

# 四訂水谷研究室物理数学基礎知識例題

(第2回；ベクトル解析)

1. 
$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \phi &= \text{grad } \phi \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{A} &= \text{div } \vec{A} \\ \vec{\nabla} \times \vec{A} &= \text{rot } \vec{A} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \phi &= \Delta \phi \text{ (Laplacian)} = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \phi\end{aligned}$$

2. ガウスの定理を述べよ。

3. ストークスの定理を述べよ。

4. 
$$\vec{\nabla} = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) ; \text{nabla}$$

5.  $\text{rot } \vec{A}$  を書き下せ。

6. 
$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} (\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C} (\vec{A} \cdot \vec{B})$$

7. 
$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{C}) = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{C}) - (\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}) \vec{C}$$

8.  $\Delta u$  は球面座標系  $(r, \theta, \phi)$  では

$$\Delta u = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left[ \sin \theta \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2} \right]$$

となる。

9.  $\Delta u$  は円筒座標系  $(r, \theta, z)$  では

$$\Delta u = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

となる。

10.  $\text{rot } \vec{A}$ ,  $\text{div } \vec{A}$ ,  $\text{grad } \phi$  の物理的意味を述べよ。