

I216 計算量の理論と離散数学 Report (1)

2009 年度 2~3 月@田町キャンパス

担当: 上原 隆平 (uehara@jaist.ac.jp)

出題: 2 月 26 日 (金)

提出: 3 月 12 日 (金) 講義開始時

注意: レポートには氏名, 学生番号, 問題, 解答を忘れずに書くこと.

以下の問題に答えよ.

Problem 1 (3 points): 文字列 x に対して, 長さ優先辞書式順序における x の出現順序を $lo(x)$, 通常の辞書式順序における x の出現順序を $oo(x)$ と書くことにする. 例えば $lo(\epsilon) = oo(\epsilon) = 1$, $lo(0) = oo(0) = 1$, $lo(1) = 2$, $oo(00) = 2$ である. またある数 n が有限であることを $n < \infty$ と書くことにする. このとき以下の記述が正しいか誤りかを判定せよ. 誤りである場合は反例を示せ. ただし以下の記述中, x は文字列, n は正整数である.

1. $\forall x [|x| < \infty \rightarrow lo(x) < \infty]$
2. $\forall x [|x| < \infty \rightarrow oo(x) < \infty]$
3. $\forall x \exists n [|x| < \infty \rightarrow lo(x) < n]$
4. $\forall x \forall n [|x| < \infty \rightarrow oo(x) < n]$

Problem 2 (3 points): 授業の中で, 定理 2.17 として「Halt は計算不可能」であることを証明した. また定理として「実数全体の集合 R は非可算」であることを証明した. この「実数の非可算性」と同様の対角線論法で定理 2.17 を証明せよ. 例 2.17 を参考にすること.

Problem 3 (4 points): 自然数の集合 N は可算無限であるが, N から N への関数全体の集合 F は非可算無限である. F が非可算無限であることを対角線論法で証明せよ.