第4章における記述の誤りについて

浅野 文彦

March 30, 2011

以下の学術論文の記述（第 4 章）に誤りが二箇所見付かりましたので，ここにお詫びして訂正文を公開させていただきます.

浅野文彦：“伸縮脚を用いた衝突姿勢の非対称化に基づく高速動的歩容生成”，日本ロボット学会誌，Vol. 29, No. 1，pp. pp. 99–110，2011.

なお，誤りはいずれも数式の記述に関するもので，数値解析結果に誤りはありません.

1　衝突方程式のヤコビアンについて

p. 105 の衝突方程式に関する記述に誤りがありました．正しい説明は以下の通りです.

Leg 2 の先端位置が床面上にあるという条件は，$\dot{x}_2^+ = 0$ および $\dot{z}_2^+ = 0$ で表されます．また，両脚の伸縮部が機械的にロックされているという条件は，$\dot{b}_1^+ = 0$ および $\dot{b}_2^+ = 0$ で表されます．更に股関節も機械的にロックされているという条件は，$\dot{\theta}_1^+ - \dot{\theta}_2^+ = 0$ で表されます．論文中では,「これらより両脚の長さ $l_1 := a + b_1$，$l_2 := a + b_2$ は衝突時に定数として扱われる」と述べ，この条件の下で式（30）（31）より次の二式（32）（33）:

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_1^+ + l_1\dot{\theta}_1^+ \cos\theta_1 &= \dot{x}_2^+ + l_2\dot{\theta}_2^+ \cos\theta_2 \\
\dot{z}_1^+ - l_1\dot{\theta}_1^+ \sin\theta_1 &= \dot{z}_2^+ - l_2\dot{\theta}_2^+ \sin\theta_2
\end{aligned}
$$

が導かれると説明しています．しかしながら，これに従えばヤコビアン $\boldsymbol{J}_I(\boldsymbol{q}) \in \mathbb{R}^{7\times 8}$ は上述の拘束条件式をまとめて次のように決定されるはずです.

$$
\boldsymbol{J}_I(\boldsymbol{q}) = \begin{bmatrix}
1 & 0 & l_1\cos\theta_1 & 0 & -1 & 0 & -l_2\cos\theta_2 & 0 \\
0 & 1 & -l_1\sin\theta_1 & 0 & 0 & -1 & l_2\sin\theta_2 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0
\end{bmatrix}
$$

ところが論文中では，次のヤコビアンが式（35）として次のように示されています.

$$
\boldsymbol{J}_I(\boldsymbol{q}) = \begin{bmatrix}
1 & 0 & l_1\cos\theta_1 & \sin\theta_1 & -1 & 0 & -l_2\cos\theta_2 & -\sin\theta_2 \\
0 & 1 & -l_1\sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 & -1 & l_2\sin\theta_2 & -\cos\theta_2 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0
\end{bmatrix}
$$

これは l_1 と l_2 を定数として扱わない場合のヤコビアンに相当します．つまり b_1 と b_2 の速度がゼロでないとして式（30）（31）の微分計算をを実行すると，式（32）（33）ではなく次の二式が導かれます.

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_1^+ + l_1\dot{\theta}_1^+ \cos\theta_1 + \dot{b}_1\sin\theta_1 &= \dot{x}_2^+ + l_2\dot{\theta}_2^+ \cos\theta_2 + \dot{b}_2\sin\theta_2 \\
\dot{z}_1^+ - l_1\dot{\theta}_1^+ \sin\theta_1 + \dot{b}_1\cos\theta_1 &= \dot{z}_2^+ - l_2\dot{\theta}_2^+ \sin\theta_2 + \dot{b}_2\cos\theta_2
\end{aligned}
$$

論文中では，こちらの条件式から導かれるものを示してしまいました．読者の方々にはご迷惑をお掛けしまして申し訳ありませんでした．なお，いずれのヤコビアンを用いて式（26）（27）を解いても，衝突直後の速度ベクトルが同一の式として次のように得られます．

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{q}}^{+} &= \boldsymbol{Y}_I(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}}^{-}\\ \boldsymbol{Y}_I(\boldsymbol{q}) &= \boldsymbol{I}_8 - \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})^{-1}\boldsymbol{J}_I(\boldsymbol{q})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_I(\boldsymbol{q})^{-1}\boldsymbol{J}_I(\boldsymbol{q})\\ \boldsymbol{X}_I(\boldsymbol{q}) &= \boldsymbol{J}_I(\boldsymbol{q})\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})^{-1}\boldsymbol{J}_I(\boldsymbol{q})^{\mathrm{T}}\end{aligned}$$

