から、渋滞の個数が減り、長さが増えているので、渋滞の集中化が起きていると理解できる。

以下の図は、後方確認するセル数と平均速度を図示したものである。

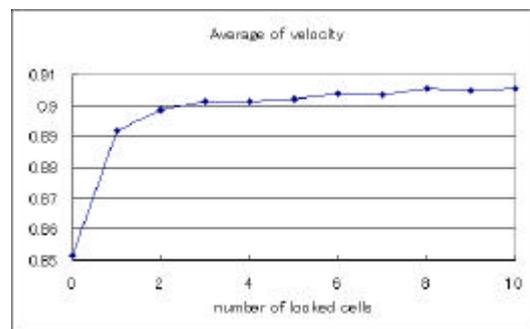


図 6-16 後方確認するセル数と平均速度の関係図。

平均速度は、後方確認セル数が増加すると、上がっている。

セル数が大きくなると、 $R(0)$ が上がり（渋滞が集中化）、平均速度も上がっている。これは、速度 0 以外の速度で走っている車の平均速度が大きくなってきていることを示している。つまり、後方確認するセル数が増加すると、渋滞の間（渋滞を抜けてから、次の渋滞に入るまで）をより早く通過していると言える。

そこで、車の速度が幾つの時に、 P_{1b} の確率発生によって速度を上げる操作が行われたの

1 つのグラフ上の点としている。

かを見してみる。以下の図が、 P_{lb} が発生した時の車の速度である。縦軸に後方確認するセル数、横軸に、 P_{lb} 発生時の速度の割合を示している。速度は 0-1、2-3、4 の 3 つに分けて表示している⁹。

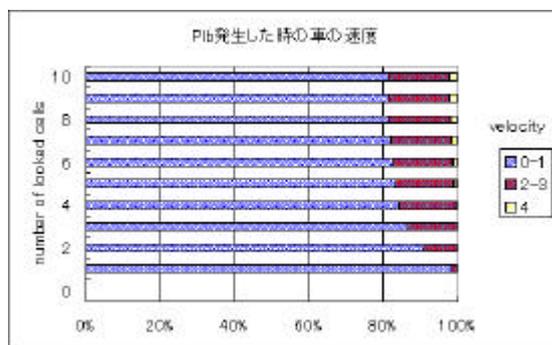


図 6-17 後方確認するセル数と P_{lb} 発生した時の車の速度との関係図。

この図から、多くの P_{lb} は速度 0-1 の時に発生している、また、後方確認するセル数が増えると、速度 2-3 の時に発生する割合が増えている事が分かる。この図から分かることは、後方確認セル数が大きくなると、高い速度で P_{lb} による速度増加が発生しやすくなる、ということである。

ここまで、渋滞の評価指標には $R(0)$ を使用してきたが、一般的には、渋滞の評価には、2 つ考えられる。1 つは、運転者の感覚に立った評価であり、2 つ目には車の流れを流量としてみた場合である。後方確認するセル数と渋滞の関係を見るときにも、この 2 つの評価方法の違いにより考察は変わってくる。

後方確認セル数が増えると、平均速度は上がる。つまり流量は増加するのだが、渋滞につかまっている時間は、長くなる。流量によって評価すれば、後方確認のセル数は、9 以上が最適であると判断できるが、運転者の感覚に評価がある場合、渋滞につかまっている時間が長い後方確認のセル数 9 は良くないという判断が可能である。

渋滞において、車の速度を上げる、という要素は、平均速度の増加、渋滞の集中化を結果としてもたらず。しかし、後方確認という要素が入ることにより、速度が低い時にのみ車の速度を上げるという結果を生み出す事が出来るようになる。これが、「後方確認」の意味である。

⁹ 速度 5 は最大速度なので、 P_{lb} による速度増加は発生しない。

第5節 各種パラメータと渋滞の関係のまとめ

ここでは、これまでに分析した、揺らぎの発生する確率 P_{vd} 、後方確認確率 P_{lb} 、後方確認するセル数の各種パラメータと渋滞の関係をまとめる。

まず、車の密度は、シミュレーション全体を通じて、0.1 と 0.2~0.6 に分割して考えることが出来た。以下の表ではそれぞれの密度において、 P_{vd} 、 P_{lb} と渋滞の関係をまとめたものである。また、ここでの渋滞とは $R(0)$ のことを言っている。

密度	P_{vd}		P_{lb}	P_{vd} と P_{lb}	後方確認するセル数			
	$P_{vd}=0.0 \sim 0.3$	$P_{vd}=0.3 \sim 0.6$			セル数	セル数	セル数	
0.1	関係はない	P_{vd} が増えると増える	関係はない	関係はない	関係はない			
0.2 - 0.6	$P_{vd}=0.0 \sim 0.1$	$P_{vd}=0.1 \sim 0.3$	$P_{vd}=0.3 \sim 0.6$	P_{lb} が増えると $R(0)$ は減る	P_{vd} が大きいほど、 P_{lb} の影響を受ける	セル数 0 最も渋滞は多い	セル数 1-9 セル数が増えると増える	セル数 9以上 セル数と無関係

