

能動膝関節と半円足を持つリムレスホイールの平地動歩行 Level Dynamic Walking of Rimless Wheel with Active Knees and Semicircular Feet

浅野 文彦 (北陸先端科学技術大学院大学)
大島 正嵩 (北陸先端科学技術大学院大学)

Fumihiko ASANO, Japan Advanced Institute of Science and Technology, fasano@jaist.ac.jp

Masataka OHSHIMA, Japan Advanced Institute of Science and Technology, ohshima_09@jaist.ac.jp

Abstract— The authors clarified that the measurable period of double-limb support (DLS) motion emerges in passive dynamic walking of a viscoelastic-legged rimless wheel (RW) through experiments and numerical simulations. This paper then defines the conditions for transition to DLS motion and discusses the potentiality for the emergence of DLS in limit cycle walking with knees. We numerically show that the measurable period of DLS emerges during the phase after impact where the knee joints are free.

Key Words: Limit cycle walking, Rimless wheel, Knee joint, Double-limb support

1. はじめに

McGeer の受動歩行 [1][2] をはじめとして、リミットサイクル型歩行ロボットの衝突モデルは「後脚は前脚の接地と同時に速やかに床面から離れる」という仮定の下で導かれるのが一般的であった。この非弾性衝突モデルの妥当性は、コンパス型歩行器とこれに膝関節を付加したものについて、1990年の段階で McGeer により理論と実験の両面から確認されている。また、後続研究においても理論的に再考されることは無く、これまで有効なモデルとして用いられてきた。結果として、リミットサイクル型歩容の連続時間運動は常に単脚支持状態 (Single-limb support; 以下 SLS) であり、これに瞬間的な両脚支持状態 (Double-limb support; 以下 DLS) が加わることで成立する周期運動であると広く認識されるようになった。

これに対して筆者らは、粘弾性脚を持つ Rimless wheel (以下 RW) の受動歩行において衝突直後から DLS が発現することを数値シミュレーションと実験の両面から確認した [3]。解析を通して、脚フレームが直動関節を持つ場合には、McGeer のモデルは妥当でないという一つの具体例を示した。しかしながら、その数学モデルは実験で観測された「前脚が床面に衝突しても後脚が離陸しない」という事実を直感的に適用したレベルのものであり、脚の粘性係数が大きい場合には正しく機能しない可能性も示唆された。

以上を踏まえ本稿では、以下の二つの問題を考察する。

- (1) 運動が DLS/SLS に移行する数学的条件の定式化
- (2) 直動脚でない (膝関節を持つ) 歩行モデルにおける DLS の発現可能性

問題 (2) を考察するために、能動膝関節を持つ RW のモデルを解析の対象として導入する。その衝突方程式の力学的意味を再考し、未定乗数ベクトルの各成分の符号を確認することで、前脚の接地から DLS/SLS への移行の判定が行えることを説明する。また、導かれた判定条件に従うことで、DLS を含む平地歩行の数値シミュレーションが可能となることを示す。

2. モデリング

2.1 仕様

本稿では図 1 に示す歩行モデルを扱う。以下の仮定をおく。

- 回転関節を持つ 8 本の脚リンクから構成される対称形状である。
- 膝関節より下 (下腿) のリンクの質量を m [kg] とする。半円足の質量もこれに含まれる。
- 本体の質量を m_H [kg] とする。重心回りの慣性モーメントは考慮しない。
- 隣り合う脚フレーム間の相対角度を $\alpha = \pi/4$ [rad] とする。
- 両脚支持状態における前脚を Leg 1, 後脚を Leg 2 と呼ぶ。
- Leg 1 の先端位置 (半円足の取り付け位置) を (x, z) とする。
- Leg 1 の絶対角度を θ_1 , 膝関節の相対角度を θ_2 , Leg 2 の膝関節の相対角度を θ_3 とする。時計回りを正回転とする。
- Leg i の膝関節には回転駆動力 u_i を印加できるものとする。他の 6 脚の膝関節は角度 β [rad] に固定され、運動しないものとする。

