

膝関節を有する劣駆動2脚步容の収束特性解析

Convergence Property Analysis for Underactuated Bipedal Walking with Knees

浅野 文彦 (北陸先端大) 菊地 保公 (北陸先端大)

Fumihiko ASANO, Japan Advanced Institute of Science and Technology, fasano@jaist.ac.jp
 Yasunori KIKUCHI, Japan Advanced Institute of Science and Technology, yasunori_kikuchi@jaist.ac.jp

One of the authors have developed the method independent of numerical integration for analyzing the stability of limit cycle walking with constraint on impact posture. In this paper, we extend the method to a kneed biped model and analyze the stability and gait properties. First, a planar three-linked biped model is introduced and its mathematical model is developed. The underactuated bipedal gait is generated by applying an output following control to the desired-time trajectories of the hip and knee joint angles. Second, the transition function of the state error is analytically derived based on linearization of motion and quadratic approximation of mechanical energy. Finally, we discuss how the gait properties change according to the system parameters. The symbolic calculation task in the three-linked model is heavy, so we partially apply numerical calculation.

Key Words: Limit cycle walking, Underactuated bipedal gait, Stability

1 はじめに

2 脚ロボットの動的歩容の安定性を知るためには, 計算精度や初期状態の適切な設定を必要とする数値シミュレーションの実行が不可欠であった [1][2]. この問題に対し筆者のうちの一人は, 運動の線形近似と力学的エネルギーの2次近似に基づく状態誤差遷移関数の解析的導出法を提案し, 数値積分に依存しない新しい歩行安定性解析手法を確立した. この手法の有効性は連結型リムレスホイール(1自由度モデル[3])およびコンパス型2脚ロボット(2自由度モデル[4])の解析を通して既に確認されている. しかしながら, 多自由度モデルでは計算負荷が大幅に増えるため, 解析計算が困難であるという問題が残されていた. そこで本稿では, 3自由度の劣駆動2脚モデルを解析対象として導入し, シンボリック計算負荷や解析解の精度について議論する. 更には, 目標整定時間などの制御パラメータに対する収束特性の変化を観測する.

2 膝関節を持つ劣駆動2脚步容

2.1 モデリングと制御系の設計

図1に本稿で扱う膝関節を持つ劣駆動2脚步容のモデルを示す. 詳細は文献[5]の中で述べているので, ここでは概要だけ以下にまとめる. 次の仮定をおく.

- (A1) 支持脚は, 膝関節が機械的にロックされており1リンクとして扱えるため, 全体では3リンク構造となる.
- (A2) 足部は中心が脚フレーム上にある半径 R [m] の半円足とする.
- (A3) 股関節と遊脚膝関節には制御トルク u_H, u_K を印加できる.
- (A4) 股関節角度 $\theta_1 - \theta_2$ と遊脚の膝関節角度 $\theta_2 - \theta_3$ を目標の時間軌道に厳密に追従させる.
- (A5) 遊脚が床面に衝突する直前の股関節角度は 2α に制御され, 常に同じ1自由度の剛体として倒れ込む.
- (A6) 衝突相では股関節と膝関節は機械的に固定されている.

2.2 運動方程式と衝突方程式

一般化座標ベクトルを $\theta = [\theta_1 \theta_2 \theta_3]^T$ とすると, 運動方程式は

$$M(\theta)\ddot{\theta} + h(\theta, \dot{\theta}) = Su \quad (1)$$

となる. ここで Su は制御入力ベクトルであり,

$$Su = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_H \\ u_K \end{bmatrix} \quad (2)$$

である. 仮定(A5)により, 衝突直前・直後の θ の関係性は次のように定まる.

$$\theta^\pm = \begin{bmatrix} \mp\alpha \\ \pm\alpha \\ \pm\alpha \end{bmatrix} \quad (3)$$

