

<質問>

演習の4番でcgs単位にする問題ですが、たとえば(1)の(a)で、Fファラデーをmメートル、kgキログラム、s秒、Aアンペアで表してから、100cm、1000g、s、1アンペア =  $3 \times 10^9$  esuで書き換えるだけでは問題の答えにはならないのですか？

<回答>

これはなかなかいい質問ですね。答えはNOなのです。理由は、MKSA と cgs ではMaxwell 方程式が違うからです。別の言い方をすれば、MKSA と cgs ではMaxwell 方程式が同じならば、ご質問に対する答えはYESとなります。ちょっと難しいですが、この辺を説明しましょう。これから説明することは、第4回の講義の内容を使っていますので、わからない部分がある人は、第4回の講義を学習した後にもう1度、見てみてください。

今、平行平板コンデンサーがあるとし、板の面積を  $S=1\text{m}^2$ 、板の間隔を  $d=1\text{m}$  とし、板の間は真空とします。このコンデンサーの容量を MKSA 単位系と cgs esu 単位系で計算します。

まず、MKSA では3番目のMaxwell 方程式は、

$$\text{div}\vec{D} = \rho_{\text{true}}$$

なので、ここから出てくるガウスの法則は、

$$\int \vec{D} \cdot \vec{n} dS = Q_{\text{true}}$$

となり、下図の赤い積分面で積分すると、

$$DS = Q_{\text{true}}$$

$$\epsilon_0 ES = Q_{\text{true}}$$

$$Q_{\text{true}} = \frac{\epsilon_0 S}{d} V$$

となって、コンデンサーの式、 $Q=CV$  と比較して  $C$  を求めると

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d} \quad (\text{MKS})$$

となります。

一方これと同じ事を cgs esu 単位系で行うと、まず Maxwell II 方程式は、

$$\text{div} \vec{D} = 4\pi \rho_{\text{true}}$$

で、ここから出てくるガウスの法則は、

$$\int \vec{D} \cdot \vec{n} dS = 4\pi Q_{\text{true}}$$

下の図でこれを計算すると、

$$DS = 4\pi Q_{\text{true}}$$

cgs では真空の誘電率  $\epsilon_0=1$  なので、

$$ES = 4\pi Q_{\text{true}}$$

$$\frac{V}{d} S = 4\pi Q_{\text{true}}$$

$$Q_{\text{true}} = \frac{S}{4\pi d} V$$

となり、これと  $Q=CV$  を比較して、

$$C = \frac{S}{4\pi d} \quad (\text{cgs})$$

となります。このように Maxwell II 方程式の違いのせいで、C の形が全く違って

しまいます。上に与えた数値をそれぞれの電気容量 C の式に代入してみると、

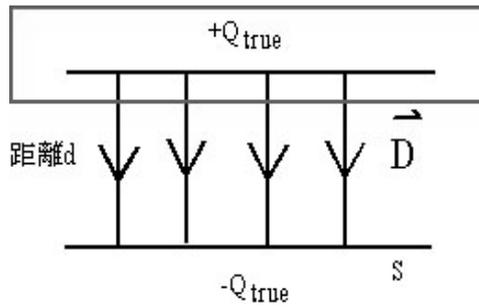
$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d} = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9} \left[ \frac{F}{m} \right] \times \frac{1[m^2]}{1[m]} = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9} [F] \quad (\text{MKS})$$

$$C = \frac{S}{4\pi d} = \frac{10^4 [cm^2]}{4\pi \times 10^2 [cm]} = \frac{10^2}{4\pi} [esu] \quad (\text{cgs esu})$$

となり、cgs の方が値が  $9 \times 10^{11}$  だけ値が大きくなっていることがわかります。

これは TX2p.287 の表とも一致しています。

これで理解できたと思いますが、いちいちこんなことをしては時間がもったいないので、直接 TX2p.287 の表を使ってもらうことをお勧めします。



講義でやった dyne と N の変換は運動方程式が MKS と cgs で共通なので、ご質問のやり方でやってさしつかえありません。