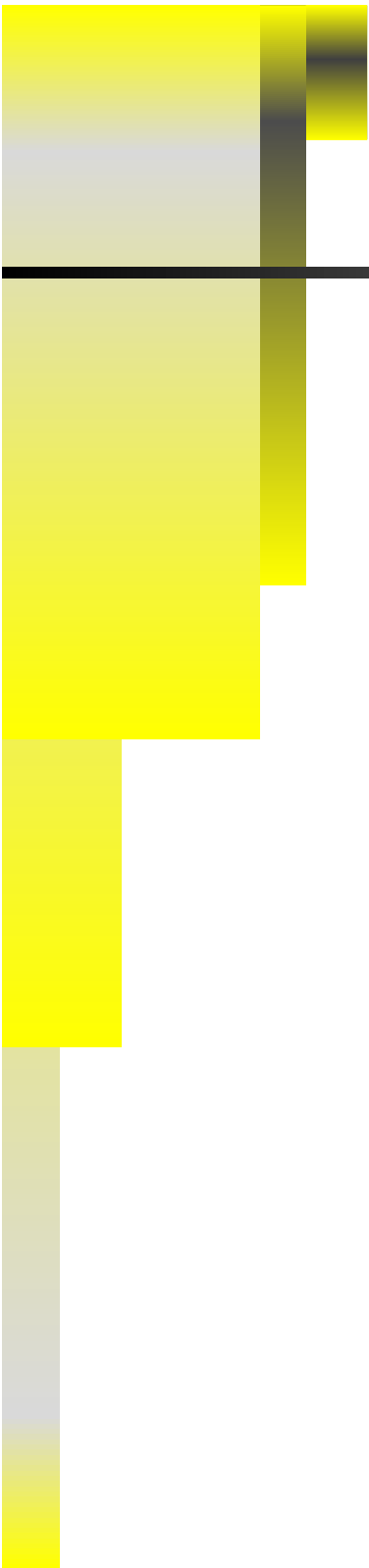




ネットワークの生成と伝搬のダイナミクス - ネットワーク科学の最前線 -

林 幸雄

yhayashi@jaist.ac.jp

北陸先端科学技術大学院大学

1. Introduction

現実の複雑なネットワークに共通する SF 構造

- インフラ: インターネット, WWW, 航空路線, 電力網
- 社会関係: 知人, 企業間取引, 映画の共演, 論文引用, 電子メール送受信数, 言語
- 生物系: 神経回路網, 遺伝子や代謝反応, 食物連鎖

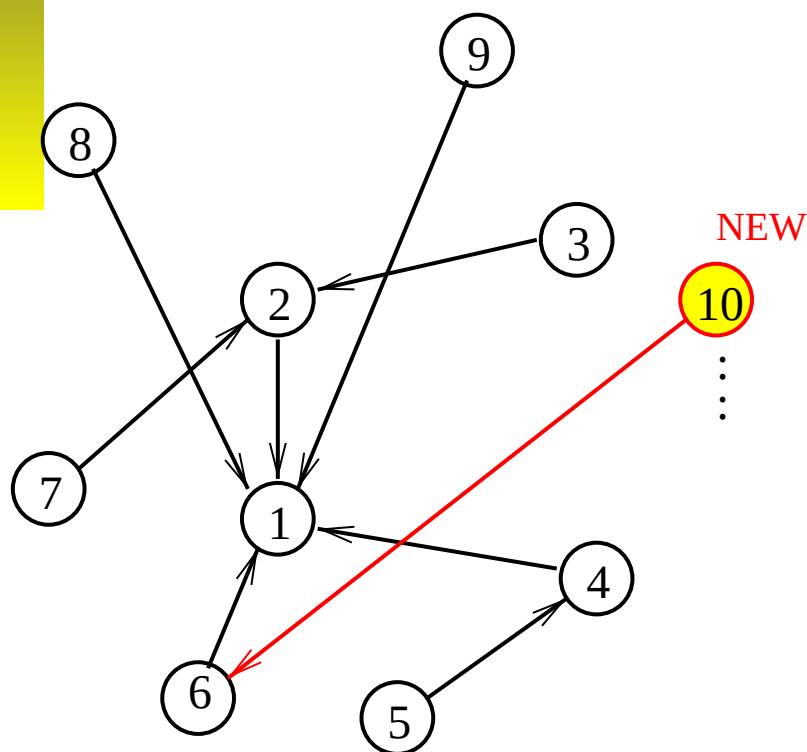
べき乗則は現実のネットワークに普遍的に存在し, その生成原理は単純で自然な

Growth と Preferential Attachment による.

A.L. Barabási et al., Physica A, 272, 1999

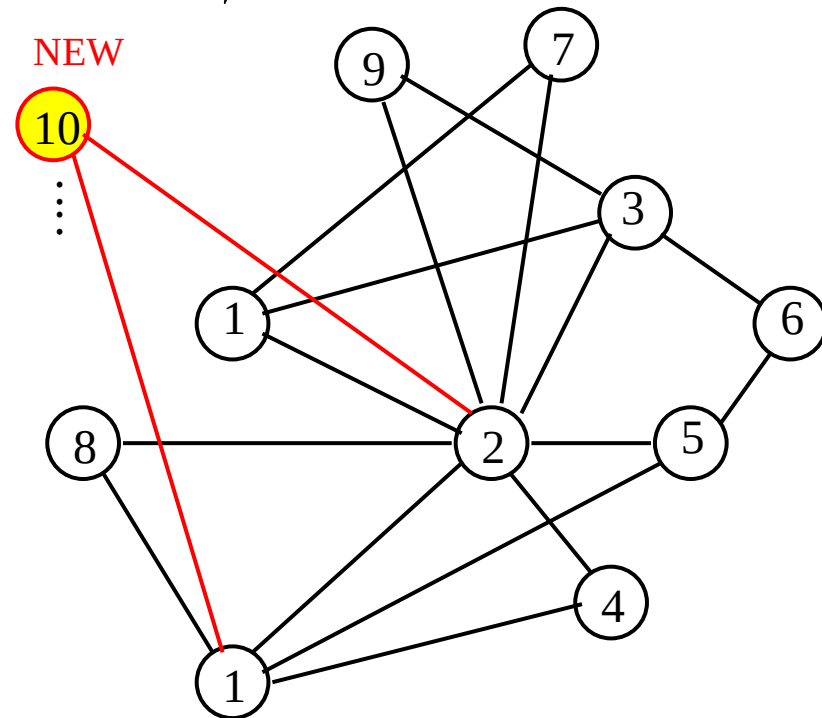
2-1. GN and BA models

$$P(k) \sim k^{-\gamma}, \gamma \sim 3, m = 1$$



Krapivsky-Redner's GN model

$$\gamma = 3, m = 2$$

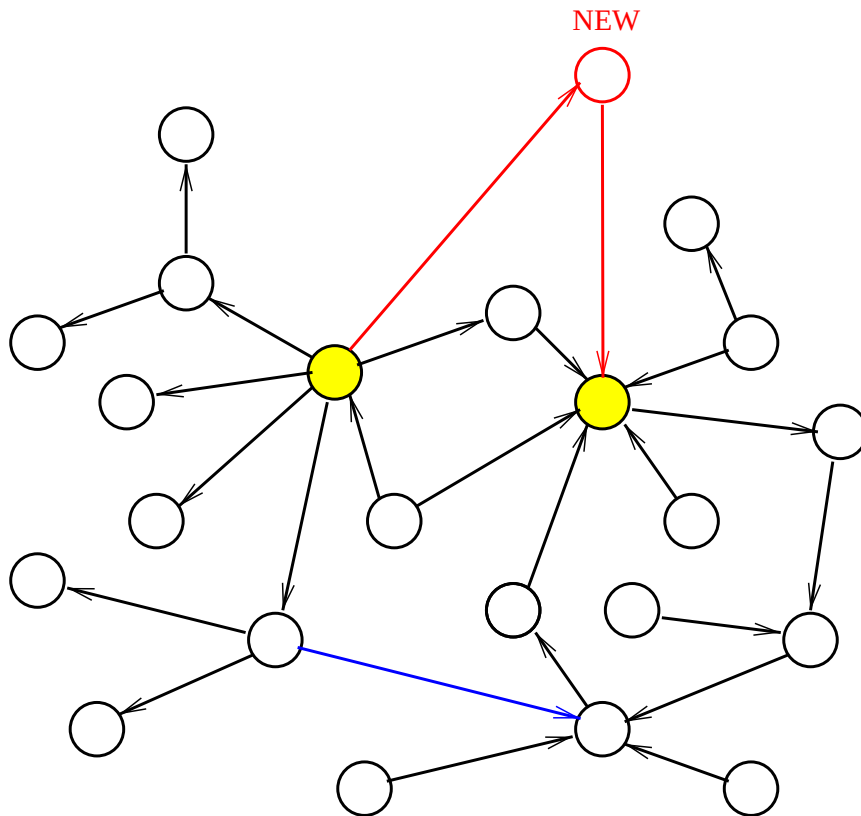


BA model

⇒ age-effect (S.N. Dorogovtsev et al. PRL 85, 2000),
 rewire(A. Albert, PRL 85, 2000), fitness(G. Bianconi,
 PRL 86, 2001)

