

数理アプローチ入門練習問題

1 統計の基礎

1.1 コイントス

コインを投げ、表が出たら+1点、裏が出たら-1点とする。これを100回繰り返し、合計の得点を求めることを「コイントス」と定義する。

Octaveで上記のコイントスを1セット行うプログラムは以下の通りである。

```
sum(round(rand(100,1))*2-1)
```

これをもとに、以下の問題に答えよ。

1. 各セットの期待値を求めよ。
2. 上のプログラムを1000セット実行し、セットの点数の平均と分散を求めるプログラムを作れ。
なお、コイントスの各セットの点数はベクトル X 、平均と分散は変数 M と V にそれぞれ代入せよ。
3. セットの数を増やしたとき X の分布はどのような分布に近づくと考えられるか答えよ。

1.2 サイコロ投げ

サイコロを100回投げて、得点の和を求めることを1セットの「サイコロ投げ」と定義する。以下の問題に答えよ。

1. Octaveにおいて、1セットのサイコロ投げを行うプログラムを作れ。
サイコロ投げを1回行うには

```
ceil(rand(1,1)*6)
```

とする。

- サイコロ投げを 500 セット実行し、セットの点数の平均と分散を求めるプログラムを作れ。
なお、サイコロ投げの各セットの点数はベクトル X 、平均と分散は変数 M と V にそれぞれ代入せよ。
- サイコロを 1 回なげたとき、出た目の期待値と分散を求めよ。
- X の分布はどのような分布に近いと考えられるか答えよ。

2 統計分布

2.1 一様分布

$[0,1]$ の区間の数を与える一様乱数が $0.25 \leq x < 0.4$ となる確率を求めよ。ただし $f(x) = 1$ である。

2.2 正規分布

平均が 0、分散が 1 の正規分布 (確率変数を X とする) について、以下の問題に答えよ。Octave を用いて計算してよいが、計算の途中結果も記すこと。なお、`normal.pdf(x,m,v)`, `normal.cdf(x,m,v)` 等の関数を用いてよい。

- p をパラメーターとして、 X が $X \leq p$ の区間に存在する確率が 90% になる p を小数点以下 2 桁まで求めよ。
- p をパラメーターとして、 X が $-p \leq X \leq p$ の区間に存在する確率が 65% になる p を小数点以下 2 桁まで求めよ。
- X が偏差値 70 以上である確率を求めよ。
- X が偏差値 40 以下である確率を求めよ。

2.3 2 項分布

不良品率が 8% のとき、100 個の製品のうち不良品が 10 個以内に収まる確率を求めよ。また、95% の確率で、何個以下の不良品を覚悟しなくてはならないか。Octave を用いて計算してよいが、計算の途中結果も記すこと。なお `binomial.pdf(x,m,v)`, `binomial.cdf(x,m,v)` 等の関数を用いてよい。

2.4 ポアソン分布

以下の設問に答えよ。Octave を用いて計算してよいが、計算の途中結果も記すこと。poisson_pdf(x,lambda), poisson_cdf(x,lambda) 等の関数を用いてよい。

ある橋には、1 時間に平均 36 台の車が通行するとする。

1. 3 分間一台も通らない確率を求めよ。
2. 5 分間に 8 台以上通る確率を求めよ。
3. 1 時間当たりの平均の収入を求めよ。1 台当たりの通行料は 150 円とする。

3 統計的検定

3.1 t 検定

以下の 2 つの標本 A,B に関して以下の設問に答えよ。

なお、Octave で t 検定を行う関数は t_test_2(X,Y,ALT)、t_test(X,M,ALT) である。

```
A=[17; 32; 3; 3; 3; 17; 19; 11; 14; 2];  
B=[30; 1; 21; 30; 45; 7; 41; 8; 23; 33];
```

1. A の平均と分散を求めよ。
2. B の平均と分散を求めよ。
3. t 検定により、A と B は同じ母集団に属する分布といえるか否か判定せよ。

3.2 χ^2 検定

解答するために以下のプログラムを用いてよい。

```
#chisquare.m  
function x = chisq(A)  
    length=size(A)(1,2);  
    t0=round(sum(A)/length);  
    x=0;  
    for(i=1:length)  
        x=x+ (A(1,i)-t0)^2/t0;  
    endfor  
endfunction
```

```
function p = doChiSQTest(A)
    k=size(A)(1,2)-1;
    p = 1-chisquare_cdf(chisq(A),k);
endfunction
```

ある学生が求めた、サイコロを 100 回、200 回、300 回求めた度数分布をそれぞれ D1,D2,D3 とする。

```
D1=[13,18,11,16,19,23];
D2=[26,38,25,34,37,40];
D3=[44,49,42,56,53,56];
```

1. それぞれについて χ^2 スコアを求めよ。
2. それぞれについて χ^2 検定を行い、信頼区間を 95%としたとき、それらが偏りのないサイコロといえるか検定せよ。

4 数列とプログラミング基礎

ある列ベクトルの X の各項の分散を求めるプログラムを作れ。