情報処理学会シンポジウムシリーズ
(数理モデル化と問題解決シンポジウム論文集),
2004(12), 247-254, (2004)

力学系ゲームによる市場ダイナミクスの分析：Outwit Gameの提案

昆野 真胤, 橋本 敬
北陸先端科学技術大学院大学　知識科学研究科

概要　本論では、市場における個人の振舞いに注目し、市場のダイナミクスを定性的に捉えるモデルとして Outwit Game を提案する。市場のモデル化に際し、完全競争市場と合理的経済主体を仮定せず、市場が動的に変化していることを重視する。よってゲームの枠組みとして力学系ゲームを採用する。ここで提案する Outwit Game では、市場における個人の行動を多数派行動と少数派行動に抽象化し、その履歴により個人の損益が変化する。Outwit Game のシミュレーションより、個人の行動と市場状態のダイナミクスに対応する指標がベキ分布を示すことがわかった。

Analysis of Market Dynamics by Dynamical Systems Game：Proposition of Outwit Game

Masatugu Konno, Takashi Hashimoto
School of Knowledge Science, Japan Advanced Institute of Science and Technology

Abstract　By considering individuals behavior in a market, we propose a game theoretic model of market in order to qualitatively understand the market dynamics. In this model, we do not presuppose perfect market and perfect rationality, and focus on the dynamical change of market. Therefore, we use a fremework of dynamical systems game. In the game, called the Outwit Game, individual behavior in a market is abstract as two types, orienting majority and minority. Further, we suppose that profit of the individuals changes with the history of these two actions. Through computer simulations of the game, we found that an index representing macro dynamics show a power law distribution.

1　導入

本論では市場における個人の振舞いに注目し、市場のダイナミクスを定性的に捉えるモデルを考察する。市場のモデル化は経済学の中で多く成されてきた。とくに主流派経済学では、市場のモデルとして完全競争市場を、個人のモデルとして合理的経済主体を仮定したモデル化を行った。これら 2 つの仮定により、市場は瞬時に均衡状態へ至るモデルとして静的に考える事が可能となった。しかし、現実の市場は動的であり、また個人は市場の動きに応じて振舞いをかえる。このような動的過程を捨象した主流派経済学のモデルは、市場の変動を捉えるモデルとしては十分ではない。現実の市場を捉えるためには、動的過程である市場ダイナミクスと個人の振舞いを包括したモデルが必要である。

現実の市場は個人間の相互作用によって成り立っている。この市場における個人間の相互作用はゲーム的状況である。すなわち、他者の行動が自分の行動の帰結に影響を及ぼし、また自分の行動によって他者の行動の帰結が影響される。

市場を複数人ゲームと考えたとき、そこではプレーヤどうしの相互作用に加え、プレーヤの行動（ミクロ）と市場全体の動き（マクロ）の間に相互作用が存在する。このミクロとマクロの循環的相互作用を塩沢はミクロマクロ・ループと呼んだ [1]。市場の変動の本質は、個人の振舞い、個人間の相互作用、ミクロマクロ・ループという 3 つの要因による内生的変化である。そして市場の内生的変化は継続的に起きるため、市場を動的に捉えることが不可欠である。

上記の 3 つの要因を踏まえた上で、本論は市場のダイナミクスの性質を表すゲームモデルをつくることを目的とする。提案するゲームは、市場ダイナミクスを記述するために以下の 3 つの要件を満たす必要がある。

- 市場のモデルに完全競争市場の前提を置かないこと

情報処理学会シンポジウムシリーズ
(数理モデル化と問題解決シンポジウム論文集),
2004(12), 247-254, (2004)

- 個人のモデルに合理的経済主体の前提を置かないこと
- 動的なゲームモデルであること

完全競争市場と合理的経済主体という 2 つの前提を置かない市場のモデルと解釈できるゲームに Minority Game （MG）がある [2]。また、動的なゲームの枠組みとして力学系ゲームが提案されている [3, 4]。これら 2 つを次章で紹介する。

本論では、MG を拡張したゲームとして Outwit Game を提案する。この Outwit Game は市場が個人の相互作用によって成り立つという部分を抽象化したゲームである。市場における個人は、他人を出し抜いてより大きな利益を確保しようとする少数派志向の行動と、トレンドに便乗し利益を拡大しようとする多数派志向の行動を取る。Outwit Game は、これら 2 つの動きを併せ持つゲームである。本論では、この Outwit Game の性質をコンピュータシミュレーションを用い解析する。