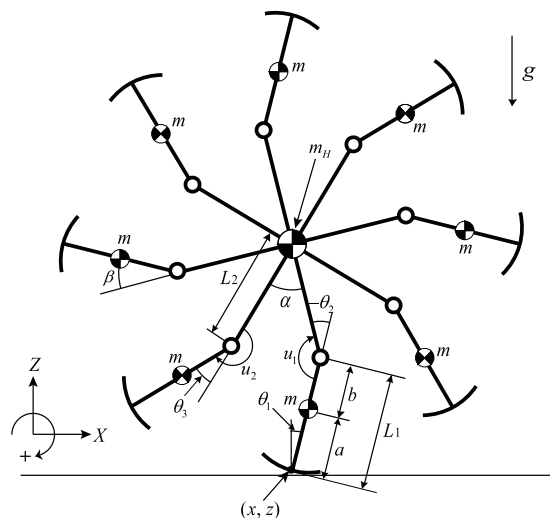


Fig. 1 Model of planar rimless wheel with active knees and semi-circular feet

2.2 運動方程式

一般化座標ベクトルを $q^T = [x \ z \ \theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]$ とすると、ロボットの運動方程式は

$$M(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) = Su + J(q)^T \lambda \quad (1)$$

$$J(q)\dot{q} = 0 \quad (2)$$

で与えられる。式 (1) の右辺第一項は膝関節トルクベクトルであり、

$$Su = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

である。また、右辺第二項は床面と足裏の間に作用するホロノミック拘束力項であり、式 (3) はその速度拘束条件式である。式 (1)(2) より未定乗数ベクトル λ を消去すると、次のように整理される。

$$M(q)\ddot{q} = Y(q)(Su - h(q, \dot{q})) - J(q)^T X(q)^{-1} J(q, \dot{q})\dot{q} \quad (4)$$

$$Y(q) := I_5 - J(q)^T X(q)^{-1} J(q) M(q)^{-1} \quad (5)$$

2.3 拘束条件の遷移

結果を先に述べれば、生成される DLS を含む歩行運動は次の三つの相から構成される。

- 衝突相 (Leg 1 と床面との衝突)
- 両脚支持期 (1 自由度)
- 単脚支持期 (3 自由度)

各相において、式 (1) のヤコビアン $J(q)$ を以下に述べるそれに切り換える。

2.3.1 両脚支持期

次の二条件：

- (C1) Leg 1 の足裏が床面に対して滑らず転がりながら接している
(C2) Leg 2 の足裏が床面に対して滑らず転がりながら接している

から四つの速度拘束条件式が導かれ、これらをまとめるとヤコビアンが

$$J_{DLS}(q) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & R \cos \theta_1 - R & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -R \sin \theta_1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & J_{33} & J_{34} & J_{35} \\ 0 & 1 & J_{43} & J_{44} & J_{45} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$J_{33} = L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) - L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \alpha) - (L_1 - R) \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \alpha) - R$$

$$J_{34} = L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) - L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \alpha) - (L_1 - R) \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \alpha) - R$$

$$J_{35} = -(L_1 - R) \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \alpha) - R$$

$$J_{43} = -L_1 \sin \theta_1 - L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \alpha) + (L_1 - R) \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \alpha)$$

$$J_{44} = L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \alpha) + (L_1 - R) \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \alpha)$$

$$J_{45} = (L_1 - R) \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \alpha)$$

と求まる。この相では、5 自由度のシステムに 4 つの拘束が加わっているため、実質的に 1 自由度の運動となる。式 (1) のヤコビアンを各行ごとに

$$J_{DLS}(q) = \begin{bmatrix} J_1(q) \\ J_2(q) \\ J_3(q) \\ J_4(q) \end{bmatrix} \quad (7)$$

と定義するとき、ホロノミック拘束力は

$$J_{DLS}(q)^T \lambda = J_1(q)^T \lambda_1 + J_2(q)^T \lambda_2 + J_3(q)^T \lambda_3 + J_4(q)^T \lambda_4 \quad (8)$$

と分解される。 J_1, J_2 は (C1) の拘束条件に、 J_3, J_4 は (C2) のそれに対応するものである。Leg 1 の脚先に作用する拘束力の鉛直方向成分 λ_2 は床反力に等しく、Leg 2 のそれは λ_4 となる。Leg 2 が床面から浮上する瞬間は、 λ_4 の符号を観測することで検知することができる。 $\lambda_2 \geq 0$ かつ $\lambda_4 \geq 0$ であることは DLS の必要条件である。