2-2. (α, β) model

確率	α	$1 - \alpha$
β	新頂点の自己ループ°	終点は既存で, 始点是新頂点
$1 - \beta$	終点は新で, 始点は既存	ともに既存の頂点

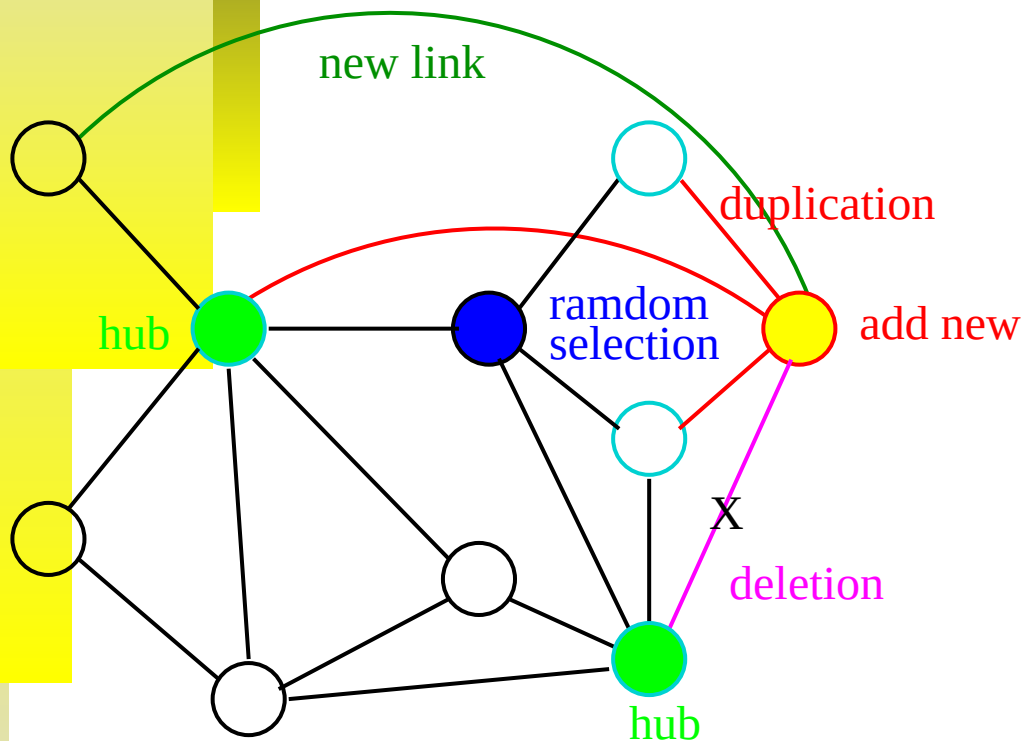


入/出次数ごとの Pref. Attach. に従ったノード選択

$$\gamma_{in} = \frac{1}{1-\alpha}, \gamma_{out} = \frac{1}{1-\beta}$$

R. Kumar et al., Proc. of the 25th VLDB Conf. 1999

2-3. Duplication model



ランダムに選ばれた頂点に隣接するハブにはリンク複写のチャンス大!

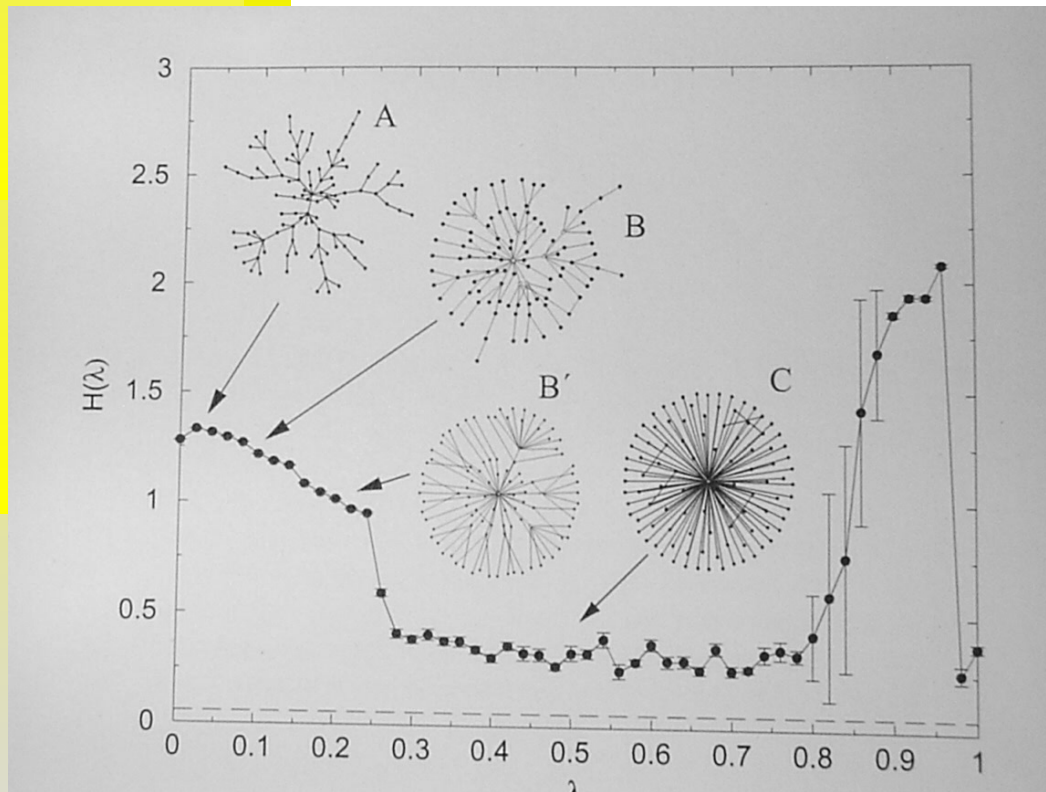
⇒ 生物は, 選択不要のより単純な機構で, Pref. Attach. を実現!

R.V. Solé et al., Advances in Complex Systems 5, 2002

3-1. Optimal Topology

経済性：リンク数 $\leftarrow 0 < \lambda < 1 \rightarrow$ 通信効率：距離

Random (tree) - Pref. (SF) - Forced (star, clique)



$$\min E(\lambda) = \lambda d + (1 - \lambda)\rho,$$

$$\text{距離 } d \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\sum_{i < j} D_{ij}}{nC_2} / D_{max},$$

$$\text{リンク数 } \rho \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\sum_{i < j} a_{ij}}{nC_2},$$

次数 k の頂点頻度 p_k のエントロピーで評価

$$H \stackrel{\text{def}}{=} - \sum_{k=1}^{n-1} p_k \log p_k$$

R.F. i Cancho and R.V. Solé, SFI working paper 01-11-068, 2001

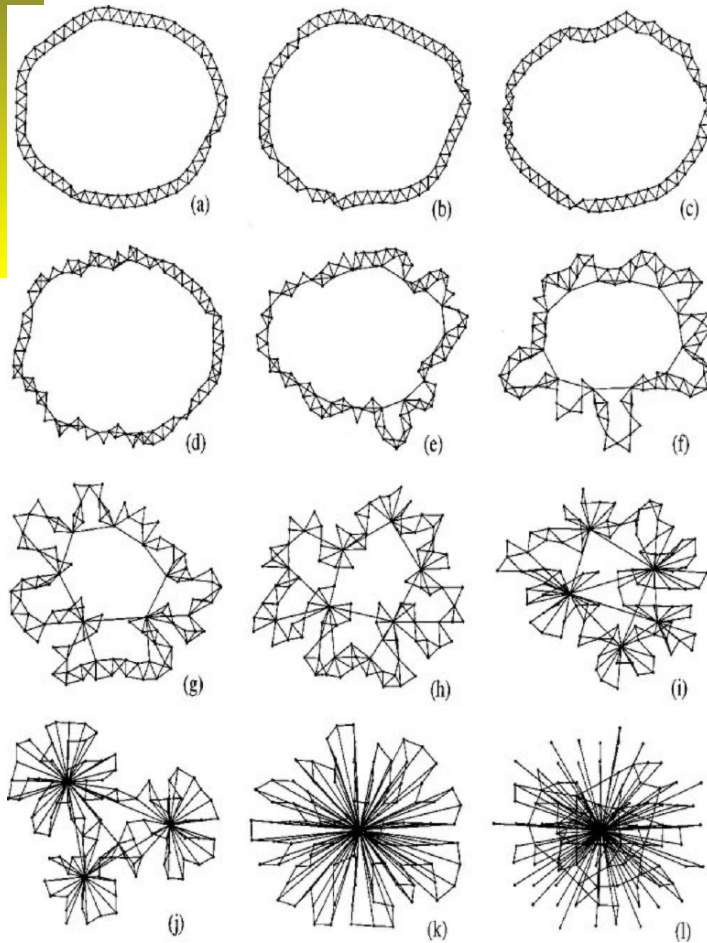
3-2. Hub Evolution

最短パスのリンク数 L と頂点間距離 W に関して

$\min E = \lambda L + (1 - \lambda)W$,
を Metropolis の SA 法で最適化

距離重視 $\lambda \approx 0$ からリンク数重視 $\lambda \approx 1$ にかけて, (a) regular
→ (g)~(j) **SF** → (l) random

⇒ **SF** は経済性と効率を両立する最適構造!



