第 3 回　応用電磁気学特論演習　訂正と補足

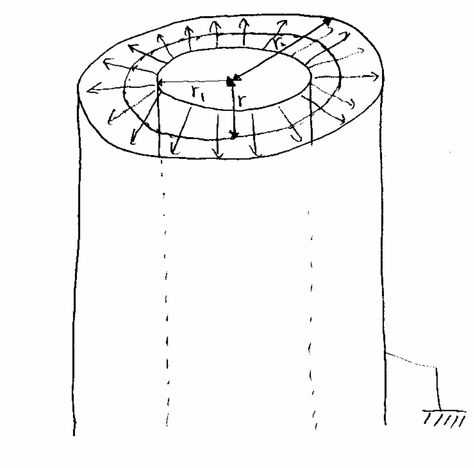
7.

ガウスの法則の適用範囲が明確ではなったので、補足します。
図中の半径 r の円柱の側面に適用する。

[解答]

単位長さ当りの電荷を Q[C/m] とすると、

ガウスの法則 $\int_S \mathbf{E}\cdot\mathbf{n}dS = \dfrac{Q_{true}}{\varepsilon_0}$ より、



$$E \cdot 2\pi rl = \frac{Ql}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{2\pi r\varepsilon_0}$$

単位

$$[?] = \frac{\left[\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}}\right]}{[\mathrm{m}]\left[\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}\right]} = \left[\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}\right]$$

以下は OK です。

マニアック問題[3-1]

水素原子の 1s 電子の感じるポテンシャル

$W = -\int q\mathbf{E}\cdot \mathrm{d}\mathbf{s} \quad (\mathbf{E}\cdot \mathrm{d}\mathbf{s} = E\mathrm{dr})$

$$= -\int q\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\right)\mathrm{dr}$$

$$= -\int\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{r^2}\right)\mathrm{dr}$$

$$= -\left(\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)\left[-r^{-1}\right]$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{r}$$

Virial 定理： $E_k = -\frac{1}{2}W$ より、

$$E_k = -\frac{1}{2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{r} = -\frac{1}{2}\cdot 9.0\times 10^9\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{F}}\right]\cdot\frac{(1.602\times 10^{-19})^2\left[\mathrm{C}^2\right]}{0.529\times 10^{-10}\left[\mathrm{m}\right]} = -21.9\times 10^{-19}[\mathrm{J}]$$

上式で r にはボーア半径を代入した。次に単位をジュールから電子ボルトに変換する。

$$E_k = -\frac{21.9\times 10^{-19}[\mathrm{J}]}{1.602\times 10^{-19}\left[\mathrm{J/eV}\right]} = -13.6[\mathrm{eV}]$$

以下は OK です。

Virial 定理の簡単な説明

　Virial 定理とは、N 粒子系において、粒子が動く事のできる範囲が有限である場合あり、平衡状態にあるとき、古典力学、量子力学系のいずれにおいても成立する以下の関係式のことである。

$$E_k = -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\left\langle \mathbf{F}_i\cdot \mathbf{r}_i\right\rangle$$

E_k は系全体の運動エネルギーで、$\mathbf{r}_i$ は粒子 i の位置座標、$\mathbf{F}_i$ は i に働く力である。

Virial と運動エネルギーの平均値は等しい。