表 6-3 P_{vd}, P_{lb} 後方確認するセル数と渋滞との関係

また、以下の3つの渋滞の移行過程が見つかった。

移行過程	内容	発生する時
渋滞の集中化	数が少なくなり、1つの渋滞の長さが長くなる	P_{vd} を 0.0 から 0.1 に上げる時 ($R(0)$ 増加、平均速度減少) 後方確認セル数を 1 から 9 に上げる時 ($R(0)$ 増加、平均速度増加)
渋滞の分散化	数が多くなり、1つの渋滞の長さが短くなる	P_{vd} を 0.1 から 0.3 に上げる時 ($R(0)$ 減少、平均速度減少) P_{vd} が 0 ではない状態で、 P_{lb} を 0 から 0.9 に上げる時 ($R(0)$ 減少、平均速度増加)
渋滞の数、長さの増加	数が多くなり、1つの渋滞の長さも長くなる。	P_{vd} を 0.3 以上に上げる時 ($R(0)$ 増加、平均速度減少)

表 6-4 渋滞の3つの移行過程

これら3つの渋滞移行過程は、交通流の評価として使用することは難しい。例えば、渋滞の分散化の場合でも、「 P_{vd} が0ではない状態で、 P_{lb} を0から0.9に上げる時」では、渋滞が解消する方向であるのに対し、「 P_{vd} を0.1から0.3に上げる時」は、平均速度が減少していることから、渋滞解消とは言うことが出来ない。これらの渋滞の移行過程は、渋滞の増える、または減る過程を、もう少し詳しく理解するためのものである。

揺らぎが殆どない状態は、理想的に渋滞が少ない状態である、という事は、シミュレーションを通じ、総じていえることであった。しかし、揺らぎの発生する確率 P_{vd} は、常に同じ最大速度ではない、ブレーキのオーバーアクション、常に同じ加速を行っていないの3点を表している[Nagel96]。つまり、本シミュレーションではパラメータとして扱ったが、ある程度、固定された値を使用するものである。 P_{vd} は、人が意識的に変更しにくい値である。同様に、後方確認する確率 $P_{lb}=1.0$ も現実的ではない値である。しかし、人が実行出来るといった点において不十分さが否めないが、揺らぎが殆どない状態は、理想的に渋滞が少ない状態である、といった事実は間違いない。

また、 P_{lb} の確率を上げると、渋滞は起きにくい、という特徴もシミュレーション全体を通していえる事である。 $P_{lb}=1.0$ は現実的ではない数値としても、出来る限り P_{lb} を上げることが渋滞を減らす作用を作ることは間違いない。

第7章 結論

セルオートマトン交通流モデルとして、後方確認を考慮した交通流モデルを提案した。このモデルの有効性を、実測データとの比較により確認し、揺らぎの発生する確率 P_{vd} 、後方確認確率 P_{lb} 、後方確認するセル数のそれぞれの数値を変化させ、渋滞の関係を明らかにした。ここでの渋滞とは、全てのセルに対する速度 0 の車の割合 $R(0)$ (速度割合の計算方法については、5章 シミュレーション方法を参照) のことをいう。また、揺らぎの発生する確率 P_{vd} は、常に同じ最大速度ではない、ブレーキのオーバーアクション、常に同じ加速を行っていないの3点を表している[Nagel96]。

概して言えば、渋滞は、 P_{vd} が増えると増え、 P_{lb} が増えると減る、後方確認するセル数が増えると、増える傾向を示した。但し、 P_{vd} については、単純なリニアな関係でなく、 P_{vd} を増加させると、渋滞は増えて、一度減り、また増えだすといった関係があった。

揺らぎの発生する確率 P_{vd} 、後方確認確率 P_{lb} 、後方確認するセル数のパラメータ変更によるシミュレーションによって導き出された、渋滞を起こしにくい運転の仕方は、以下である。

1. 揺らぎを起こさない運転 ($P_{vd}=0.0$)
2. 後方確認を常にする ($P_{lb}=1.0$)
3. 後方確認する距離は、すぐ後ろのみ (後方確認するセル数=1)

しかし、 $P_{vd}=0.0$ 、 $P_{lb}=1.0$ は現実的には難しい数値である。それを考慮した知見は以下である。

1. 揺らぎの発生する確率は 30%程度が望ましい ($P_{vd}=0.3$)
2. 後方確認は出来るだけする (P_{lb} は大きいほど良い)
3. 後方確認する距離は、すぐ後ろのみ (後方確認するセル数=1)