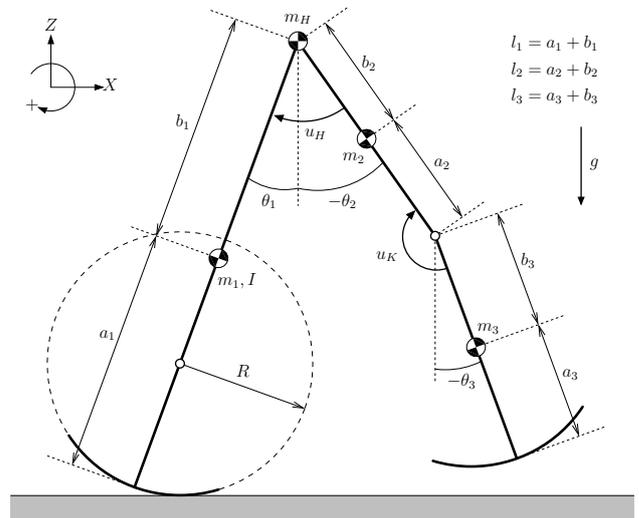


Fig.1 Planar underactuated kneed biped model

非弾性衝突モデルは一般化座標ベクトルを $q = [x z \theta_1 \theta_2 \theta_3]^T$ と拡張することで次のように導かれる.

$$\bar{M}(\alpha)\dot{q}^+ = \bar{M}(\alpha)\dot{q}^- + J_I(\alpha)^T \lambda_I \quad (4)$$

$$J_I(\alpha)\dot{q}^+ = 0_{4 \times 1} \quad (5)$$

式(5)は衝突直後の速度拘束条件を表すものである. 仮定(A5)(A6)により, 角速度ベクトルに対する状態遷移方程式は

$$\dot{\theta}_i^+ = \Xi(\alpha)\dot{\theta}_i^- = \Xi(\alpha) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \dot{\theta}_{1(i)}^- = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_1 \\ \xi_1 \end{bmatrix} \dot{\theta}_{1(i)}^- \quad (6)$$

となるので, 角速度ベクトルの各成分の関係は次式となる.

$$\dot{\theta}_{1(i)}^+ = \dot{\theta}_{2(i)}^+ = \dot{\theta}_{3(i)}^+ = \xi_1 \dot{\theta}_{1(i)}^- \quad (7)$$

ただし, 下付き文字 "i" は歩数を表すものとする.

2.3 衝突相の安定性

立脚相の状態遷移関数 \bar{Q} を求めるには運動方程式の線形化が必要であるが, 衝突モデルは線形化せず非線形のまま扱う. 定常

歩容において式 (7) は

$$\dot{\theta}_{1\text{eq}}^+ = \xi_1 \dot{\theta}_{1\text{eq}}^- \quad (8)$$

となる。ただし下付き文字 “eq” はその変数がポアンカレ切断面における平衡点のものであることを表すものとする。式 (7) から式 (8) を差し引くことで

$$\Delta \dot{\theta}_{1(i)}^+ = \xi_1 \Delta \dot{\theta}_{1(i)}^- \quad (9)$$

を得る。すなわち、衝突相の状態誤差遷移関数 \bar{R} は ξ_1 に一致する。また、 $|\xi_1| < 1$ を満たすので、衝突相は誤差ノルムの減少の意味で安定であると結論される。

3 線形化モデルと歩容生成

3.1 運動の線形近似と力学的エネルギーの2次近似

運動方程式 (2) を $\theta = \dot{\theta} = \mathbf{0}_{3 \times 1}$ の周りで線形化すると、

$$M_0 \ddot{\theta} + G_0 \theta = S u \quad (10)$$

となる。ただし $M_0 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ と $G_0 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ は共に定数行列である。また、線形化モデル (10) に対応する力学的エネルギーは

$$E(x) := P_{\max} + \frac{1}{2} x^T W_0 x \quad (11)$$

$$x = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^6, \quad W_0 = \begin{bmatrix} G_0 & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & M_0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$$

で定まる。 P_{\max} は到達し得る位置エネルギーの最大値である。更に $E(x)$ の時間微分は

$$\frac{dE(x)}{dt} = \dot{\theta}^T S u = (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) u_H + (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_3) u_K \quad (12)$$