N. Mathias and V. Gopal, Phys. Rev. E 63, 2001

3-3. Robust and Vulnerable Connectivity

SF 構造の性質

頑健性： ランダムなノード故障には極めて強く連結性を保持

脆弱性： ハブの**集中攻撃**で**極度に分断**

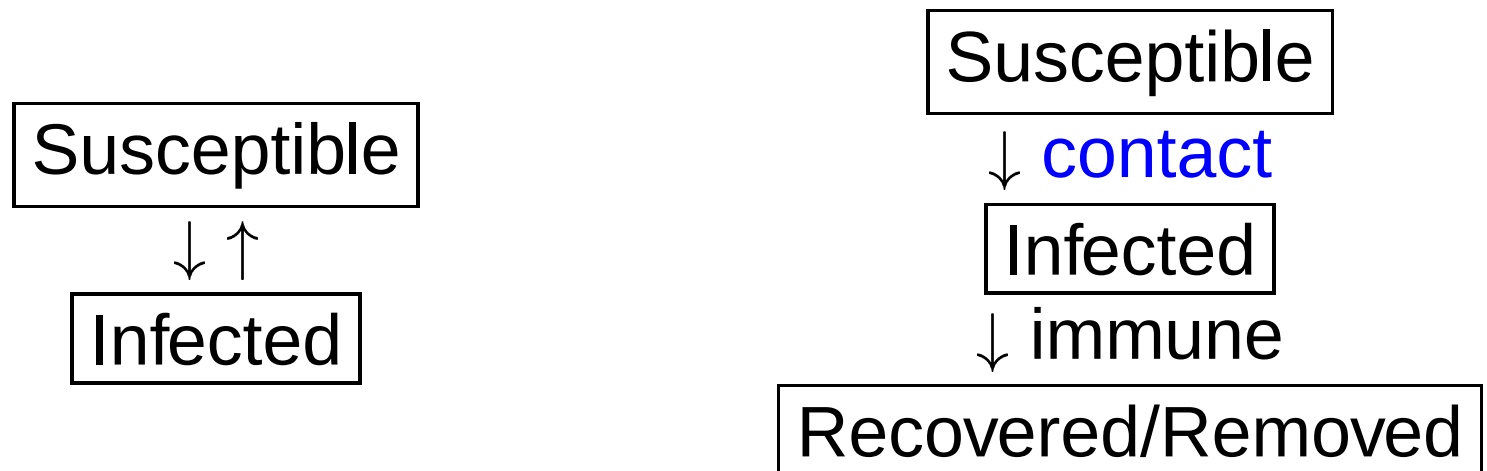
⇒ 逆に、極度な分断性は、ウィルス拡散の防止には好都合!

Z. Dezsö and A.L. Barabási, PRE 65, 055103, 2002, R. P.-Satorras and A. Vespignani, PRE 65, 036104, 2002



4-1. Conventional SIS, SIR

感染流行モデルにおける各ノードの状態遷移



風土病：一定人口 (出生死亡率) や一様な活動の仮定

⇒ 現代では、長距離の移動手段、局所的に集中する人々、人ごとに偏った接触機会

4-2. Absence of the Threshold

SF ネット上の SIS モデルにおける次数 k を持つノードの感染密度

$$\dot{\rho}_k(t) = -\rho_k(t) + \lambda k(1 - \rho_k(t))\Theta(t), \quad s_k(t) + \rho_k(t) = 1.$$

平均場近似 $\Theta \stackrel{\text{def}}{=} \sum_k \frac{kP(k)\rho_k}{\langle k \rangle}$ に, $\dot{\rho}_k = 0$ の平衡解

$\rho_k = \frac{\lambda k \Theta}{1 + \lambda k \Theta}$ を代入して Θ の関数 $f(\Theta)$ として表す.

条件 $\exists \rho_k \neq 0$ は, $\left. \frac{df(\Theta)}{d\Theta} \right|_{\Theta=0} \geq 1$ と等価.

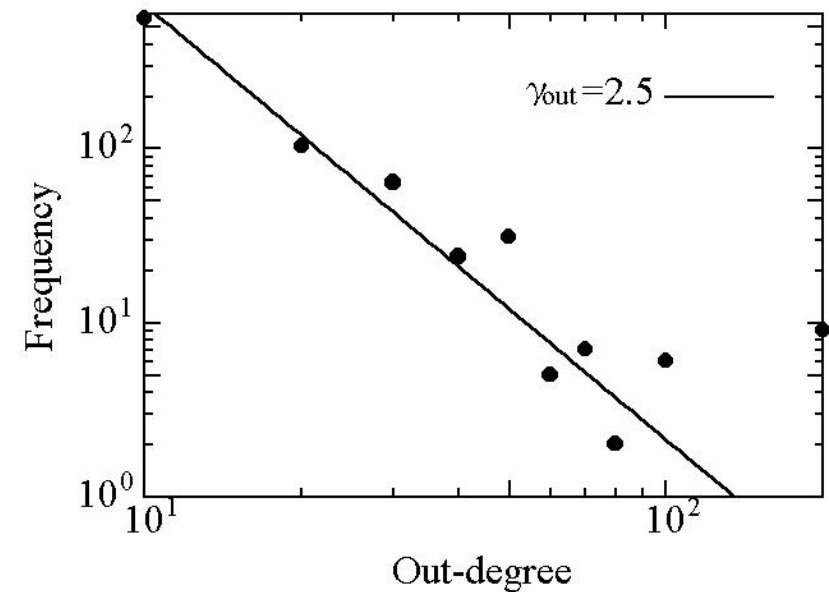
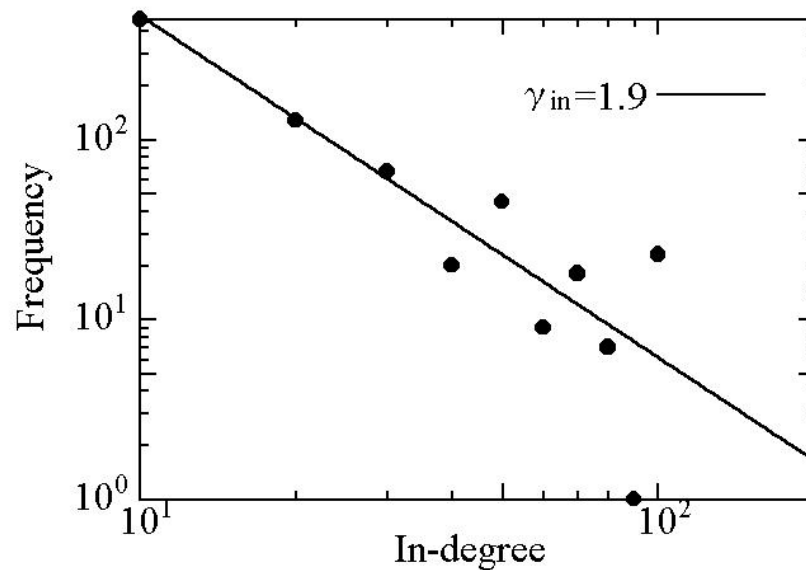
ゆえに, 感染流行のしきい値 λ_c は,

$$\lambda_c \leq \frac{\langle k \rangle}{\langle k^2 \rangle} \sim \frac{1}{\ln N} \rightarrow 0 \quad (N \rightarrow \infty).$$

R. P.-Satorras and A. Vespignani, PRE 63, 066117, 2001

4-3. E-mail Data

現実の電子メールの送受信関係は **SF** ネットワーク
⇒ 従来の格子上あるいは一様ランダムな接触ではない!