本論の構成を以下に示す。2 章では完全競争市場と合理的経済主体を前提としない市場モデルの例として MG を、力学系ゲームの例として木こりのジレンマゲームを紹介する。3 章ではモデル化のために市場の特徴を分析し、Outwit Game の提案を行う。4 章ではシミュレーションのモデル、特にプレーヤのモデルを紹介する。5 章ではシミュレーションの結果を提示し、分析を行う。最後に 6 章で考察、7 章で結論を述べる。

2　ゲーム

2.1　Minority Game（MG）

Minority Game は需要と供給による価格決定を抽象化した市場モデルと解釈する事ができる [2]。奇数人の集団のなかで、各プレーヤが 2 つの手のうち一方を選択し、少数グループとなったプレーヤ達に得点が与えられるという単純なゲームである。このゲームの利得表を表 1 に示す。

表 1: Minority Game の利得行列

	利得
多数派	0
少数派	1

市場の例として、プレーヤが選択する一方の手を「売り」、他方を「買い」とした場合を考える。「売り」が少数グループ、「買い」が多数グループならば、価格決定は「売り」である少数グループに有利であるため、売り手が利得を得ることとなる。また、逆の場合ならば買い手が利得を得ることになる。このように MG は、市場で売り手と買い手が価格決定を行うゲームとして考えることができる。

この MG の特徴は、プレーヤ個人の行動の帰結が集団によって決定されるという点である。これは市場の不確実性の原因となっている。

MG は、主流派経済学の市場モデルにない市場ダイナミクスと限定合理的個人という部分を持っている。そして MG は、プレーヤ全体によって行動の帰結が決定されること、プレーヤの行動がプレーヤ全体に影響を受けること、プレーヤが意思決定のために全情報を持たないことを含んだ、完全競争市場と合理的経済主体を前提としていないゲームである。そのため、MG は現実の市場により近いモデル化を行ったゲームであるといえる。しかし MG のなかに表現できていない市場の特徴も存在する。特に、現実の市場は少数派が利益を得る場合と、多数派が利益を得る場合が存在しており、市場を MG だけでは表現できない。また MG は繰り返しゲームではあるが利得行列が変化するわけではなく、完全な動的ゲームとはいえない。

2.2　力学系ゲーム

利得行列、プレーヤの選択肢、プレーヤの人数などといったゲーム環境が、プレーヤの行動とともに変化する動的なゲームを力学系ゲーム（Dynamical System Game）という。力学系ゲームの特徴は以下の 2 つである。

- プレーヤとゲーム環境の相互作用から、多様なダイナミクスが生まれる。
- プレーヤの戦略ダイナミクスとゲームの性質の変化により、ミクロ・マクロの継続的発展を観察できる。

動的なゲームである力学系ゲームの枠組みを用いた例として、木こりのジレンマゲーム（Lumber-

情報処理学会シンポジウムシリーズ
(数理モデル化と問題解決シンポジウム論文集),
2004(12), 247-254, (2004)

jack's Dilemma Game：以下 LD Game）[3, 4] を紹介する。LD Game は、丘に居住する数人の木こりが木を切る際に生じる社会的ジレンマを表したモデルである。成長する木を切る木こりたちが、各点で「木を切る」または「木を切らないで待つ」行動のどちらかを選択する。それぞれの木こりにとって、木の成長を十分待ってから木を切る行動が望ましいが、待っている間に他の木こりが先に木を切ってしまうかもしれない、というジレンマがある。この問題に対し、秋山と金子は力学系ゲームによって協調行動の出現と社会的ジレンマが内生的に解消される過程を分析した。

表 2 は LD Game の 1 step あたりの利得行列である。$x(t)$ は現在の木の長さ、n は木を切るプレーヤの人数である。もしプレーヤ全員が「待つ」を選択するならば木は成長するため、毎回木を切るよりもより多くの利益を得ることができる。しかし木の成長を待っている間には、プレーヤは利得を全く得られないため「待つ」を選択する価値を見出せない。この結果、プレーヤ全体の利得はパレート最適でない。けれども、木を切らずに「待つ」を選択するプレーヤが多数出現する事によって、この問題は解消される[1]。木が大きくなるのを十分待って切る事でプレーヤの利得は大きくなる。プレーヤ全体の獲得利得も大きくなり、ジレンマが解消され、社会効率性も大きくなる。