2.3.2 単脚支持期

ここでは条件 (C1) のみが作用するため、ヤコビアンは

$$J_{SLS}(q) = \begin{bmatrix} J_1(q) \\ J_2(q) \end{bmatrix} \quad (9)$$

となる。

2.4 衝突方程式

非弾性衝突モデルを解く前に衝突直前の状態量 q^-, \dot{q}^- を、Leg 1 と Leg 2 を次のそれへと置き換えた $q^\dagger, \dot{q}^\dagger$ に修正する必要がある。具体的には以下のように定まる。

$$q^\dagger = \begin{bmatrix} x^\dagger \\ z^\dagger \\ \theta_1^- + \theta_2^- - \alpha + \beta \\ -\beta \\ -\theta_2^- \end{bmatrix}, \quad \dot{q}^\dagger = \begin{bmatrix} \dot{x}^\dagger \\ \dot{z}^\dagger \\ \dot{\theta}_1^- + \dot{\theta}_2^- \\ 0 \\ -\dot{\theta}_2^- \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$x^\dagger = x^- + L_1 \sin \theta_1^- + L_2 \sin(\theta_1^- + \theta_2^-) - L_2 \sin(\theta_1^- + \theta_2^- - \alpha) - L_1 \sin(\theta_1^- + \theta_2^- - \alpha + \beta)$$

$$z^\dagger = z^- + L_1 \cos \theta_1^- + L_2 \cos(\theta_1^- + \theta_2^-) - L_2 \cos(\theta_1^- + \theta_2^- - \alpha) - L_1 \cos(\theta_1^- + \theta_2^- - \alpha + \beta)$$

$$\dot{x}^\dagger = \dot{x}^- + L_1 \cos \theta_1^- \dot{\theta}_1^- + L_2 \cos(\theta_1^- + \theta_2^-) (\dot{\theta}_1^- + \dot{\theta}_2^-) - L_2 \cos(\theta_1^- + \theta_2^- - \alpha) (\dot{\theta}_1^- + \dot{\theta}_2^-)$$

$$- L_1 \cos(\theta_1^- + \theta_2^- - \alpha + \beta) (\dot{\theta}_1^- + \dot{\theta}_2^-)$$

$$\dot{z}^\dagger = \dot{z}^- - L_1 \sin \theta_1^- \dot{\theta}_1^- - L_2 \sin(\theta_1^- + \theta_2^-) (\dot{\theta}_1^- + \dot{\theta}_2^-) + L_2 \sin(\theta_1^- + \theta_2^- - \alpha) (\dot{\theta}_1^- + \dot{\theta}_2^-)$$

$$+ L_1 \sin(\theta_1^- + \theta_2^- - \alpha + \beta) (\dot{\theta}_1^- + \dot{\theta}_2^-)$$

これより衝突直前の状態量は $q^\dagger, \dot{q}^\dagger$ 、衝突直後のそれは q^+, \dot{q}^+ となる。

前脚が床面に衝突する際に両脚先が床面から受ける力を f とすると、運動方程式は

$$M(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) = Su + J_I(q)^T f \quad (11)$$

となる．時刻 $t = T_0$ [s] で衝突が起きたとすると，式 (11) の左辺の時間積分は

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \int_{T_0 - \frac{\varepsilon}{2}}^{T_0 + \frac{\varepsilon}{2}} (M(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q})) dt = M(q^\dagger) (\dot{q}^+ - \dot{q}^\dagger) \quad (12)$$

となる．右辺の時間積分は，制御入力 f が有界であることを考慮すると

$$\begin{aligned} \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \int_{T_0 - \frac{\varepsilon}{2}}^{T_0 + \frac{\varepsilon}{2}} (Su + J_I(q)^T f) dt &= \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \int_{T_0 - \frac{\varepsilon}{2}}^{T_0 + \frac{\varepsilon}{2}} J_I(q)^T f dt \\ &= J_I(q^\dagger)^T \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \int_{T_0 - \frac{\varepsilon}{2}}^{T_0 + \frac{\varepsilon}{2}} f dt = J_I(q^\dagger)^T \lambda_I \end{aligned} \quad (13)$$