となり、線形系においてもエネルギー保存則が成り立つことが分かる。なお、式 (11) は非線形モデルの力学的エネルギーの2次近似式に相当するものである。

3.2 出力追従制御と状態空間表現

股と膝の各関節に相対角度制御出力 y を表す次式を導入する。

$$y = S^T \theta = \begin{bmatrix} \theta_1 - \theta_2 \\ \theta_2 - \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

y の時間に関する2階微分は $\ddot{y} = S^T \ddot{\theta} = S^T M_0^{-1} (S u - G_0 \theta)$ となるので、 $y \equiv y_d(t)$ を実現する制御入力 u は

$$u = \Gamma_1 (\ddot{y}_d(t) + S^T M_0^{-1} G_0 \theta) \quad (14)$$

とすれば良い。ただし、 $\Gamma_1 := (S^T M_0^{-1} S)^{-1} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ と置いた。また、 $y_d(t) \in \mathbb{R}^2$ は制御出力 y に対する目標軌道の時間関数である（詳細は後述する）。式 (14) の制御入力を式 (10) に代入して整理すると次式を得る。

$$\dot{x} = A x + B \dot{y}_d(t) \quad (15)$$

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & I_3 \\ -(I_3 - M_0^{-1} S \Gamma_1 S^T) M_0^{-1} G_0 & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$$

$$B = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 2} \\ M_0^{-1} S \Gamma_1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 2}$$

3.3 目標時間軌道

股関節角度 y_1 および遊脚の膝関節角度 y_2 に対し、次の目標時間軌道を導入する。

$$y_{1d}(t) = \begin{cases} \frac{24\alpha}{T_{\text{set}}^5} t^5 - \frac{60\alpha}{T_{\text{set}}^4} t^4 + \frac{40\alpha}{T_{\text{set}}^3} t^3 - 2\alpha & (0 \leq t < T_{\text{set}}) \\ 2\alpha & (t \geq T_{\text{set}}) \end{cases} \quad (16)$$

$$y_{2d}(t) = \begin{cases} A_m \sin^3\left(\frac{\pi}{T_{\text{set}}} t\right) & (0 \leq t < T_{\text{set}}) \\ 0 & (t \geq T_{\text{set}}) \end{cases} \quad (17)$$

これらの式は次の境界条件を満たす。

$$\begin{aligned} y_{1d}(0^+) &= -y_{1d}(T_{\text{set}}) = -2\alpha \\ \dot{y}_{1d}(0^+) &= \dot{y}_{1d}(T_{\text{set}}) = 0, \quad \ddot{y}_{1d}(0^+) = \ddot{y}_{1d}(T_{\text{set}}) = 0 \\ y_{2d}(0^+) &= y_{2d}(T_{\text{set}}) = 0, \\ \dot{y}_{2d}(0^+) &= \dot{y}_{2d}(T_{\text{set}}) = 0, \quad \ddot{y}_{2d}(0^+) = \ddot{y}_{2d}(T_{\text{set}}) = 0 \end{aligned}$$

このとき $y \rightarrow y_{1d}(t)$ であれば股関節角度は立脚相において -2α から 2α へと制御される。また、 T_i [s] を i 歩目の歩行周期として、常に $T_{\text{set}} \leq T_i$ が成り立つことを仮定する。膝関節は $A_m < 0$ のときヒトと同じ方向に、 $A_m > 0$ のとき逆方向に屈曲する。

4 状態誤差遷移関数の導出

4.1 衝突直前の運動エネルギーの漸化式

K_i^- [J] を i 歩目の衝突直前の運動エネルギーとすると、次の関係式が成り立つ。

$$K_{i+1}^- = \varepsilon K_i^- + \Delta E_i \quad (18)$$

ただし ΔE_i [J] は i 歩目の立脚相における回復エネルギー、 ε は次式で定義されるエネルギー損失係数である。

$$\varepsilon := \frac{K_i^+}{K_i^-} = \frac{\frac{1}{2} I' (\dot{\theta}_{1(i)}^+)^2}{\frac{1}{2} I' (\dot{\theta}_{1(i)}^-)^2} = \left(\frac{\dot{\theta}_{1(i)}^+}{\dot{\theta}_{1(i)}^-} \right)^2 = \bar{R}^2 \quad (19)$$

また、上式の I' [kg·m²] は支持脚交換時の慣性モーメントで、次式で定まるものである。

$$I' := \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}^T M(\alpha) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad M(\alpha) := M(\theta)|_{\theta_1 = -\theta_2 = -\theta_3 = \alpha}$$

K_{i+1}^- , K_i^- , ΔE_i は $\Delta \dot{\theta}_{1(i)}^-$ のみの関数であるので、以下に述べるようにポアンカレ写像関数を解析的に求めることができる。