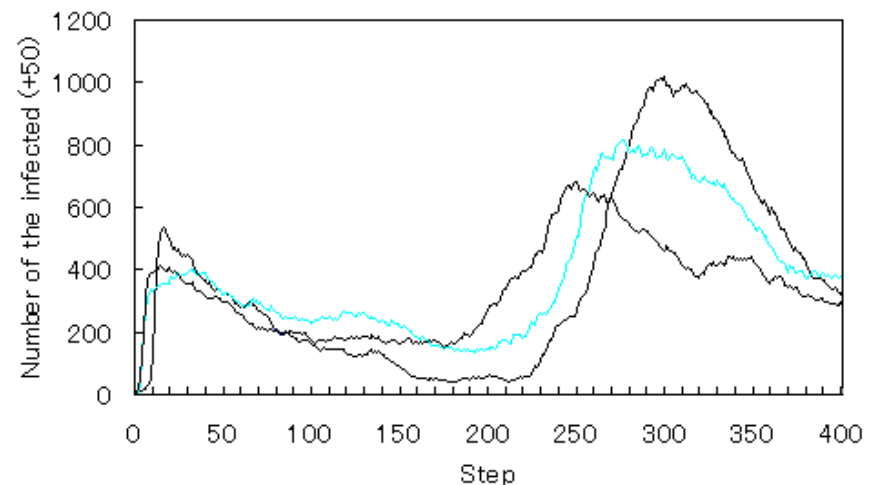


World Internet Projects 日本調査より (H12 10-11, 2555 人)

4-4. Stochastic SHIR Model

電子メール送受信の実測値
に従った SF ネット上
で、確率的な SHIR 状
態遷移

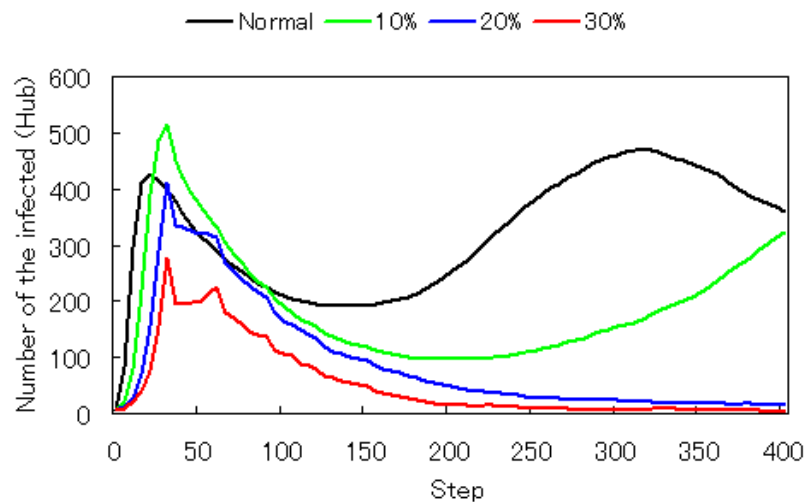
ネットワークを成長させ
ながら感染が拡がるの
で再流行が起こる!



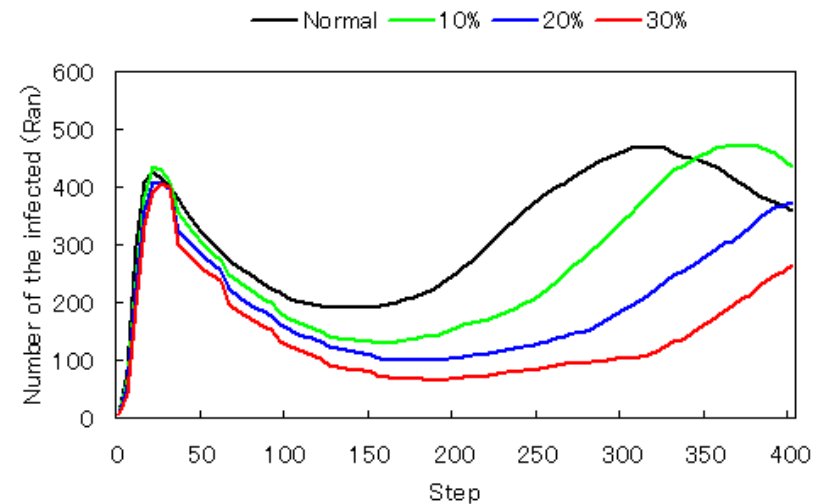
+50 個ずつ頂点追加

林, 箕浦, 松久保, 情報処論 Vol.44, SIG(TOM9), 2003.

4-5. Effect of the Hub Immunization



ハブ免疫化



ランダム免疫化

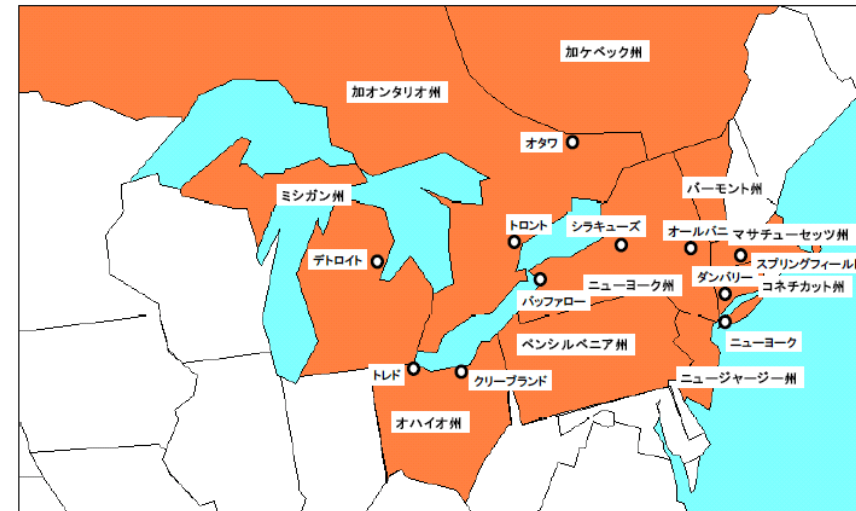
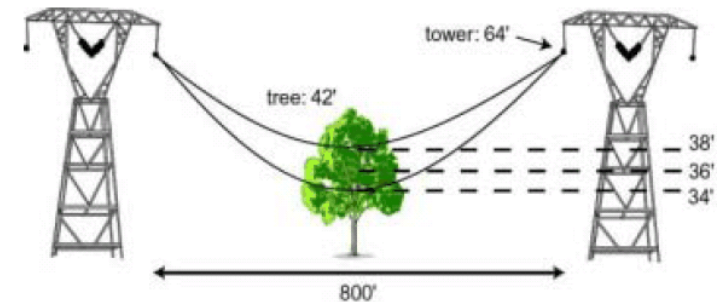
30 ステップ (1ヶ月に相当) ごとに, 成長した規模の 10, 20, 30 % の頂点を免疫化した場合の, 感染数の平均値.

⇒ ハブ免疫率 30 % で絶滅可!, ランダムな免疫化では再流行

5-1. Avalanche Dynamics

許容量を越えた被害の伝搬

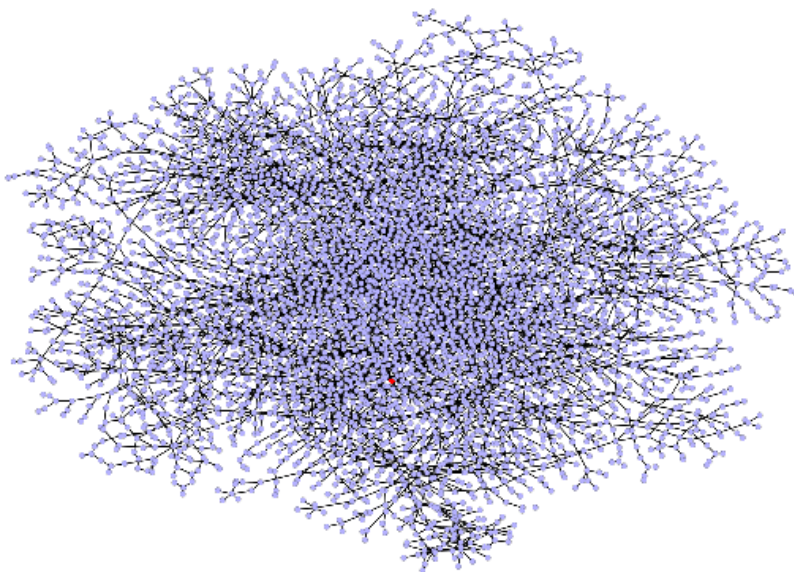
- 電力崩壊,
右図： 2003 年 8 月 14 日
北米北東部停電事故に関する調査報告書, 2004 年 3
月北米北東部停電調査団
(NERC “August 14 2003
Blackout”), 及び, 北米東部
大停電について, IEEEJ
2003 年 8 月.
- 道路やパケットの渋滞
- :