となる．以上より衝突方程式は

$$M(q^\dagger)\dot{q}^+ = M(q^\dagger)\dot{q}^\dagger + J_I(q^\dagger)^T \lambda_I \quad (14)$$

$$J_I(q^\dagger)\dot{q}^+ = 0 \quad (15)$$

とまとめられ，これを解くことで衝突直後の速度ベクトルが

$$\dot{q}^+ = (I_5 - M(q^\dagger)^{-1} J_I(q^\dagger)^T X_I(q^\dagger)^{-1} J_I(q^\dagger)) \dot{q}^\dagger \quad (16)$$

$$X_I(q^\dagger) := J_I(q^\dagger) M(q^\dagger)^{-1} J_I(q^\dagger)^T \quad (17)$$

と求まる． $J_I(q)$ は以下の手順に従って選択される．

- (A1) 衝突方程式 (11) における $J_I(q)$ を $J_{DLS}(q)$ として $\lambda_I \in \mathbb{R}^4$ を計算する．
- (A2) λ_I を $\lambda_I = [\lambda_{I1} \ \lambda_{I2} \ \lambda_{I3} \ \lambda_{I4}]^T$ と分解すると，DLS に移行するためには $\lambda_{I2} > 0$ かつ $\lambda_{I4} > 0$ であることが必要である．ここで $\lambda_{I2} > 0$ は自明であるので，実際には λ_{I4} の符号のみを確認すれば良い．
- (A3) $\lambda_{I4} < 0$ であれば DLS に移行しないので， $J_I(q)$ を $J_{SLS}(q)$ として \dot{q}^+ を計算する．
- (A4) $\lambda_{I4} \geq 0$ であれば DLS に移行するので， $J_I(q)$ を $J_{DLS}(q)$ として \dot{q}^+ を計算する．

2.5 後脚の離陸の判定条件

後脚の離陸は， λ_4 が連続的に正から負へ切り替わる瞬間に開始する．問題は，膝関節トルクを印可し続けながら衝突する場合には，衝突時に λ_{I4} が正となっても衝突直後に λ_4^+ が引き続き正にならないことである．このことを考慮して，本稿では以下の手順に従った計算を行う．

- (B1) $\lambda_{I4} \geq 0$ で DLS に移行すると判断した場合，衝突直後の連立運動方程式は

$$M(q^\dagger)\ddot{q}^+ + h(q^\dagger, \dot{q}^+) = Su + J_{DLS}(q^\dagger)^T \lambda^+ \quad (18)$$

$$J_{DLS}(q^\dagger)\dot{q}^+ = \mathbf{0}_{4 \times 1} \quad (19)$$

と表される．これを解いて \dot{q}^+ および $\lambda^+ \in \mathbb{R}^4$ を求める．

- (B2) λ^+ を $\lambda^+ = [\lambda_1^+ \ \lambda_2^+ \ \lambda_3^+ \ \lambda_4^+]^T$ と分解するとき， $\lambda_2^+ \geq 0$ かつ $\lambda_4^+ \geq 0$ であれば (B1) で求めた \dot{q}^+ を用いて引き続き数値積分を行う．
- (B3) $\lambda_2^+ \geq 0$ かつ $\lambda_4^+ < 0$ であれば一方向拘束が成立していないため，(B1) で求めた \dot{q}^+ を破棄し，次の連立運動方程式

$$M(q^\dagger)\ddot{q}^+ + h(q^\dagger, \dot{q}^+) = Su + J_{SLS}(q^\dagger)^T \lambda^+ \quad (20)$$

$$J_{SLS}(q^\dagger)\dot{q}^+ = \mathbf{0}_{2 \times 1} \quad (21)$$

を用いて \dot{q}^+ を再計算し，これを衝突直後の初期加速度として数値積分を開始する．

3. 制御系設計

運動が DLS に移行したと判定された場合，以下のような切り替え制御を行うことで歩容生成を行う．

3.1 制御相 I

衝突時刻を $t = 0$ [s] とする．このとき，膝関節トルクは印可せず自由関節の状態とする．そのまま自由運動を行うことで DLS が継続する．

3.2 制御相 II

時刻 $t = T_1 (> 0)$ [s] に Leg 2 を離陸させるためのトルクを両膝に印可し始める．具体的には，Leg 2 の下腿が大きく跳ね上がるよう，次のトルク