表 2: LD Game の利得行列

	利得
切る	$x(t)/n$
待つ	0

この力学系ゲームを用いた LD Game の特徴は、以下のようにまとめることができる。

- ゲーム環境がプレーヤの行動によって変化する。
- プレーヤとゲーム環境との相互作用によって、ゲームの局面が変化する。
- 1 ステップの利得行列では理論的に表現できない現象を、力学系ゲームによって説明している。

秋山と金子は LD Game のなかで、社会的ジレンマが解消される過程を力学系ゲームによって観察した。そして静的なモデル（利得行列）では解消できなかった現象を動的モデルによって解決した。

同様に本論では、現実の市場のモデルとしてこれまでに扱われてきた静的理論では捨象されてしまった市場の現象を、力学系ゲームを用いることにより観察する。また個人の振舞いと個人間の相互作用によって、市場ダイナミクスが生成される過程を観察することを試みる。

3 市場の特徴分析と Outwit Game の提案

本論では、MG のように完全競争市場と合理的経済主体を前提とせず、またゲーム環境が動的に変化するゲームである Outwit Game を提案する。まず、モデル化の対象となる市場の特徴の分析を行い、その上でゲームの構築を行う。

3.1 市場と市場における個人の行動

市場のモデル化を行うにあたり、市場における個人の行動の特徴づけを行う。

ケインズは株式市場を美人投票のようであると表現した。この美人投票とは、美人コンテストで選ばれた女性とその人に投票した人にも賞金が与えられるならば、自分が美人と思う女性に投票するのではなく、皆が美人と思う女性に投票するというものである。株式投資でも同様に、自分が伸びると思う企業ではなく、周囲が投資する株式を購入することでトレンドに乗ろうとする動きがある。これは個人の行動が周囲の選択にならい行動を決定している状況を表したものである。このような個人の行動は、同調行動、または多数派行動と考えることができる。この多数派行動は市場で頻繁に観察することができる。例えば人気銘柄の株式が、より頻繁に買われるような状況である。この行動はトレンドをさらに強くする行動である。

この多数派行動の一方で、個人が株式を売り抜けたり、新規事業に新しい財を投入するような行動が見られる。この行動をシュンペータは抜け駆け行動

[1]秋山・金子の論文の中では、ロバストな戦略を持つプレーヤの出現によって、ゲームの局面が変化する。その結果ジレンマが解消へと向かう。ここでのロバストな戦略とは、他のプレーヤの戦略に対し柔軟に対応でき、自分の利得を確保できる戦略を表す。

情報処理学会シンポジウムシリーズ
(数理モデル化と問題解決シンポジウム論文集),
2004(12), 247-254, (2004)

と表した。このような個人の行動は、他人と同じ選択をしないことである。すなわち、抜け駆け行動、または少数派行動と考える事ができる。この少数派行動は市場において、トレンドを切り替えたり、新しいトレンドをつくるきっかけとなる。

市場における個人は、この多数派行動と少数派行動を切り替えることで損益を得ている。またトレンドの切り替えによって市場は変動をしている。このことから、市場での個人の振舞いを多数派行動と少数派行動に抽象化する。

市場における個人の行動は、「売る」「買う」など個人によって意味付けがなされている。一方、個人の行動の帰結を与えるのは市場である。同じ行動でも、どの程度利益を得るか、損失を被るかが、市場の状態によって変化する。つまり、個人の行動が市場によって帰結を与えられるという状況に、市場の不確実性が存在している。

3.2 Simple Outwit Game

以上の考察より、現実の市場を抽象化したゲームを考える。すなわち、市場における個人の行動は、多数派行動と少数派行動という特徴をもち、市場の状況に応じて行動の帰結が変化するゲームである。このゲームを Simple Outwit Game（SOG）と呼ぶ[2]。