4.2 力学的エネルギー平衡式

定常歩容において、衝突直前の運動エネルギーは次の関係を満たす。

$$K_{\text{eq}}^- = \varepsilon K_{\text{eq}}^- + \Delta E^* \quad (20)$$

$$K_{\text{eq}}^- := \lim_{i \rightarrow \infty} K_i^- = \frac{\Delta E^*}{1 - \varepsilon}, \quad \Delta E^* := \lim_{i \rightarrow \infty} \Delta E_i \quad (21)$$

上付き文字 “*” はその変数が定常軌道のものであることを表すものとする。式 (21) は次のように等価変形される。

$$F(\dot{\theta}_{1\text{eq}}^-) := (1 - \varepsilon) K_{\text{eq}}^- - \Delta E^* = 0 \quad (22)$$

$$F(\dot{\theta}_{1\text{eq}}^-) = C_2 (\dot{\theta}_{1\text{eq}}^-)^2 + C_1 \dot{\theta}_{1\text{eq}}^- + C_0 = 0 \quad (23)$$

K_{eq}^- は $\dot{\theta}_{1\text{eq}}^-$ の2次方程式であり、 ΔE^* は後述するように $\dot{\theta}_{1\text{eq}}^-$ の1次方程式である。すなわち、

$$(1 - \varepsilon) K_{\text{eq}}^- = C_2 (\dot{\theta}_{1\text{eq}}^-)^2, \quad \Delta E^* = -C_1 \dot{\theta}_{1\text{eq}}^- - C_0 \quad (24)$$

が成り立つ。 $\dot{\theta}_{1\text{eq}}^-$ は2次方程式 (22) の正の解として求まる。

4.3 回復エネルギー

i 歩目の回復エネルギー ΔE_i は、制御入力 (14) を式 (12) に代入して時間積分することで次のように求まる。

$$\begin{aligned} \Delta E_i &= \int_{0^+}^{T_{\text{set}}} \dot{y}_d(s)^T \Gamma_1 \ddot{y}_d(s) ds \\ &\quad + \int_{0^+}^{T_{\text{set}}} \dot{y}_d(s)^T \Gamma_2 \theta(s) S^T M_0^{-1} G_0 ds \end{aligned} \quad (25)$$

ここで $\Gamma_2 := \Gamma_1 S^T M_0^{-1} G_0 \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$ は定数行列であり、次の関係式が成り立つ。

$$\int_{0^+}^{T_{\text{set}}} \dot{y}_d(s)^T \Gamma_1 \ddot{y}_d(s) ds = \left[\frac{1}{2} \dot{y}_d(s)^T \Gamma_1 \dot{y}_d(s) \right]_{s=0^+}^{s=T_{\text{set}}} = 0 \quad (26)$$

従って、 ΔE_i は最終的に

$$\Delta E_i = \int_{0^+}^{T_{\text{set}}} \dot{y}_d(s)^T \Gamma_2 \theta(s) ds \quad (27)$$

で計算されることが分かる。 $\theta(t)$ は状態方程式 (15) の解 $x(t) \in \mathbb{R}^6$ として次のように求まる。

$$x(t) = e^{A t} x_i^+ + \int_{0^+}^t e^{A(t-s)} B \dot{y}_d(s) ds = \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{bmatrix}$$

3 リンクモデルにおいては、上式による $x(t)$ と ΔE_i のシンボリック計算は負荷が重く、解析解の導出が困難である。そこで次の方法で低次元化し負荷の軽減を試みる。関係式

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \mathbf{y}_d(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [1 \ 0 \ 0] \\ \mathbf{S}^T \end{bmatrix} \boldsymbol{\theta} \quad (28)$$

が成り立つので、 $\boldsymbol{\theta}$ は

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\theta} &= \begin{bmatrix} [1 \ 0 \ 0] \\ \mathbf{S}^T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \mathbf{y}_d(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \theta_1 + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{y}_d(t) \\ &= \mathbf{T}_1 \theta_1 + \mathbf{T}_2 \mathbf{y}_d(t) \end{aligned} \quad (29)$$