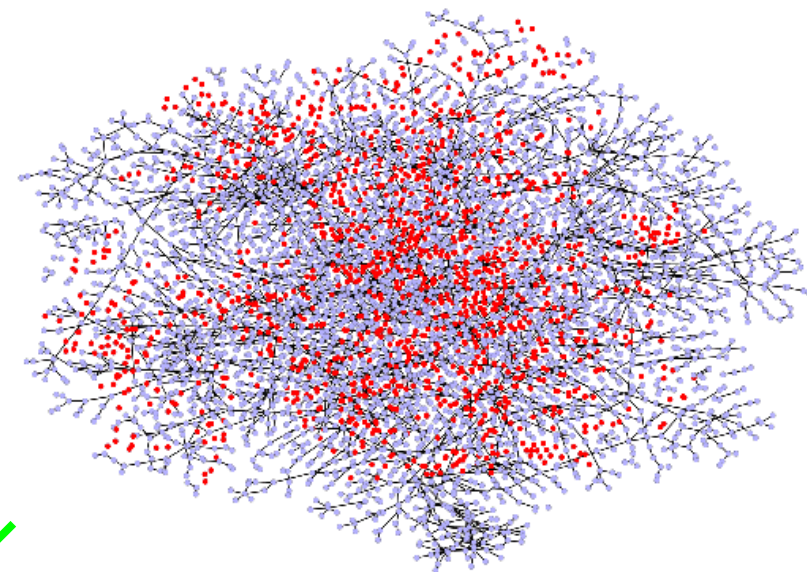
初期断線からの広域停電

5-2. Cascading Failure

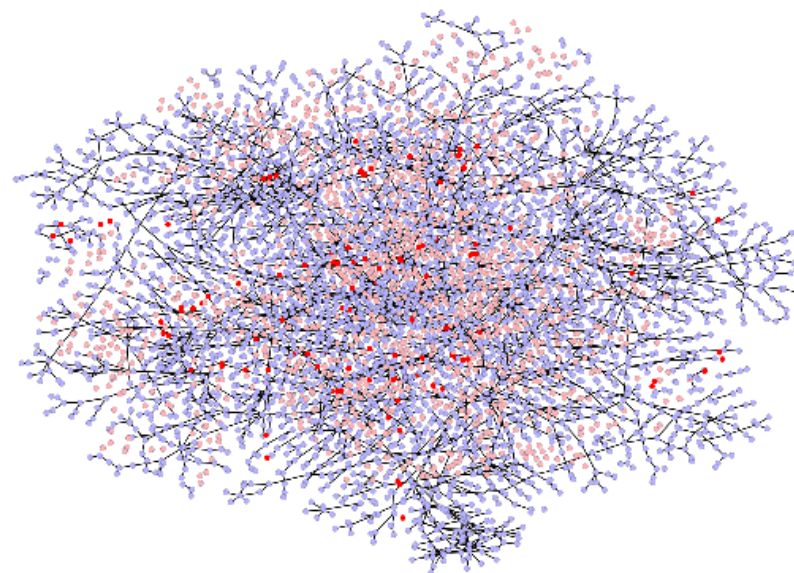
カスケード段階 0 (before)



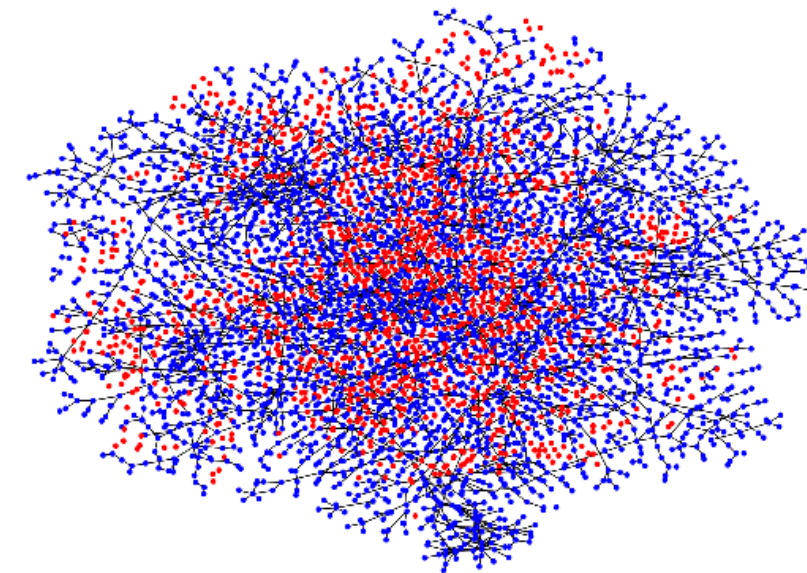
カスケード段階 1



カスケード段階 2



カスケード段階 3 (end)



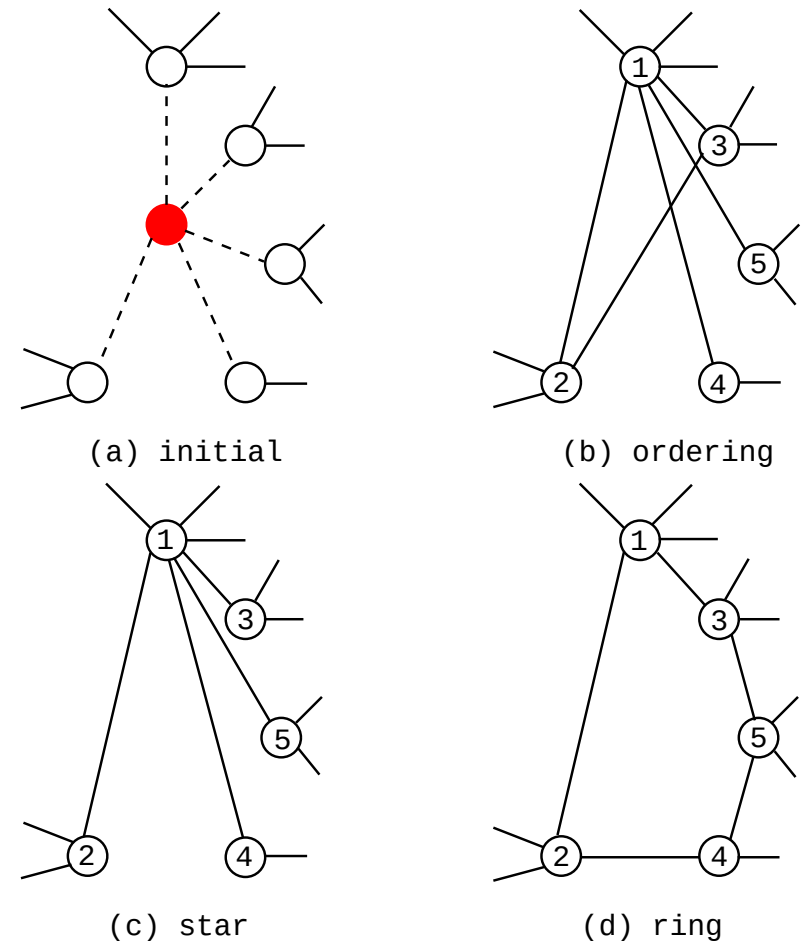
5-3. Defense Strategies

従来法: 中継量より発生量
の方が多いノード順
に割合 f だけ除去

A.E. Motter, PRL 93, 2004

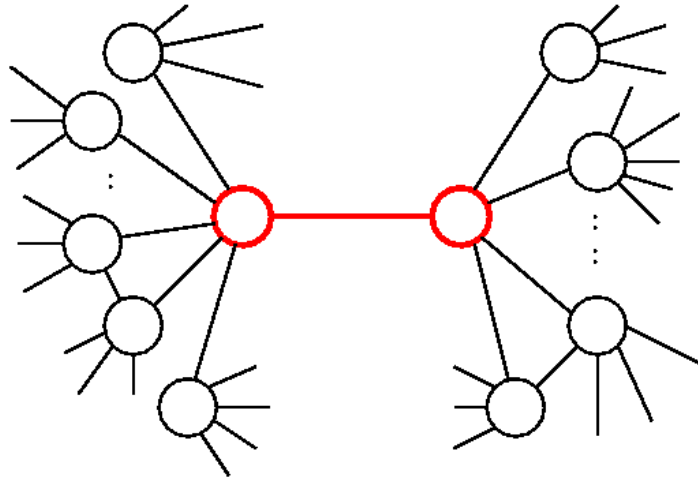
提案法: 初期故障源の周辺
ノード間の, 次数 k_i や
負荷量 $B_i(t)$ に従った**局
所的なリンク張替**