3.2.1 ゲームの定義

ゲームは以下のように行われる。

1. 各々のプレーヤは 2 つのうち 1 つの手を選択する。
2. プレーヤ全員の手の総計からプレーヤを多数派・少数派のグループに分ける。
3. 多数派・少数派のそれぞれに表 3 で定義される利得を与える。

表 3 の $N^{\mathrm{M}}(t)$,$N^{\mathrm{M}}(t-1)$ はそれぞれ現在と前回の多数派の人数、N はプレーヤ数である。注意すべきは、$N^{\mathrm{M}}(t)$、$N^{\mathrm{M}}(t-1)$ ともに変化しているため、プレーヤは多数派に居続けたとしても、利益を得る場合もあれば、損失を被る場合もある。少数派ならば、常に利益も損失もない。

[2] Outwit Game には、Simple Outwit Game のほかに、Monetary Outwit Game（MOG）がある。これは、より現実の市場に近づけるために Simple Outwit Game に加え貨幣の流動形態を考慮したゲームである。現実の市場では貨幣がその流動性によって複数に分類される。MOG では 2 種類の貨幣の流動性を考え、プレーヤの利得をストック貨幣とフロー貨幣に分ける。MOG は本論では扱わない。

表 3: Simple Outwit Game の利得行列

	利得
多数派	$(N^{\mathrm{M}}(t) - N^{\mathrm{M}}(t-1))/N$
少数派	0

この SOG と MG との違いは次の 3 点である。

- MG は少数派に正の得点が与えられるのに対し、SOG は多数派に、多数派の人数の履歴に依存した正または負の得点が与えられ、少数派には得点が与えられないという得点構造を持つ
- SOG は市場におけるキャッシュフローの変化を考慮し、前回と今回の多数派の人数の差によって利得が決定される
- MG では少数派になることがゲームに勝つことであるのに対し、SOG では状況に応じ多数派・少数派を選択しなければゲームに勝つことができなくなる

3.2.2 プレーヤの行動

ゲームにおいて、プレーヤは個人の利益を追求する。SOG で利益を得るためには、プレーヤは次回の多数派人数を予測し、次回の多数派・少数派のどちらを選択すべきかを決定しなくてはならない。すなわち、次の時点での多数派人数の予測値を $\tilde{N}^{\mathrm{M}}(t+1)$ と書くと

$$
\begin{array}{lll}
\text{多数派} & \text{if} & \tilde{N}^{\mathrm{M}}(t+1) > N^{\mathrm{M}}(t) \\
\text{少数派} & \text{if} & \tilde{N}^{\mathrm{M}}(t+1) \leq N^{\mathrm{M}}(t)
\end{array}
$$

のように手を決めようとする。しかし、ここで注意すべきなのは、プレーヤが多数派・少数派になろうとしても確実になれるわけではないという点である。プレーヤは 2 つの選択肢のうち、どちらの手が多数派になるかの予測もしなければならない。すなわち SOG には、多数派人数の予測、多数派の手の予測という、二重の不確実性が存在する。

情報処理学会シンポジウムシリーズ
(数理モデル化と問題解決シンポジウム論文集),
2004(12), 247-254, (2004)

4 シミュレーションモデル

4.1 プレーヤのモデル

現実の市場に不確実性が存在する中で、個人は情報を基に予測を行う。同様に不確実性が存在するゲームの中で、プレーヤは得られた情報を基に予測を行う。実験で用いたプレーヤモデルは、現時点における多数派の人数、多数派の手、自分の状態の3つの情報を基に、次回の多数派人数と手の予測を行う。

4.1.1 多数派人数の予測

各プレーヤは、まず次式のような次回の多数派人数の予測関数 $Predict^{\mathrm{N}}$ を用い予測を行う。

$$\begin{aligned}&\tilde{N}^{\mathrm{M}}(t+1)\\&\quad = Predict^{\mathrm{N}}(N^{\mathrm{M}}(t), m^{\mathrm{M}}(t), m(t))\end{aligned} \tag{1}$$

(1) 式はプレーヤが現在 (t) における多数派の人数 $N^{\mathrm{M}}(t)$、多数派の手 $m^{\mathrm{M}}(t)$、プレーヤの手 $m(t)$ の3つの情報を基に次回多数派人数 $\tilde{N}^{\mathrm{M}}(t+1)$ の予測を行うことを表している。

