

I211 数理論理学

横山啓太

その1 (2020年10月15日)

Q 1. 次の論理式の部分論理式をすべてあげよ。

$$(p \rightarrow q) \wedge q \rightarrow \neg(\neg r \vee p).$$

Q 2. $\varphi \equiv p \rightarrow (q \rightarrow p)$, $\psi \equiv q \rightarrow p$ とするとき $\varphi[\psi/p]$ を求めよ。

Q 3. 次の論理式の真理値表を書け。また、恒真、充足可能、充足不可能なものを全て選べ。

例 $(p \rightarrow q) \rightarrow p.$

1. $(p \vee \neg q) \wedge (r \vee q).$
2. $(\neg p \wedge r) \rightarrow (p \vee q).$
3. $\neg(p \vee \neg q) \rightarrow (r \wedge \neg q).$
4. $\neg(p \rightarrow \neg q) \rightarrow (r \rightarrow q).$
5. $(p \vee q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee r) \wedge (\neg q \vee r).$

Q 4. 次の論理式が恒真であることを確認せよ。

例 $(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg A \vee B).$

例 二重否定の除去: $\neg\neg A \leftrightarrow A.$

1. 交換法則 (commutativity): $A \wedge B \leftrightarrow B \wedge A.$
2. 交換法則: $A \vee B \leftrightarrow B \vee A.$

3. 結合法則 (associativity): $(A \wedge B) \wedge C \leftrightarrow A \wedge (B \wedge C)$.
4. 結合法則: $(A \vee B) \vee C \leftrightarrow A \vee (B \vee C)$.
5. 分配法則 (distributivity): $(A \wedge B) \vee C \leftrightarrow (A \vee C) \wedge (B \vee C)$.
6. 分配法則: $(A \vee B) \wedge C \leftrightarrow (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$.
7. ドモルガンの法則 (de Morgan's law): $\neg(A \wedge B) \leftrightarrow (\neg A \vee \neg B)$.
8. ドモルガンの法則 (de Morgan's law): $\neg(A \vee B) \leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B)$.