各時刻で任意のノード間で
通信要求が発生, 最短経路
を通り, 各ノード i の容量
は $\alpha \times B_i(0)$ で定義

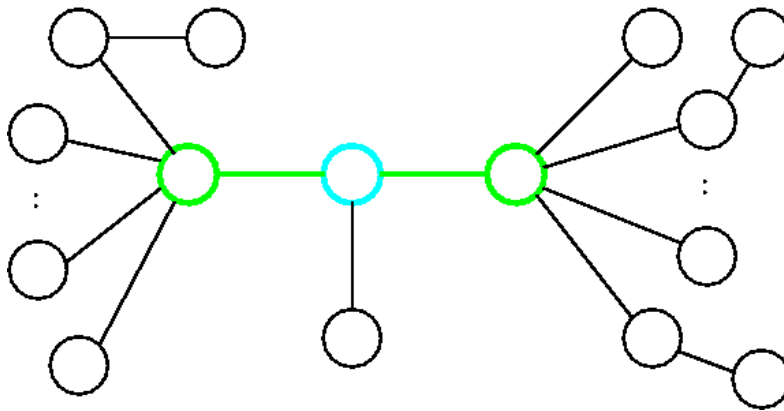


種々の張替方法

5-4. Connectivity Correlations



Assortative 結合 ハブ同士
など, 同程度の次数
ノードが結合しがちな
傾向
社会システム



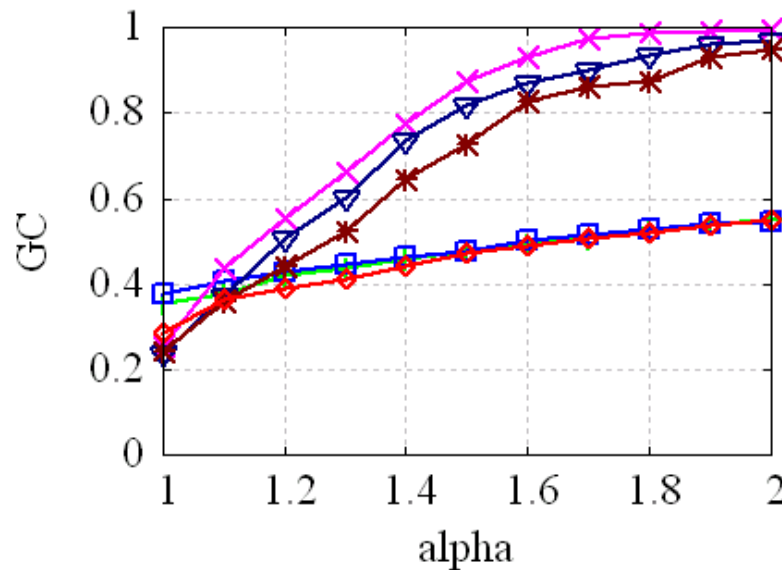
Disassortative 結合 ハブと
低次数ノードなど, 次
数が異なるノードが結
合しがちな傾向
技術・生物システム

⇒ 結合傾向に依存した伝搬特性, それぞれの長短所を!

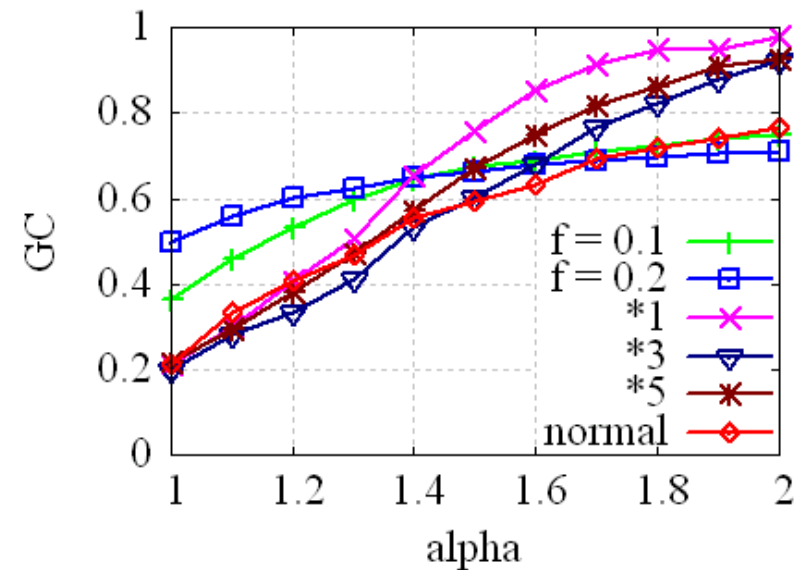
M.E.J. Newman, PRL 89, 2002 & PRE 67, 2003

5-5. Simulation Results

CDD モデル ($\langle k \rangle \approx 4$) における GC の変化



正相関 (Ass)



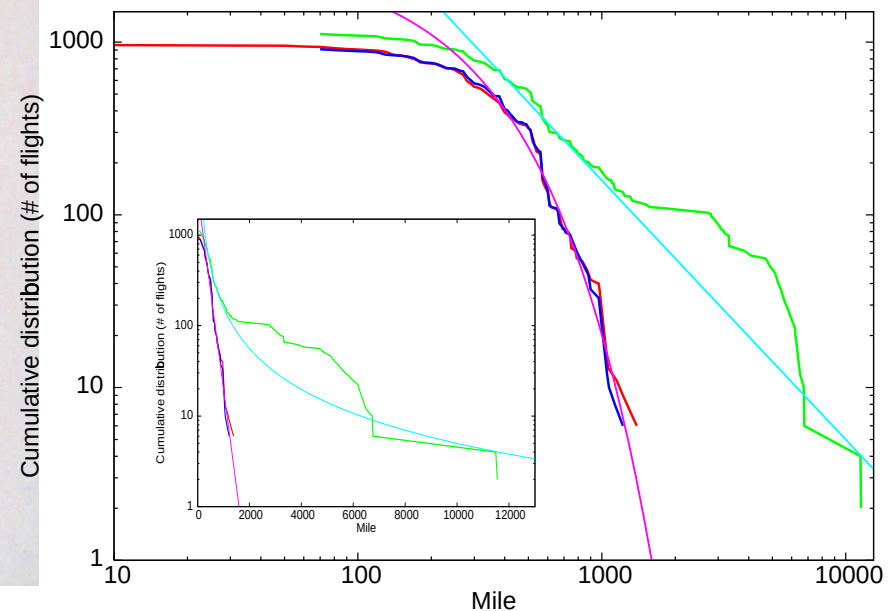
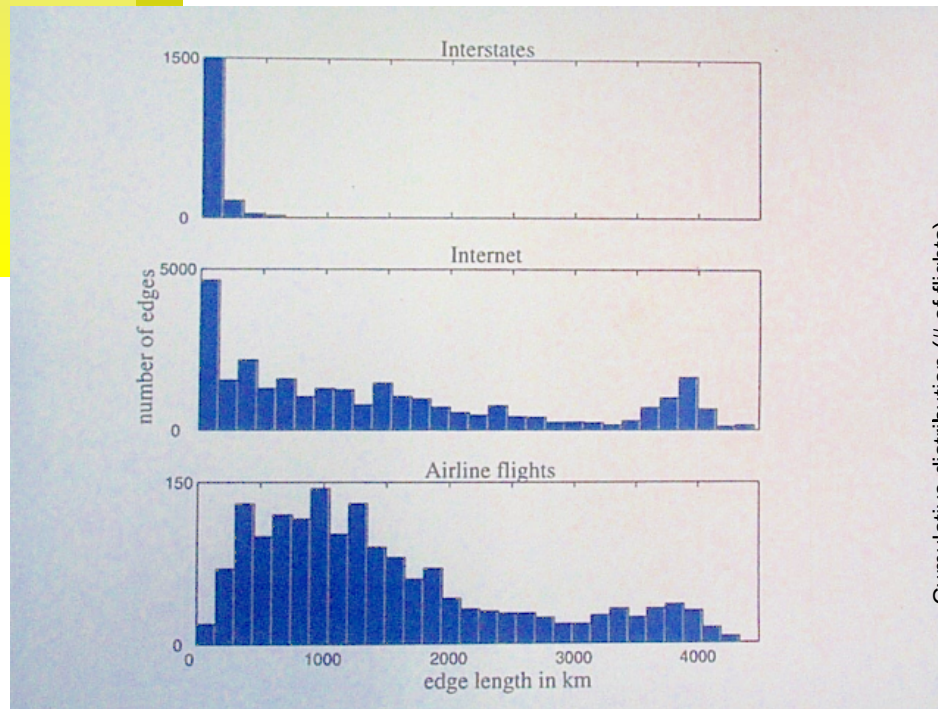
負相関 (Dis)

$\diamond$: 無防御, $+$: 従来法 $f = 0.1$, $\square$: 従来法 $f = 0.2$, $\times$: 完全結合, ∇ : 和の順, $*$: リング化

林, 宮崎, 情処論 ネットワーク生態学特集号 (投稿中)

6-1. Restricted Long-range Links

空間上のネットワークにおけるリンク長



M.T. Gastner and M.E.J.
Newman,
arXiv:cond-mat/0407680,
2004

JAL と **ANA** の飛行距離分布 (Apr.-May 2005)