表4は次回多数派人数の予測関数を表す。まず、プレーヤは（$N^{\mathrm{M}}(t), m^{\mathrm{M}}(t), m(t)$）の3つの情報から、次回多数派の人数の予測として3つの候補 $\{\mathrm{case1}, \mathrm{case2}, \mathrm{case3}\}$ を挙げる。各 case は平均評価値 (r) を持ち、その中で最も平均評価値が高い case を多数派人数の予測 $\tilde{N}^{\mathrm{M}}(t+1)$ として採用する。もし、平均評価値が同値の場合は、case 番号の大きい方を採用する。

表 4: 多数派人数の予測関数の配列

$N^{\mathrm{M}}(t)$	$m^{\mathrm{M}}(t)$	$m_i(t)$	$\tilde{N}^{\mathrm{M}}(t+1)$
$(N-1)/N$	1	1	case1(r) case2(r) case3(r)
⋮	⋮	⋮	⋮

4.1.2 次回状態を選択するための手の予測

さらに各プレーヤは次式の予測関数 $Predict^{\mathrm{m}}$ を用いて、次回の多数派の手を予測する。

$$\begin{aligned}&\tilde{m}^{\mathrm{M}}(t+1)\\&\quad = Predict^{\mathrm{m}}(N^{\mathrm{M}}(t), m^{\mathrm{M}}(t), m_i(t), \tilde{N}^{\mathrm{M}}(t+1))\end{aligned} \tag{2}$$

(2) 式はプレーヤが、現在 (t) での3つの情報（$N^{\mathrm{M}}(t)$,$m^{\mathrm{M}}(t)$,$m_i(t)$）と次回多数派人数の予測関数からの出力を基に、次回多数派の手の予測を行うことを表している。

表5は次回多数派の手の予測関数を表す。次回多数派の手の予測 $\tilde{m}^{\mathrm{M}}(t+1)$ の候補として2つの手 $\{\mathrm{move1}, \mathrm{move2}\}$ を挙げる。これらの候補はそれぞれスコア (s) を持ち、スコアの高いほうの move を採用する。

表 5: 多数派の手の予測関数の配列

$N^{\mathrm{M}}(t)$	$m^{\mathrm{M}}(t)$	$m_i(t)$	$\tilde{N}^{\mathrm{M}}(t+1)$	$\tilde{m}^{\mathrm{M}}(t+1)$
$(N-1)/N$	1	1	case1(r)	move1(s) move2(s)
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

4.2 プレーヤの学習

プレーヤは予測の成功・不成功に応じて予測関数を毎ステップ変更する。

次回多数派人数の予測のための3つの候補 $\{\mathrm{case1}, \mathrm{case2}, \mathrm{case3}\}$ に付けられる平均評価値 r は、case が採用されたときに与えられる評価の合計を採用回数で割ったものである。評価は、case を採用したときの予測（多数派の増減）が正しい場合には1が与えられ、間違った場合には-1が与えられる。さらに多数派人数の予測の3つの case のなかで平均評価値が最も低い case の予測値を、標準正規乱数により変更する。このとき平均評価値は0に戻される。

次回多数派の手の予測のための2つ候補 $\{\mathrm{move1}, \mathrm{move2}\}$ に付けられるスコア (s) は次のように変更される。一方の手を選択したとき、その手が多数派ならばプレーヤが得た利得がスコアに加算される。もし多数派でない場合には、選択しなかった手に多数派のスコアが加算される。

情報処理学会シンポジウムシリーズ
(数理モデル化と問題解決シンポジウム論文集),
2004(12), 247-254, (2004)

4.3　プレーヤの淘汰

ゲームには一定の期間ごとに淘汰の機会を設定している。淘汰の時点で、積算利得が淘汰閾値より低いプレーヤはゲームから排除され、代わりに新しいプレーヤが参入する。新しいプレーヤは、淘汰時点で最も高い積算利得を得ているプレーヤの予測関数に変異を加えたものである。変異は予測関数に（平均 0, 標準偏差 $1/\sqrt{10}$）の正規乱数を加えたものである。