と求めることができる。積分計算式 (27) にはゼロダイナミクス θ_1 のみが未知変数として含まれるので、線形化した運動方程式から θ_1 のみを求めれば ΔE_i の計算が可能となる。式 (29) を式 (10) に代入し整理すると次式を得る。

$$\begin{aligned} \ddot{\boldsymbol{\theta}} &= - \left(\mathbf{I}_3 - \mathbf{M}_0^{-1} \mathbf{S} \boldsymbol{\Gamma}_1 \mathbf{S}^T \right) \mathbf{M}_0^{-1} \mathbf{G}_0 \mathbf{T}_1 \theta_1 \\ &\quad - \left(\mathbf{I}_3 - \mathbf{M}_0^{-1} \mathbf{S} \boldsymbol{\Gamma}_1 \mathbf{S}^T \right) \mathbf{M}_0^{-1} \mathbf{G}_0 \mathbf{T}_2 \mathbf{y}_d(t) \\ &\quad + \mathbf{M}_0^{-1} \mathbf{S} \boldsymbol{\Gamma}_1 \dot{\mathbf{y}}_d(t) \end{aligned} \quad (30)$$

式 (30) の第 1 行を抜き出すと次式を得る。

$$\ddot{\theta}_1 = \omega_z^2 \theta_1 + F(t), \quad \omega_z = \sqrt{\frac{Mgl}{Ml^2 + I}} \quad (31)$$

これよりゼロダイナミクスの状態空間表現は

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \omega_z^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ F(t) \end{bmatrix} \quad (32)$$

となり、これを $\mathbf{x}_Z = \mathbf{A}_Z \mathbf{x}_Z + \mathbf{b}_Z(t)$ と表記する。 $\theta_1(t)$ は低次元化された状態方程式 (32) の解として

$$\mathbf{x}_Z(t) = e^{\mathbf{A}_Z t} \mathbf{x}_{Z(i)}^+ + \int_{0^+}^t e^{\mathbf{A}_Z(t-s)} \mathbf{b}_Z(s) ds = \begin{bmatrix} \theta_1(t) \\ \dot{\theta}_1(t) \end{bmatrix} \quad (33)$$

と求まる。ただし、 $\mathbf{x}_{Z(i)}^+ = \begin{bmatrix} \theta_{1(i)}^+ \\ \dot{\theta}_{1(i)}^+ \end{bmatrix}^T$ とした。ここで $\dot{\theta}_{1(i)}^+ = \xi_1 \dot{\theta}_{1(i)}^-$ の関係から、 $\theta_1(t)$ と ΔE_i は等価的に $\dot{\theta}_{1(i)}^-$ の関数であることが分かる。

4.4 \bar{Q} の導出

i 歩目の脚衝突直前の運動エネルギーは次式で近似できる。

$$\begin{aligned} K_i^- &\approx \frac{1}{2} I' \left(\left(\dot{\theta}_{1eq}^- \right)^2 + 2 \dot{\theta}_{1eq}^- \Delta \dot{\theta}_{1(i)}^- \right) \\ &= K_{eq}^- + I' \dot{\theta}_{1eq}^- \Delta \dot{\theta}_{1(i)}^- \end{aligned} \quad (34)$$

同様に K_{i+1}^- も

$$K_{i+1}^- \approx K_{eq}^- + I' \dot{\theta}_{1eq}^- \Delta \dot{\theta}_{1(i+1)}^- \quad (35)$$

となる。 ΔE_i は $\dot{\theta}_{1(i)}^-$ の 1 次関数なので、

$$\begin{aligned} \Delta E_i &= -C_1 \dot{\theta}_{1(i)}^- - C_0 = -C_1 \left(\dot{\theta}_{1eq}^- + \Delta \dot{\theta}_{1(i)}^- \right) - C_0 \\ &= \Delta E^* - C_1 \Delta \dot{\theta}_{1(i)}^- \end{aligned} \quad (36)$$

とおける。式 (34)(35)(36) を式 (18) に代入すると、

$$\begin{aligned} K_{eq}^- + I' \dot{\theta}_{1eq}^- \Delta \dot{\theta}_{1(i+1)}^- &= \varepsilon \left(K_{eq}^- + I' \dot{\theta}_{1eq}^- \Delta \dot{\theta}_{1(i)}^- \right) \\ &\quad + \Delta E^* - C_1 \Delta \dot{\theta}_{1(i)}^- \end{aligned} \quad (37)$$

