I238 Computation Thoery Report (2)

2019, Term 1-1
Ryuhei Uehara(Room I67b, `uehara@jaist.ac.jp`)

Propose(出題): May 23 (Tue)

Deadline(提出期限): June 4 (Tue), 10:50am.

Note(注意): レポートには氏名，学生番号，問題，解答を忘れずに書くこと．紙で提出する場合は，紙はA4 サイズで表紙は不要．左上を 1 箇所ホチキス止めすること．電子メールで PDF ファイルを送ってくれてもよい．メールで PDF ファイルを送るときは，メール本文に学生番号と氏名を明記し，添付ファイル名は「学生番号.pdf」とすること（s はつけなくてよい）．JAIST のアカウントからメールすること．PDF ファイル以外（Word ファイル，JPG ファイルなど）は不可．締切は厳守．解答は日本語でも英語でもよい．(Do not forget to write your name, student ID, problems, and answers on your report. When you submit by paper, the size is A4, without cover, staple at the left-top corner. You can send your report by email in PDF file format. In the email, write your name with student ID in the body, and the name of attached file is "student-ID.pdf" (without "s"). You should send it from JAIST account. The report in another format than PDF (docx, jpeg, etc.) will not be accepted. Deadline is strict. You can answer in English or Japanese.)

Problem 1 と 2 から 1 問選んで答え，Problem 3 と 4 から 1 問選んで答えよ (各 10 点)．3 問以上答えたときは，良い方から採用する．(Answer one of Probems 1 and 2, and one of Problems 3 and 4 (10pts). If you solve three or more, I will choose the best ones according to your score :-)

Problem 1: 連結で閉路のないグラフを**木**という．また次数が 1 の頂点を**葉**という．頂点数 2 以上の木は少なくとも葉を 1 つもつことを証明せよ．(A *tree* is a connected and acyclic graph. A vertex of degree 1 is called a *leaf*. Prove that any tree with at least two vertices has at least one leaf.)

Problem 2: 頂点数 n の木の辺の数は $n-1$ であることを証明せよ．ただし,「木は葉を持つ」という事実は使ってよいこととする．(Prove that any tree of n vertices has $n-1$ edges. Here, you can use the claim "every tree has at least one leaf" as a known fact.)

Problem 3: 以下の式は正しいか．正しければ証明し，間違っていれば反証せよ．必ず講義で導入した定義に基づくこと．それ以外は 0 点とするので，注意せよ．(Determine if each of the following equations is correct or wrong. If it is corrенct, prove it. If it is wrong, disprove it. You have to follow the definitions introduced in the class. Otherwise, it will mark 0 points.)

1. $20n^2 + 19n = O(2019n^8 + 2)$
2. $20n^3 + 4n^2 = O(n^2)$

Problem 4: 与えられたグラフ $G = (V, E)$ がオイラー閉路をもつ必要十分条件は，G が連結で，各頂点の次数が偶数であることである．これを証明せよ．(A graph $G = (V, E)$ has an Euler cycle if and only if G is connected and each vertex in V has even degree. Prove it.)