5　シミュレーション結果

プレーヤ人数を 51 人、淘汰閾値を全プレーヤの積算利得の平均として行ったシミュレーション結果を報告する。プレーヤがとる手は-1 または 1 とする。

5.1　ゲームのダイナミクス

まず、ゲームがどのようなダイナミクスを示すかを見る。本節では淘汰がない場合の結果のみを示す。

プレイヤーは平均的には順調に利得を得ている。積算利得の変化では、長期間にわたって積算利得を延ばす状態、積算利得の延びが低い状態、ある期間減少する状態の 3 種類がある。図 1 には、これらの 3 種類の変化を示す典型的なプレーヤの積算利得の変化を示した。

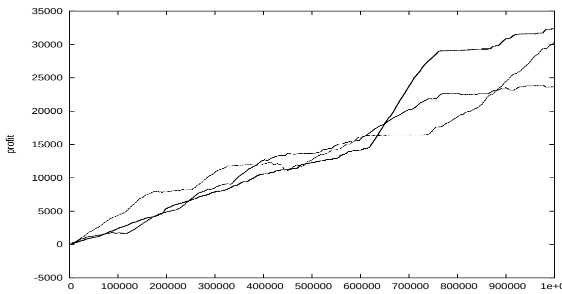


図 1: プレーヤの積算利得の変化（横軸は step、縦軸は利得）

全般的に積算利得が延びているということは、プレーヤは多数派の変動と手をある程度うまく予測できていることを意味する。どのように得点を得ているかを少し詳しく見てみる。図 2A は図 1 の 630000step から 730000step の間で急激に利得を増加させているプレーヤの、700000 から 700050step 間の積算利得変化のグラフである。図 2B のプレーヤの手のグラフより、このプレーヤは (-1,1,-1) の 3 周期で手を出しつづけている。一方、図 2C と D は、この期間における多数派の手、および、多数派人数の前ステップからの変化 ($N^M(t) - N^M(t-1)$) を書いたものである。これらの図より、多数派の手は (1,-1,-1) の 3 周期で、多数派になったときに得られる得点は 1step 前にずれて (正, 負, 負) の 3 周期で変化していることがわかる。よって、このプレーヤの手は (少数派、少数派、多数派) の 3 周期となり、利益が得られるときには多数派に、損失を被る場合には少数派に属し、うまく抜け駆け行動を行って得点を確保している。

多数派の人数の変動を図 3 に示す。この図より、変動幅が大きい状態 (多数派の最大値〜最小値) と、変動幅が小さい状態があり、この状態が交互に切り替わるダイナミクスであることがわかる。

5.2　プレーヤの手の変え方

図 4 はプレーヤが同じ手を出しつづける長さの頻度を表す両対数グラフである。図 4A は淘汰なし、B は 3000step 毎に淘汰を行う場合である。直線は長さが 30 以上のデータに対しフィッティングしたものである。この図より、ある程度長く同じ手を出し続けるプレーヤはベキ分布となっている。しかし、短い期間で手を変えるプレーヤは、ベキ関数で近似される頻度よりもかなり多い。すなわち、ほとんどのプレーヤが短期間で手を変えているが、十分長い期間手を変えていないプレーヤも存在する。

次に淘汰の影響について見てみる。淘汰によって長期間同じ手を出し続ける頻度は減少し、短期間で手を変える頻度が増加しているのを見ることができる。そして淘汰機会が増えることで、この変化が大きくなる傾向が見られた。

5.3　多数派グループの手の変化

図 5 のグラフは多数派グループの手が同じでありつづける長さの頻度を表す両対数グラフである。図 5A は淘汰なし、B は 3000step 毎に淘汰を行う場合である。直線は手を出し続ける長さが 1 から 100 のデータに対し、フィッティングしたものである。図

情報処理学会シンポジウムシリーズ
(数理モデル化と問題解決シンポジウム論文集),
2004(12), 247-254, (2004)