を得る。更に式 (36) から式 (20) を差し引くことで

$$I' \dot{\theta}_{1eq}^- \Delta \dot{\theta}_{1(i+1)}^- = \varepsilon I' \dot{\theta}_{1eq}^- \Delta \dot{\theta}_{1(i)}^- - C_1 \Delta \dot{\theta}_{1(i)}^- \quad (38)$$

となり、最終的に

$$\Delta \dot{\theta}_{1(i+1)}^- = \left(\varepsilon - \frac{C_1}{I' \dot{\theta}_{1eq}^-} \right) \Delta \dot{\theta}_{1(i)}^- \quad (39)$$

と整理できる。これは次の関係を意味するものである。

$$\bar{Q} \bar{R} = \varepsilon - \frac{C_1}{I' \dot{\theta}_{1eq}^-} \quad (40)$$

更に関係式 $\varepsilon = \bar{R}^2$ と $\dot{\theta}_{1eq}^+ = \bar{R} \dot{\theta}_{1eq}^-$ を使えば、 \bar{Q} は

$$\bar{Q} = \bar{R} - \frac{C_1}{I' \dot{\theta}_{1eq}^+} \quad (41)$$

と整理され、 \bar{R} との関係が明確になる。

5 安定性解析

5.1 シンボリック計算の負荷について

前章で述べた低次元化を用いて Mathematica[6] による $x(t)$ と ΔE_i のシンボリック計算を試みたが、計算負荷が重く解析解を求めることができなかった。そこで本稿では数値積分を導入して $x(t)$ と ΔE_i を求めることとした。 $x(t)$ と ΔE_i の時間微分値が

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \Delta E_i(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \dot{\mathbf{y}}_d(t) \\ \dot{\mathbf{y}}_d(t)^T \boldsymbol{\Gamma}_2 \boldsymbol{\theta}(t) \end{bmatrix} \quad (42)$$

に等しいことから、これを $t = 0$ から T_{set} まで数値積分することで ΔE_i の値を求めることができる。計算には MaTX[7] を用いたが、数秒間で結果が得られた。

5.2 A_m の影響

まず A_m の影響を解析する。 A_m を 5 通りに設定し、次の手順で計算を行った。

(P1) 物理パラメータを表 1 の値に、 T_{set} を 0.5 [s] に設定する。

(P2) 初期状態を次のように設定する。

$$\boldsymbol{\theta}(0^+) = \begin{bmatrix} -\alpha \\ \alpha \\ \alpha \end{bmatrix}, \quad \dot{\boldsymbol{\theta}}(0^+) = \begin{bmatrix} \xi_1 \dot{\theta}_{1(a)}(0^-) \\ \xi_1 \dot{\theta}_{1(a)}(0^-) \\ \xi_1 \dot{\theta}_{1(a)}(0^-) \end{bmatrix}$$

(P3) T_{set} まで数値積分を行い、得られた $\Delta E_{(a)} (= -C_1 \dot{\theta}_{1(a)}^- - C_0)$ を保存する。

(P4) 上記 (P2) とは異なる角速度を持つ次の初期状態を設定する。

$$\boldsymbol{\theta}(0^+) = \begin{bmatrix} -\alpha \\ \alpha \\ \alpha \end{bmatrix}, \quad \dot{\boldsymbol{\theta}}(0^+) = \begin{bmatrix} \xi_1 \dot{\theta}_{1(b)}(0^-) \\ \xi_1 \dot{\theta}_{1(b)}(0^-) \\ \xi_1 \dot{\theta}_{1(b)}(0^-) \end{bmatrix}$$

(P5) 再度 T_{set} まで数値積分を行い、得られた $\Delta E_{(b)} (= -C_1 \dot{\theta}_{1(b)}^- - C_0)$ を保存する。

(P6) C_1 と C_0 は次式から求めることができる。

$$C_1 = -\frac{\Delta E_{(a)} - \Delta E_{(b)}}{\dot{\theta}_{1(a)}(0^-) - \dot{\theta}_{1(b)}(0^-)}$$

$$C_0 = -C_1 \dot{\theta}_{1(a)}(0^-) - \Delta E_{(a)}$$

$\dot{\theta}_{1eq}^-$ は 2 次方程式 (22) から、 \bar{Q} は式 (41) から求めることができるので、それぞれの得られた値を保存する。