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (22)$$

を印可する．ただし， $u_1 > 0$ かつ $u_2 > 0$ である．

3.3 制御相 III

時刻 $t = T_2 (> T_1)$ [s] より，以下に述べる両膝の出力 PD 制御を開始する．これにより次の衝突姿勢へと整定される．

以下に出力追値制御系を設計する．出力ベクトルを

$$y := \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = S^T q \quad (23)$$

とすると，その 2 階微分は

$$\begin{aligned} \ddot{y} &= S^T \ddot{q} \\ &= S^T M(q)^{-1} Y(q) (Su - h(q, \dot{q})) \\ &\quad - S^T M(q)^{-1} J(q)^T X(q)^{-1} \dot{J}(q, \dot{q}) \dot{q} \\ &= A(q)u - B(q, \dot{q}) \end{aligned} \quad (24)$$

となる．ただし，

$$A(q) := S^T M(q)^{-1} Y(q) S \quad (25)$$

$$B(q, \dot{q}) := S^T M(q)^{-1} (Y(q)h(q, \dot{q}) + J(q)^T X(q)^{-1} \dot{J}(q, \dot{q}) \dot{q}) \quad (26)$$

である． $\ddot{y} = v$ を達成する制御入力は

$$u = A(q)^{-1} (v + B(q, \dot{q})) \quad (27)$$

で定まり， v を

$$v = -K_D \dot{y} + K_P (y_d - y) \quad (28)$$

とすれば $y \rightarrow y_d$ が実現される．ただし，

$$y_d = \begin{bmatrix} \theta_{2d} \\ \theta_{3d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\beta \\ \beta \end{bmatrix} \quad (29)$$

である．なお，この相においては，次の衝突までに θ_2, θ_3 がそれぞれの目標値 θ_{2d}, θ_{3d} へと十分に収束するよう，PD ゲインを大きく設定する．

4. 数値シミュレーション

図2に平地歩行のシミュレーション結果を示す．ロボットの物理パラメータは表1のように設定した．また，衝突直後に両膝が自由関節になるよう，各制御相の切り替え時刻を $T_1 = 0.08$, $T_2 = 0.13$ [s] と設定した．この結果， λ_{14} , λ_2^+ , λ_4^+ の全てが正値となり，衝突直後から DLS に移行すると判定された．図3は3歩分のスティック線図（ただし Leg1, 2 のみ表示）である．制御相 II における膝関節トルクは $u_1 = 20.0$, $u_2 = 0.10$ [N·m] とした．制御相 III においては，目標姿勢に十分な精度で整定して倒れ込むことができるよう，PD ゲイン行列を次のように設定した．

$$\mathbf{K}_D = \begin{bmatrix} 60 & 0 \\ 0 & 60 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_P = \begin{bmatrix} 900 & 0 \\ 0 & 900 \end{bmatrix}$$

