

# 離散数学レポート

010119:大和谷 潔

平成 12 年 7 月 27 日

## 問題 1

1.  $n$  を合成数とする。このとき、 $n$  の自明でない約数で最小の数は素数であることを示せ。(背理法を使わず)
2. 自然数  $n$  は合成数とする。このとき自明でない約数で最小の数を  $a$  とするとき、 $a \leq \sqrt{n}$  であることを示せ。(背理法を使わず)

## 解答

(1)

あきらめ

(2)

$a$  は  $n$  の最小の約数であるので、 $1 < a \leq b < n$  として、

$$n = ab$$

と表せる。また、 $a \leq b$  であるので、

$$a^2 \leq ab = n$$

両辺の平方根を得ると、

$$a \leq \sqrt{n}$$

となる。

## 問題 2

1.  $l = \text{lcm}(a, b)$  とする。このとき、 $a, b$  の任意の公倍数  $m$  に対し、 $l|m$  を示せ。
2.  $d = \text{gcd}(a, b)$  とする。このとき、 $a, b$  の任意の公約数  $m$  に対し、 $m|d$  を示せ。

解答

あきらめ

問題3

$$a = bq + r = bq_1 + r_1 \quad (r \leq r_1)$$

と表せたとする。このとき、 $q = q_1, r = r_1$  を導け。

解答

$$bq + r = bq_1 + r_1$$

より

$$b(q - q_1) = r_1 - r \tag{1}$$

となる。ここで  $r_1, r < b$  であり、 $r \leq r_1$  であるので

$$0 \leq r_1 - r < b$$

したがって (1) において  $0 \leq q - q_1 < 1$  とならなければならないが、 $q - q_1 \in \mathbb{Z}$  であるので  $q - q_1 = 0$ 、すなわち  $q = q_1$  となる。すると (1) は

$$b \cdot 0 = r_1 - r$$

となるので、 $r_1 - r = 0$ 、すなわち  $r = r_1$  となる。