(P7) T_{set} を 0.01 増加させ、 $T_{set} = 1.0$ となるまで (P2) からの手順を繰り返す。

Table 1 Physical parameters of kneed biped model

m_1	5.0	kg	a_1	0.565	m
m_2	3.5	kg	a_2	0.20	m
m_3	1.5	kg	a_3	0.25	m
m_H	10.0	kg	b_1	0.435	m
I	0.212625	kg·m ²	b_2	0.30	m
l_1	1.0	m	b_3	0.25	m
l_2	0.5	m	R	0.40	m
l_3	0.5	m			

図2は上記の手順で得た \bar{Q} を5通りの A_m について T_{set} に対してプロットしたものである。 $\xi_1\dot{\theta}_{1(a)}$ と $\xi_1\dot{\theta}_{1(b)}$ はそれぞれ1.00と1.01 [rad/s]とした。また各 A_m の値に対して51点のデータを求め(数分で計算可能)、それらを結んでいる。結果より、Speed modeからDeadbeat modeへ向けて収束特性が変化(収束速度が単調に増大)していることが分かる。 $A_m = -0.60$ [rad]の場合は更にTotter modeにまで変化している。Speed modeにおいて T_{set} が同じである場合には、ヒトと同じ膝関節の屈曲方向の場合、つまり $A_m < 0$ の場合より高収束となっていることも分かる。

5.3 α の影響

図3は5通りの α について、 T_{set} に対する \bar{Q} の値をプロットしたものである。これも前述の計算手順で α を算出している。なお、 A_m は0.3 [rad] (ヒトとは膝関節が逆に屈曲)とした。結果より、 \bar{Q} は T_{set} に対して先と同様の变化傾向を示していることが分かる。一方、 \bar{Q} は α が増加するに従い減少していることも分かる。 α が大きくなると $\bar{R} = \xi_1$ も減少するため[5]、Speed modeの場合は歩幅が大きいほど高収束になると結論される。

5.4 数値解との誤差について

図4は $A_m = -0.30$ [rad]、 $\alpha = 0.25$ [rad]とした非線形モデルにおいて、衝突直後の状態誤差 $\Delta\theta_{1(i)}$ を4通りの T_{set} についてプロットしたものである。この場合、 $\bar{R} = 0.935883$ で衝突相は安定である。 $\bar{Q}\bar{R}$ の符号は \bar{Q} のそれに一致するので、 \bar{Q} の正負から収束モードを特定できる。数値シミュレーション結果は、 T_{set} の増加に伴いSpeed modeからTotter modeへと収束特性が変化することを裏付けるものである。

表2に T_{set} の値とこれに対応する \bar{Q} と $\bar{Q}\bar{R}$ の解析解の値を示す。全ての場合で収束特性はSpeed modeを示しており、図4の結果もこれに従っていることが分かる。また、詳細については省略するが、収束速度は表2の理論値に十分近いものとなっている。

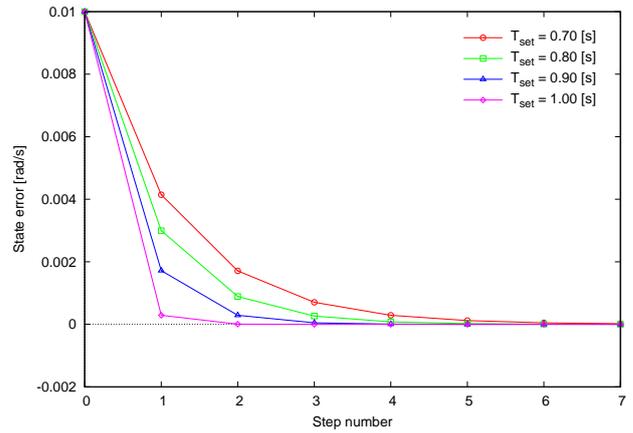


Fig.4 Evolutions of state error immediately after impact with respect to step number for four values of T_{set}

Table 2 Theoretical values of Transition Functions where $A_m = -0.30$ [rad] and $\alpha = 0.25$ [rad]

T_{set} [s]	\bar{Q}	$\bar{Q}\bar{R}$
0.70	0.435287	0.407378
0.80	0.311037	0.291094
0.90	0.172305	0.161257
1.00	0.0170768	0.0159819