この行列 $\boldsymbol{Y}_I(\boldsymbol{q}) \in \mathbb{R}^{8\times 8}$ が同一のものとして得られます．

話が逸れますが，$\dot{x}_2^{+} = \dot{z}_2^{+} = 0$ の条件が第 3 行と第 4 行に含まれているため，第 1 行と第 2 行を次のように書き換えても良いはずです．

$$\boldsymbol{J}_I(\boldsymbol{q}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & l_1\cos\theta_1 & 0 & 0 & 0 & -l_2\cos\theta_2 & 0\\ 0 & 1 & -l_1\sin\theta_1 & 0 & 0 & 0 & l_2\sin\theta_2 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

実際にこのヤコビアンを用いて $\dot{\boldsymbol{q}}^{+}$ を計算すると，先の二つの場合と同一のもの（同一の $\boldsymbol{Y}_I(\boldsymbol{q})$）が導かれます．これらの例から分かるように，衝突方程式のヤコビアンは一意ではありません．ただし,「冗長な拘束条件式を加えても計算結果に影響を与えない」という意味で一意でないという意味ですので注意してください．

2　出力追従制御に関する計算式について

p. 105 右段で出力ベクトル $\boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^3$ の 2 階微分が次のように表されると説明されています．

$$\begin{aligned}\ddot{\boldsymbol{y}} &= \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\ddot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{u} + \boldsymbol{B}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\\ \boldsymbol{A}(\boldsymbol{q}) &= \boldsymbol{S}\left(\boldsymbol{I}_8 - \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})^{-1}\boldsymbol{J}(\boldsymbol{q})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}(\boldsymbol{q})^{-1}\boldsymbol{J}(\boldsymbol{q})\right)\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{S}\\ \boldsymbol{B}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) &= -\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})^{-1}\boldsymbol{h}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) + \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})^{-1}\boldsymbol{J}(\boldsymbol{q})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}(\boldsymbol{q})^{-1}\left(\boldsymbol{J}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})^{-1}\boldsymbol{h}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) - \dot{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}}\right)\end{aligned}$$

この $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{q})$（式（38）右辺）の最初の $\boldsymbol{S}$ 行列に転置記号が抜けておりました．正しくは次の通りでした．

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{I}_8 - \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})^{-1}\boldsymbol{J}(\boldsymbol{q})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}(\boldsymbol{q})^{-1}\boldsymbol{J}(\boldsymbol{q})\right)\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})^{-1}\boldsymbol{S}$$

一方，ラグランジュ未定乗数ベクトルを消去した運動方程式が，先に p. 104 右段において，式（19）（20）（21）として次のように導かれています．

$$\begin{aligned}\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} &= \boldsymbol{Y}(\boldsymbol{q})\left(\boldsymbol{S}\boldsymbol{u} - \boldsymbol{h}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\right) - \boldsymbol{J}(\boldsymbol{q})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}(\boldsymbol{q})^{-1}\dot{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}}\\ \boldsymbol{Y}(\boldsymbol{q}) &= \boldsymbol{I}_8 - \boldsymbol{J}(\boldsymbol{q})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}(\boldsymbol{q})^{-1}\boldsymbol{J}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})^{-1}\\ \boldsymbol{X}(\boldsymbol{q}) &= \boldsymbol{J}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})^{-1}\boldsymbol{J}(\boldsymbol{q})^{\mathrm{T}}\end{aligned}$$

これらを用いれば，先の $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{q})$ と $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})$ を

$$\begin{aligned}\boldsymbol{A}(\boldsymbol{q}) &= \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})^{-1}\boldsymbol{Y}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{S}\\ \boldsymbol{B}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) &= -\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})^{-1}\left(\boldsymbol{Y}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{h}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) + \boldsymbol{J}(\boldsymbol{q})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}(\boldsymbol{q})^{-1}\dot{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}}\right)\end{aligned}$$

という，より明快な式に表現し直すことが可能です．導出した式（19）（20）（21）を利用せずに敢えて複雑な式（38）（39）を示したことは，その数学的意味が正しくても得策と言えるものではなかったように思います．