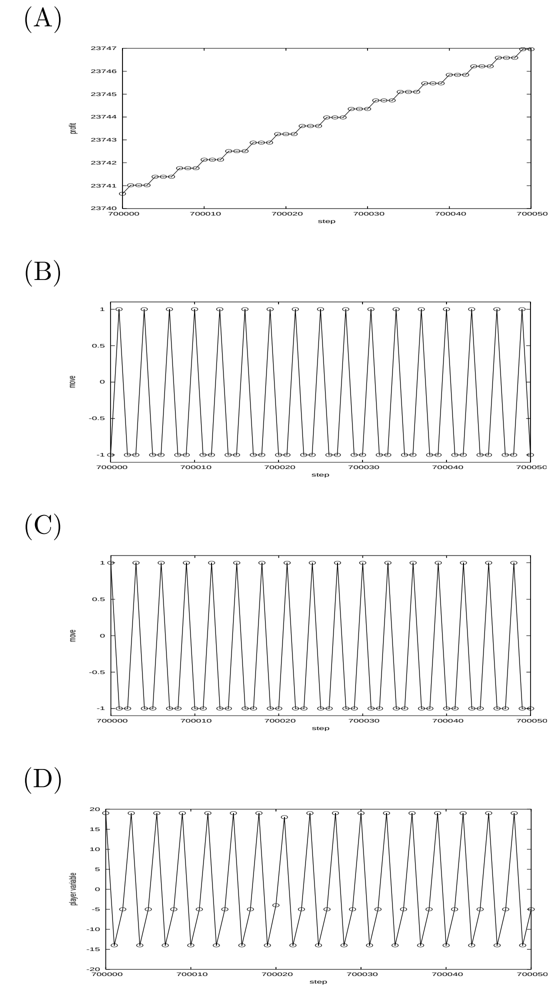


図 2: A：プレーヤの積算利得、B：プレーヤの手、C：多数派の手の変化、D：1step あたりの多数派人数の変化

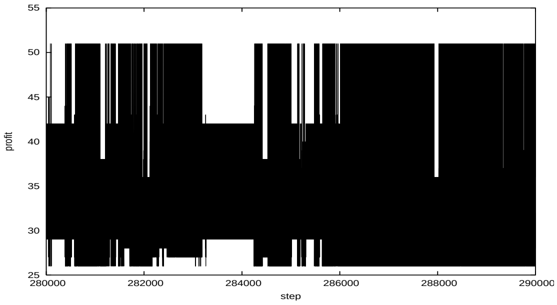


図 3: 多数派人数の変動（横軸は step、縦軸は人数）

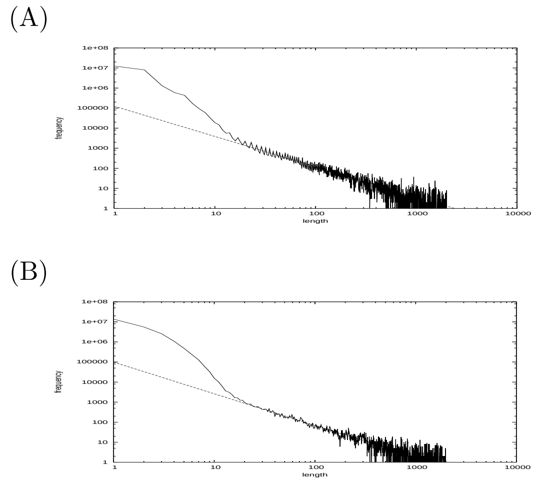


図 4: プレーヤが同じ手を出しつづける step 数の頻度。A：淘汰なし、B：淘汰 3000step 毎。すべて横軸は同じ手を出し続ける長さ、縦軸は頻度。直線は長さが 30 以上のデータに対するベキ関数によるフィッティング。

5A は、ある程度ベキ分布となっていることがわかる。一方 B の方は長さ 10 の付近で変化が生じているためベキ関数の直線から外れている。この 10 付近の変化は淘汰機会が多くなるにつれ、大きくなる（負の傾きが大きくなる）傾向にある。

6 考察

6.1 それぞれのゲームの共通点

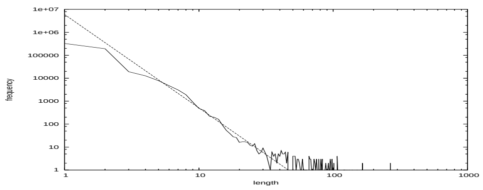
本論で提案した Simple Outwit Game の性質を「共有地の悲劇」という観点から見て、§2 で紹介したゲームと比較する。共有地の悲劇とは自己の利益と社会的利益が相反する状況である。