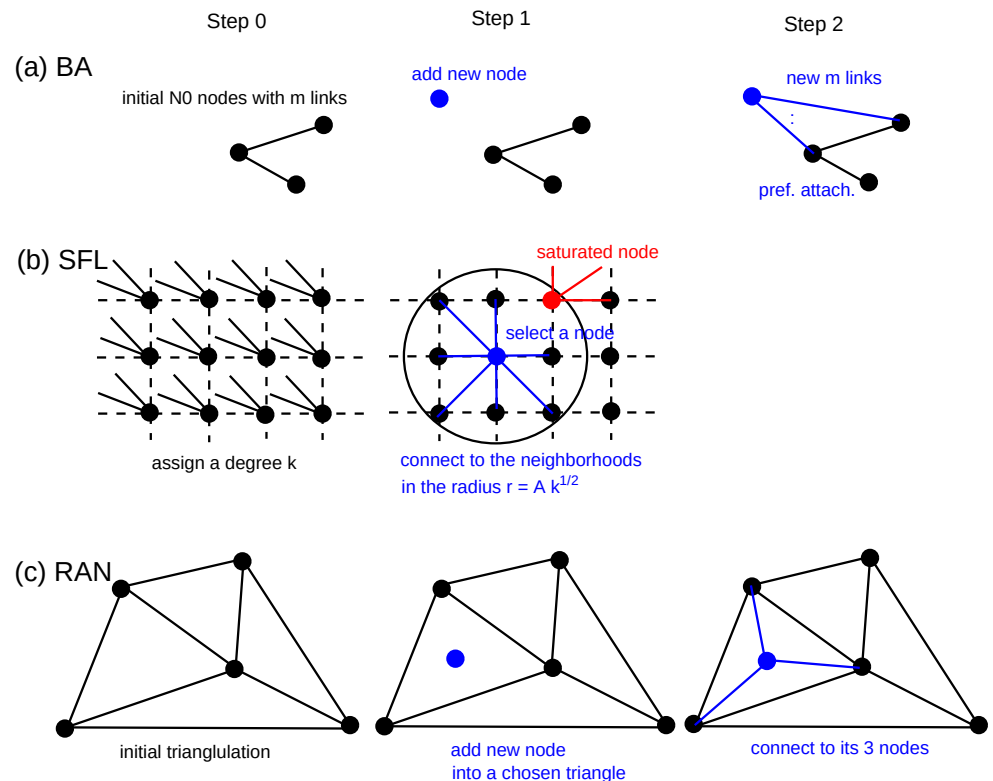
6-2. Geographical SF Models

- ランダム配置
ノード, 次数と距離の競合

$$\Pi_i \sim k_i \times l^\beta$$

- 格子上の SF :
次数 k_i に従った
半径 $r = A \times k_i^{1/d}$
の円内で結合

- Space-Filling:
領域の反復的
細分



⇒ リンク交差(干渉)と長距離リンクのトレードオフ

7. Summary

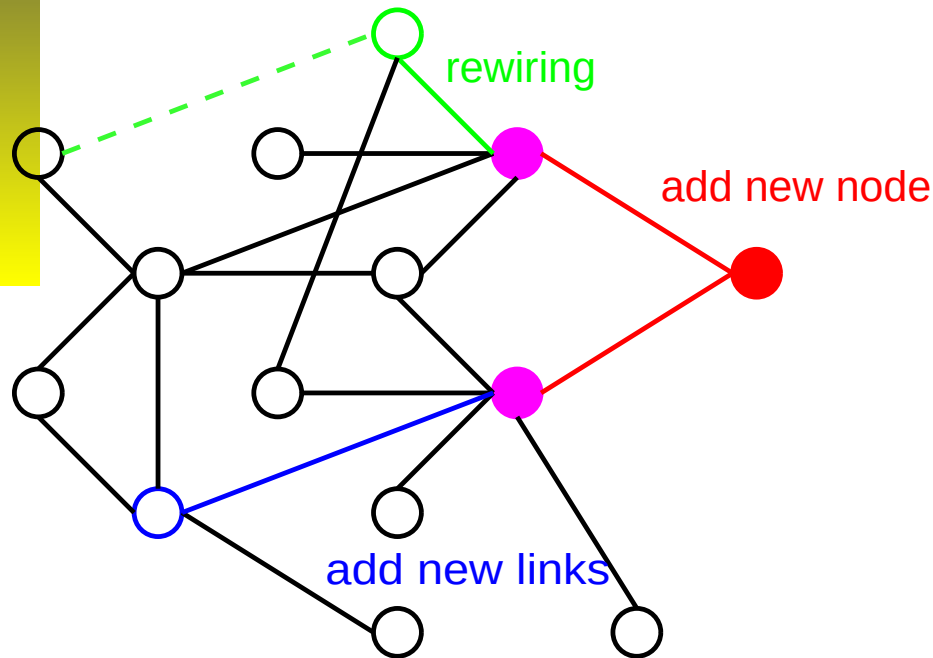
- SF 構造を生成する代表的なモデルを紹介
最近は, 局所分散的/自己組織的な生成法により注力!
- SF 上の深刻な感染流行を防御するハブ免疫化の効果を確認
過負荷伝搬によるカスケード故障に有効な, リンク
張替法を提案
- 地理的空間上の SF ネットワーク生成法を紹介

⇒ 構造的特徴の再現, 現実的な制約上でのネット生成,
ダイナミクスに基づく機能の解明など.

(社) 情報処理学会 ネットワーク生態学研究 G 2004 新設,

特集号論文 Mar. 2006 出版予定

Appendix 1: Generalized BA Model

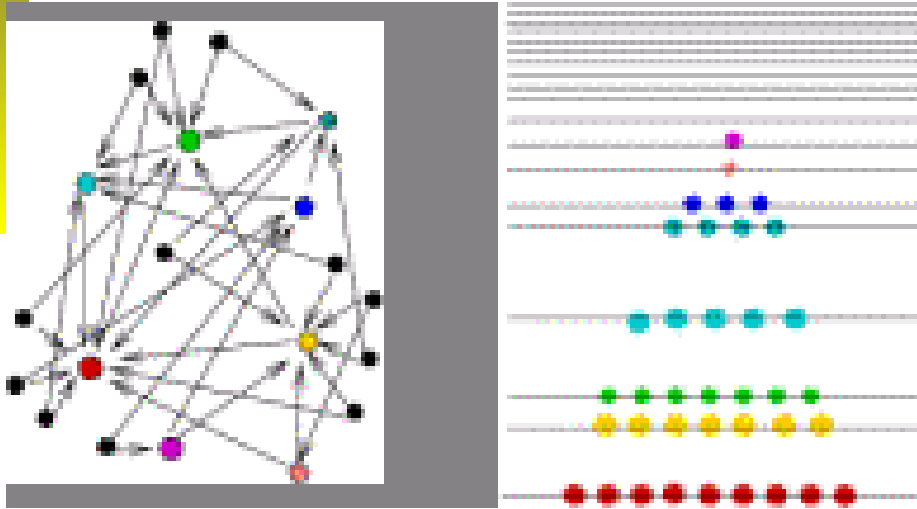


For the degree k_i of a node i inserted at time t ,

$$\frac{\partial k_i}{\partial t} = pm \frac{1}{N} + pm \frac{k_i+1}{\sum_l (k_l+1)} - qm \frac{1}{N} + qm \frac{k_i+1}{\sum_l (k_l+1)} + (1-p-q)m \frac{k_i+1}{\sum_l (k_l+1)}.$$

R. Albert, and A.L. Barabási, PRL 85, 2000.

Appendix 2: Bose-Einstein Condensation



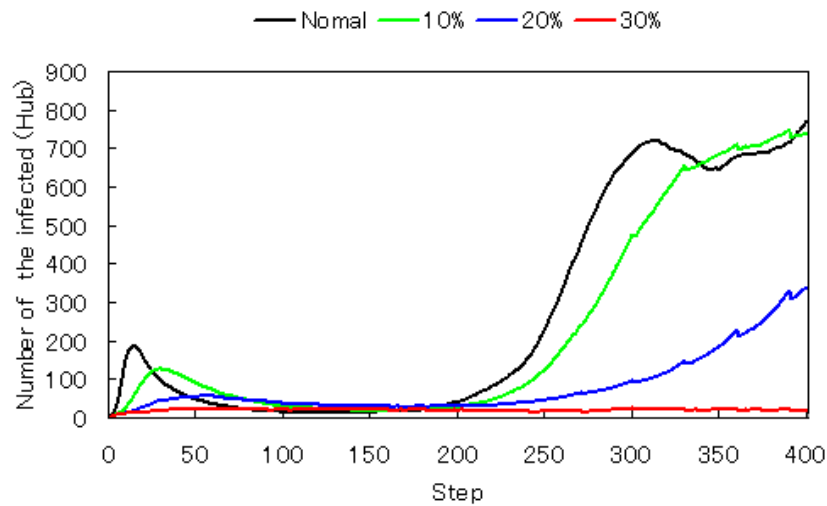
G. Bianconi et al., PRL 86, 2001.