これらの知見の、もう少し分かり易くした言い方は、次章の議論で記述する。この章で記述しない理由は、シミュレーション結果を運転者の行動に反映するための研究が不十分だからである。

第8章 議論

この章では、本シミュレーションのみからでは明らかに出来ない部分を明示する。また今後の交通流解析において必要なことを提示する。

まず、前章の結論にて述べた渋滞を減らす運転方法についての補足を行う。なぜ、この章で補足を行うかかというと、シミュレーションの結果から運転者の行動に直接結びつけるための根拠を持っていないからである。

結論の章にて、以下の知見を記述した。

1. 揺らぎの発生する確率は 30%程度が望ましい ($P_{vd}=0.3$)
2. 後方確認は出来るだけする (P_{fb} は大きいほど良い)
3. 後方確認する距離は、すぐ後ろのみ (後方確認するセル数=1)

この3つの知見を車の運転に照らし合わせると、以下のようになるであろう¹⁰。

運転者は、あまり大きく加速しすぎない(1)で運転する。しかし、もしもすぐ後ろに車が居るならば、大きく加速したほうが良い(2,3)。(1,2,3 は対応する知見の番号を示す)

しかし、これらの評価は、渋滞の評価が変わることにより、変わってしまう。今までの渋滞の評価は、全てのセルに対する速度 0 の車の割合 $R(0)$ を使用していた。しかし例えば、渋滞を物流の不効率さと考え、経済の視点で解析することも考えられる。この場合は、渋滞の評価には、流量、つまり平均速度を使用するのが望ましいであろう。そこで、平均速度を渋滞評価とした時にどのように評価が変わるかを次の表でまとめる。

¹⁰ この解釈の仕方は、個人的な経験に基づいている。さらに研究、議論が必要な部分である。

パラメータ	R(0)で評価	平均速度で評価
P_{vd} を 0~0.6 に上げる	$P_{vd}=0.0\sim0.1$ までは渋滞はひどくなる。 $P_{vd}=0.1\sim0.3$ までは渋滞は緩和する。 $P_{vd}=0.3$ 以降は渋滞はひどくなる	渋滞はひどくなる
P_{lb} を 0~1.0 に上げる	渋滞は緩和する	同左
後方確認するセル数	渋滞はひどくなる	渋滞は緩和する

表 8-1 渋滞の評価を R(0)とした時と、平均速度としたときの違い。

表からも明らかのように、まったく反対の結果を示すことがある。このように渋滞の定義は難しく、何のために渋滞を解析したいのか、という目的の明確化が重要である。

さらに、車の密度について、密度は、0.1 と 0.2 ~0.6 に分離して扱うことが出来た。恐らく、密度 0.1 は、本質的に渋滞が起こらない状態であり、0.2 ~0.6 は、渋滞が起こる状態ということが出来るであろう。この密度と渋滞の関係を、もっと明らかにする必要がある。

謝辞

本研究をご指導して頂きました、北陸先端科学技術大学院大学 知識科学研究科 橋本敬助教授にお礼を申し上げます。ありがとうございました。

参考文献

- [**Biham 92**] Biham, O., Middleton, A. and Levine, D. : Phys. Rev. A, Vol. 46, p. R6124 (1992).
- [**Cremer 86**] Cremer, M. and Ludwig, J. : Math. Comput. Sim., Vol. 28, p. 297 (1986)
- [**Gerlough 56**] Gerlough, D. L. : Proc. 35th Annual Meeting, edited by Burggrat, F. and Ward, E. M., p. 543, Highway Research Board, Wasington, DC (1956)
- [**JH**] 日本道路公団ホームページ <http://www.japan-highway.go.jp/>
- [**Lighthill 55**] Lighthill, M. J. and Whitham, G. B. : Proc. R. Soc. London Ser. A, Vol. 229, pp. 281 (1995)
- [**Matsui, Fujita97**] 松井寛, 藤田素弘: 土木学会論文集 No.569 P.65-74 (1997)
- [**Nagel 92**] Nagel, K. and Schrechenberg, M. : J. Phys. (France) I, Vol. 2, p. 2221 (1992)
- [**Nagel 96**] Nagel, K. : Phys. Rev. E, Vol. 52, P.4655-4672 (1996)
- [**Rickert 96**] Rickert, M. and Wagner, P. : Int. J. Mod. Phys. C, Vol. 7, p.133 (1996)
- [**只木 2000**] 只木 進一, 菊地 誠, 杉山 雄規, 湯川 諭, 交通流の科学, 日本物理学会誌 Vol. 55, No. 3 (2000)
- [**森下, 板垣 2000**] 森下 信, 板垣 靖, 交通流をモデル化する, Bit Vol.32 No.1 January 2000 p. 61-64 (2000)