

I113 オートマトンと形式言語 レポート (1)

平成 18 年度 I-1 期 (4 月 6 日 ~ 6 月 2 日)

担当: 上原 隆平 (居室は I67b, メールは uehara@jaist.ac.jp)

出題: 4 月 14 日 (金)

締切 (厳守): 4 月 21 日 (金) 講義終了時

注意: レポートには学生番号, 氏名, 問題の番号, 解答を, すべて手書きで書くこと. レポートに表紙はつけなくてよい. レポート用紙のサイズは A4 とし, 複数枚にわたる場合は左上 1 個所をホチキス止めにする.

問題 1: 数列 f_i を以下のように定義する.

$$\begin{cases} f_0 = 0 \\ f_1 = 1 \\ f_i = f_{i-1} + f_{i-2} \quad \text{ただし } i > 1 \end{cases}$$

この数列 $(0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots)$ はフィボナッチ数列と呼ばれている. 個々の数をフィボナッチ数と呼ぶことにする. このときフィボナッチ数に関する次の「主張」は明らかに間違っている! 「主張」に対する帰納法に基づく「証明」の, どこが間違っているかを示せ. (3 点)

主張: 任意のフィボナッチ数の値は 0 である.

証明: フィボナッチ数 f_i の i に関する帰納法で示す. まず, $i = 0$ の場合を考える. このとき数列の定義から, $f_0 = 0$ なので, 主張が成立する. 次に $i > 0$ の場合を考える. 任意の $i' \leq i$ に関して主張が成立すると仮定して, f_{i+1} の値を考える. 定義より, $f_{i+1} = f_i + f_{i-1}$ である. 帰納法の仮定から $f_i = 0, f_{i-1} = 0$ なので, $f_{i+1} = 0 + 0 = 0$ となる. したがって「主張」は成立する.

問題 2: ϵ -NFA では, 初期状態は一つであるが, 受理状態の個数については制限はない. また, 受理状態からの遷移もありえる. しかしここで「受理状態は一つである」「受理状態からの遷移はない」という制限を加えても一般性を失わない. それはなぜか, を形式的に示せ. (3 点) (Hint: 受理状態が複数個ある ϵ -NFA A が与えられたとき, A と同じ言語を受理し, なおかつ二つの制限を満たす ϵ -NFA A' が必ず作れることを示せばよい.)

問題 3: 図 1 で与えられる ϵ -NFA $A = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{a, b, c\}, \delta, q_0, \{q_4\})$ が受理する言語と同じ言語を受理する DFA を構成せよ. 構成手順を明記すること. 特に A の各状態の ECL と, DFA の各状態が元の A のどんな状態集合に対応しているのか, を明記すること. DFA はすべての入力に対する行き先が決まっていることを確認すること. (4 点) (Hint: ϵ -NFA において行き先がない場合は, 行き先は空集合 (\emptyset) となる. この場合は対応する DFA の状態につけられるラベルも \emptyset とすればよい.)

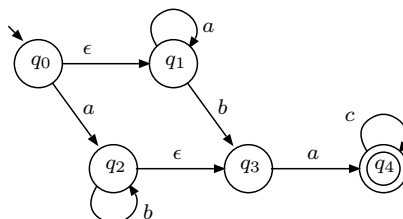


図 1: ϵ -NFA A の δ を表す図