6 今後の課題

本稿では、数値積分に依存しないリミットサイクル型歩行の安定性解析法を、膝関節を持つ3自由度の劣駆動2脚歩行モデルへと拡張した。 ΔE_i のシンボリック計算負荷が大きいため、これを回避するために部分的に数値積分を導入したが、 \bar{Q} は初期状態や計算精度に依存することなく求められた。解析結果より、歩容の収束特性が T_{set} の増加に伴いSpeed modeからDeadbeat modeへと遷移する(収束速度が単調に増大する)傾向があることを確認した。また数値シミュレーションを通して、解析解と数値解の間に大きな誤差は無いことも確認した。

本稿の解析結果では、膝の屈曲方向や振幅は収束特性にあまり大きな影響を与えていなかった。これは遊脚下腿部の質量が相対的に軽量であったためであると考えられる。パラメータ励振歩行が可能な大質量の下腿部を持つモデル[8]においては、膝屈曲方向や振幅と収束特性との関係がより明確に現れるものと考えられる。将来の論文にて更なる解析結果を報告する予定である。

謝辞

本研究の一部はJSPS科研費基盤研究(C)(課題番号:24560542)の助成を受けて行われました。

References

- [1] 細江, 武市, 熊井, 伊藤, “高ゲインフィードバックによる2足動歩行の安定解析”, 計測自動制御学会論文集, Vol. 22, No. 9, pp. 948–954, 1986.
- [2] J. W. Grizzle, G. Abba and F. Plestan, “Asymptotically stable walking for biped robots: Analysis via systems with impulse effects,” IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 46, No. 1, pp. 51–64, 2001.
- [3] F. Asano, “Analytical solution to transition function of state error in 1-DOF semi-passive dynamic walking,” Proc. of the IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, pp. 3114–3119, 2013.
- [4] F. Asano, “Stability analysis method independent of numerical integration for limit cycle walking with constraint on impact posture,” Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 4647–4652, 2014.
- [5] F. Asano and Z.W. Luo, “The effect of semicircular feet on energy dissipation by heel-strike in dynamic biped locomotion,” Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 3976–3981, 2007.
- [6] <http://www.wolfram.com/mathematica/>
- [7] M. Koga, “MaTX/RtMaTX: a freeware for integrated CACSD,” Proc. of the IEEE Int. Symp. on Computer Aided Control System Design, pp. 451–456, 1999.
- [8] Y. Harata, F. Asano, Z.W. Luo, K. Taji and Y. Uno, “Biped gait generation based on parametric excitation by knee-joint actuation,” Robotica, Vol. 27, Iss. 7, pp. 1063–1073, 2009.

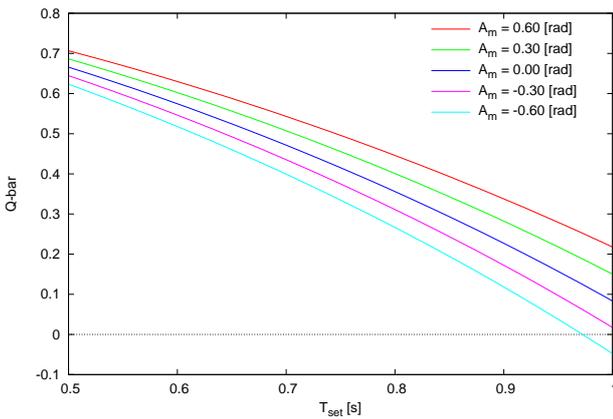


Fig.2 \bar{Q} versus T_{set} for five values of A_m

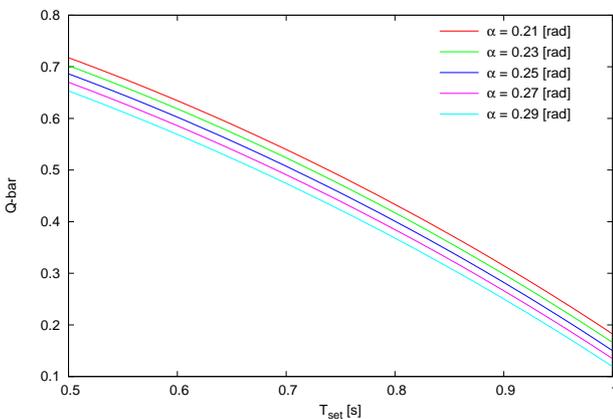


Fig.3 \bar{Q} versus T_{set} for five values of α