Other models

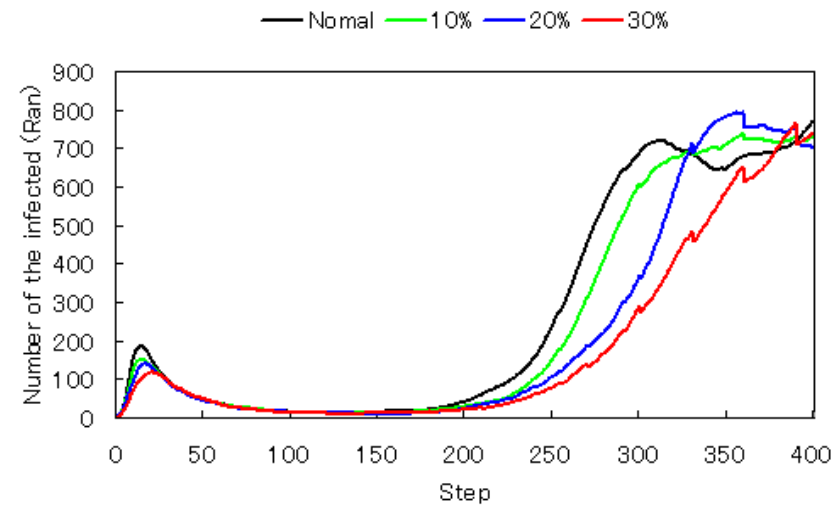
- sub/super-linear kernel: $\Pi_i \sim k_i^\nu$, P.L. Krapivsky et al., PRL 85, 4629, 2000 & PRE 63, 066123, 2001
- hierarchical organization, E. Ravas, A.L. Barabási et al., Science 297, 2002

Appendix 3: For Exp. Growth

× 1 %ずつ頂点追加して成長する場合

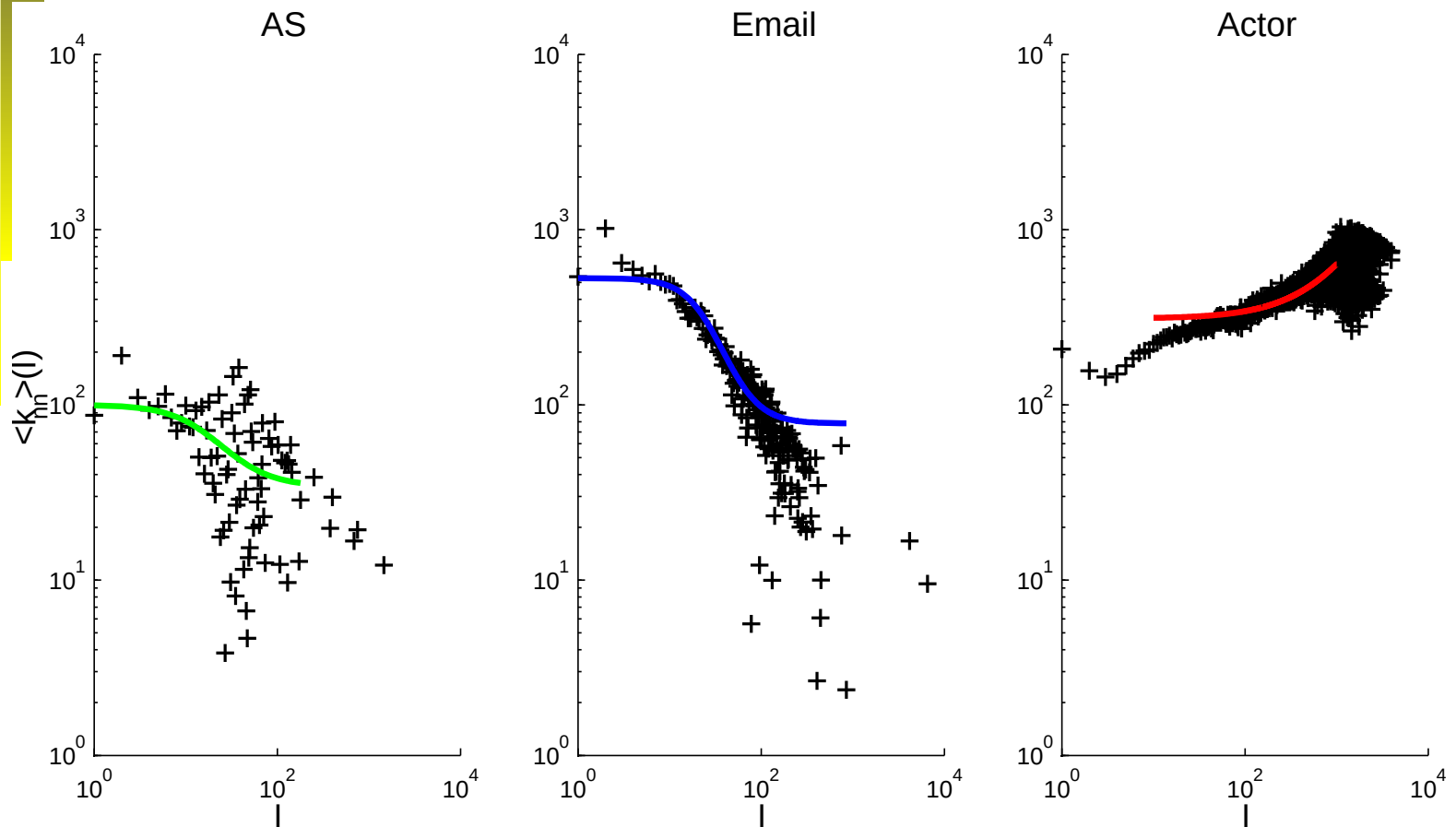


ハブ免疫化



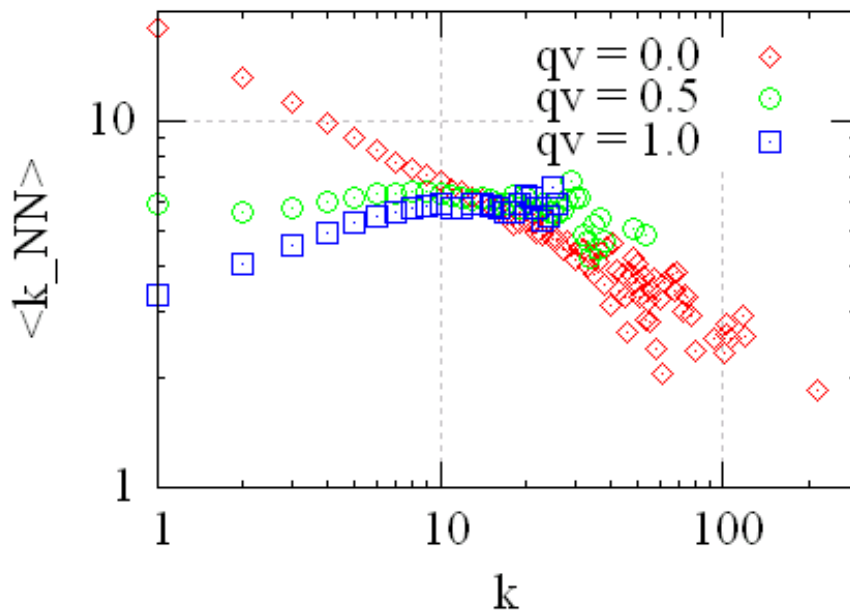
ランダム免疫化

Appendix 4: Empirical Data of Correl.

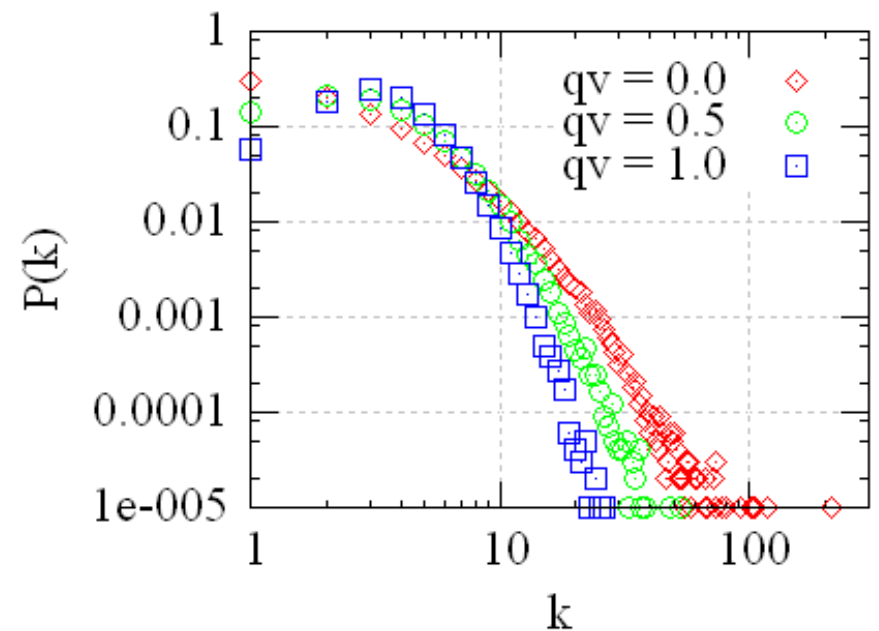


estimating the cond. prob. $P(k|l)$ between degs. is intractable because of the poor statistical measurement

Appendix 5: $\langle k_{NN} \rangle$ and $P(k)$ in the CDD Model.



(a) Degree-degree correlation



(b) Degree distribution