目標とする衝突姿勢は，両膝を真直ぐに伸ばした状態 ($\beta = 0$ [rad]) とした．

図2(a)より，両膝が衝突直後から順方向に曲がり始めていることが分かる．(c)より，衝突直後から僅かな期間（制御相 I）に

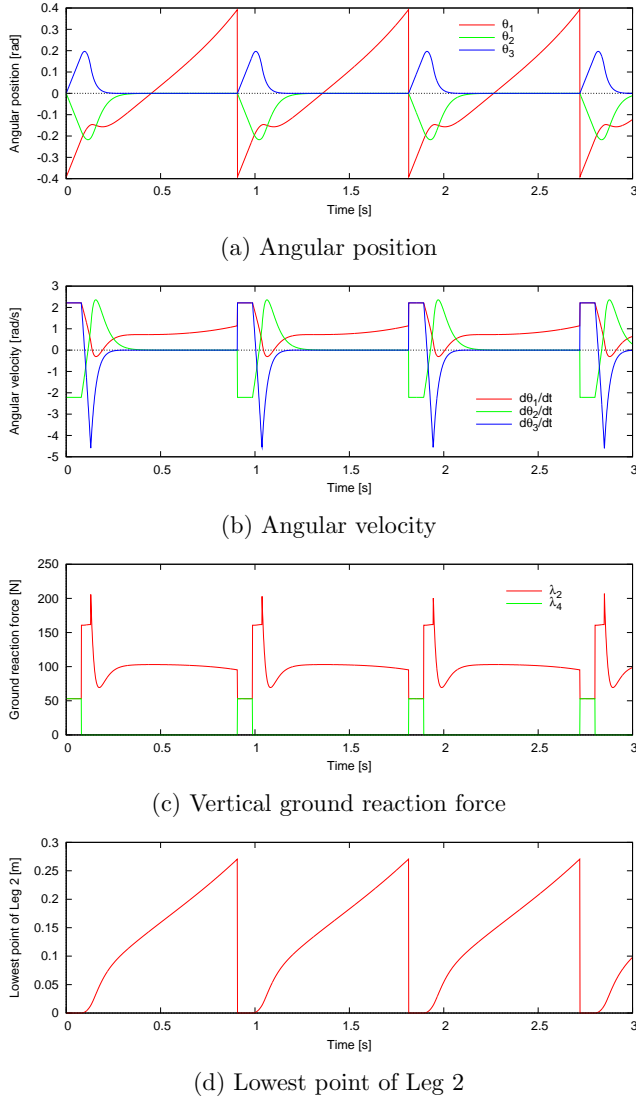


Fig. 2 Simulation results of level walking

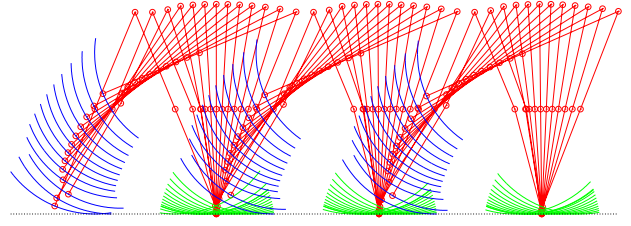


Fig. 3 Stick diagram of steady gait

Table 1 Parameter settings

m_H	10.0	kg	a	0.3	m
m	0.1	kg	b	0.2	m
α	$\pi/4$	rad	$L_1 (= a + b)$	0.50	m
R	0.50	m	L_2	0.50	m

床反力 λ_2 , λ_4 がいずれも正値であること，つまり DLS が維持されていることが分かる．その後，制御相 III における PD 制御が開始され， θ_2 , θ_3 がいずれも目標値 0 [rad] へと収束を始めている．(a)より，PD 制御が開始されると同時に θ_1 が単調増加からいったん減少を始めることが分かるが，これは Leg 1 の膝関節が急激に伸長運動を開始したことに起因する現象である．図2(d)は Leg 2 の足裏最下点の Z 座標をプロットしたものであるが，ゼロから単調に上昇していることが分かる．これは図3からも明らかである．

本稿では省略するが，膝関節トルクを印可しながら衝突する場合には $\lambda_4^+ < 0$ となるため，瞬間的でない DLS は発現しないことを付記しておく．

5. まとめと今後の課題

本稿では，DLS の発現可能性を持つ歩行モデルとして能動・受動の切り替えが可能な膝関節を持つ RW を考え，衝突時から膝を自由関節にすることで実際に DLS が発現することを数値シミュレーションを通して示した．今後は更に解析を進め，物理パラメータや身体形状と DLS の発現傾向との関係を明らかにしていく必要がある．

McGeer は受動歩行運動において膝折れ現象が発生することを実験的に示したが [1][2]，動画を良く観察すると，そのタイミングは衝突直後であることに気付く．本稿の結果を踏まえてこれを顧みると，膝折れ現象は前脚が着地しても後脚が離陸しないために発生する，と説明することができる．今後はこの仮説の検証も進めていく予定である．

参考文献

- [1] T. McGeer, "Passive dynamic walking," *Int. J. of Robotics Research*, Vol. 9, No. 2, pp. 62–82, 1990.
- [2] T. McGeer, "Passive walking with knees," *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Vol. 3, pp. 1640–1645, 1990.
- [3] 浅野，河本，"粘弾性脚を持つリムレスホイールの受動歩行"，第 29 回日本ロボット学会学術講演会予稿集，3J1-5，2011．