- Minority Game：
  MG で、全体の人数を N 人（N=奇数)、多数派の得点は 0 点、少数派の得点を 1 点とする。もし少数グループの人数が $(N-1)/2$ を繰り返すならば、社会効率性は最も高くなる。しかし、各プレーヤは、より多くの利益を得るため、常に少数派になろうとする。このため、先述した社会効率性の最も高い状態が達成されるのは困難である。よって MG は均衡状態に至らないゲームといえる

- Lumberjack's Dilemma Game：
  このゲームでは、ゲーム自体が共有地の悲劇

情報処理学会シンポジウムシリーズ
(数理モデル化と問題解決シンポジウム論文集),
2004(12), 247-254, (2004)

(A)



(B)

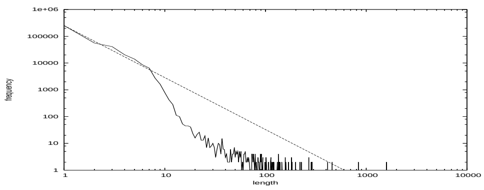


図 5: 多数派が同じ手を取り続ける step 数の頻度。A：淘汰なし、B：淘汰 3000step 毎。すべて横軸は同じ手を取り続ける長さ、縦軸は頻度。直線は長さが 1 から 100 までのデータに対するベキ関数によるフィッティング。

と同様の社会的ジレンマを内包している。これはプレーヤが木を切ることでのみ利得を与えられるという利得行列からわかる。これは「切る」という自己利益の獲得によって「待つ」という社会的利益が損なわれるためである。

- Outwit Game：
このゲームは多数派の利得の式に、共有地の悲劇的要素が含まれている。これは、あるプレーヤが利益を確保するために多数派から少数派に移ることで、多数派にいるプレーヤは損失を被るためである。たとえば、n 人が多数派にいる状態で 1 人が少数派になったとしよう。この場合、多数派人数が減少するので $n-1$ 人は損失を被るが、少数派に抜けた 1 人は損失を免れ、自己の利益を確保できる。このように、自己の利益を確定させようとする行動が、全体の利益と相反する。

今回扱ったゲームの共有地の悲劇的状況では、プレーヤが非協調的に利益を追求する場合、常に社会的ジレンマが生じ社会効率性は損なわれてしまう。そして、これらゲームでは、一旦パレート最適な状態に至ったとしても、完全合理性を持たない個人の振舞いによって、その状態から外れてしまう。

6.2 市場とベキ分布

今回のシミュレーションで、個人が同じ手を出しつづける頻度と多数派の手の変化の 2 つでベキ分布が得られた。この結果は、現実の市場とどのように関連付けられるだろうか。プレーヤの手の変え方は個人の行動と結び付けられる。そして、多数派の手はプレーヤ全員の行動から決定される。よって、多数派の手の変化は市場状態の切り替わりと考えることができる。現実の市場では、個人の行動や価格変位などの市場状態に関する様々な指標でベキ分布が見られる。本論で見いだされたベキ分布は、このような量と対応する可能性があり、Outwit Game は市場のダイナミクスの一面を捉えられるかも知れない。しかし、対応関係や定量的な分析はまだ進んでいない。

7 結論

本論では、市場における個人の行動の分析に基づいて、力学系ゲームの枠組みを用いた Outwit Game というゲームを提案した。このゲームは、市場において多数派的行動と少数派的行動の両方が現れる点を抽象化したものである。この Outwit Game のコンピュータシミュレーションにより、プレーヤが同じ手を続ける頻度がベキ分布を示すことがわかった。またこのゲームが共有地の悲劇的要素をもつことを見た。ベキ分布が現れるメカニズムや、その含意についての分析は今後の課題である。

参考文献

[1] 塩沢由典, 複雑さの帰結, NTT 出版, (1997).

[2] D.Challet and Y.-C.Zhang, Emergence of Cooperation and Organization in an Evolutionary Game, *Physica A*, **246** (1997) 407–418 .

[3] E.Akiyama and K.Kaneko, Dynamical systems game theory and dynamics of game, *Physica D*, **147** (2000) 221–258.

[4] E.Akiyama and K.Kaneko, Dynamical systems game theory —A new approach to the problem of the social dilemma, *Physica D*, **167** (2002) 36–71.